ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCCIX.

1912

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME XXI.

1° Semestre.

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1912

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Seduta del 14 aprile 1912.

P. Blaserna Presidente.

MEMORIE E NOTE DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

Matematica. — *Sulla definizione di probabilità.* Nota del Corrisp. G. Peano.

La definizione comunemente adottata è « la probabilità di un avvenimento è il rapporto del numero dei casi favorevoli all'avvenimento, al numero dei casi possibili », e si suole aggiungere, o subito, o dopo una pagina, « a condizione che questi ultimi siano egualmente possibili ».

Invece di dire, col Bertrand, che i casi si suppongono egualmente *possibili*, dicono alcuni, col Poincaré, che i casi sono egualmente *verosimili*, o col Borel, egualmente *probabili*.

Questa definizione, che definisce la *probabilità* mediante il *probabile*, contiene un circolo vizioso evidente. Il circolo vizioso è più nascosto, ma rimane, se al posto di *probabile* usiamo un sinonimo: *possibile* o *verosimile*; poichè al posto di *probabilità* potremmo dire *possibilità* o *verosimiglianza*.

Il circolo vizioso è riconosciuto da parecchi autori. Il Poincaré dice: « La définition complète de la probabilité est donc une sorte de petition de principe. Une définition mathématique ici n'est pas possible ». E il Borel dice: «Cette définition renferme en apparence un cercle vicieux », e afferma impossibile il dare una definizione di probabilità senza servirci del linguaggio ordinario.

Io mi propongo di dimostrare che è possibile la definizione simbolica di probabilità, cioè che si può formare un'eguaglianza il cui primo membro è la probabilità che si vuol definire, ed il secondo membro è un gruppo di simboli precedentemente definiti, seguendo il mio *Formulari o Mathematico*, editio V.

DEFINIZIONE.

$$a, b \varepsilon \text{Cls}. \ \text{Num}\, a \varepsilon N_1 . \supset . P(b, a) = \text{Num}(ab)/\text{Num}\, a$$

che letteralmente si legge: « Se a e b sono classi, e il numero degli individui della classe a è finito, allora il nuovo simbolo $P(b, a)$ vale il numero degli a che sono b, diviso pel numero totale degli a ».

Accostandoci alla definizione comune, possiamo leggere la definizione simbolica come segue: « Se a è la classe dei casi possibili, che si suppongono in numero finito, e b è la classe dei casi favorevoli, col simbolo $P(b, a)$, che si legge: probabilità dell'avvenimento b fra gli avvenimenti a, si intende il rapporto fra il numero dei casi possibili, che sono favorevoli, al numero totale dei casi possibili ».

I simboli matematici sono spesso suscettibili di più interpretazioni. La definizione simbolica che precede, si può anche leggere:

« Se a è una lega, b è il metallo fino, o oro, allora $P(b, a)$, che conviene di leggere: titolo della lega, si intende il rapporto fra il numero dei grammi d'oro che sonvi nella lega, al peso totale della lega ».

I teoremi fondamentali sulle probabilità assumono forma semplicissima, come pure le loro dimostrazioni.

PROBABILITÀ TOTALE.

$$a, b, c \varepsilon \text{Cls}. \ \text{Num}\, a \varepsilon N_1 . a \cap b \cap c = \Lambda . \supset . P(b \cup c, a) = P(b, a) + P(c, a).$$

« Se a, b, c sono classi, se il numero degli a è finito, e se non esistono a che siano ad un tempo b e c, allora la probabilità che si presenti un caso b o un caso c fra i casi a, è la somma delle probabilità che si presenti b fra gli a, ovvero si presenti c fra gli a ».

Dimostrazione. — Dalla logica si ha $a(b \cup c) = ab \cup ac$, e dall'aritmetica, teoria della numerazione, si deduce $\text{Num}(ab \cup ac) = \text{Num}\, ab + \text{Num}\, ac$. Divido per $\text{Num}\, a$; dalla definizione di P, si ha il teorema.

PROBABILITÀ COMPOSTA.

$$a, b, c \varepsilon \text{Cls}. \ \text{Num}\, a \varepsilon N_1 . \supset . P(b \cap c, a) = P(b, a) \times P(c, a \cap b).$$

« Nelle stesse ipotesi, la probabilità che si presentino ad un tempo gli avvenimenti b c fra gli a, cioè che il caso a abbia ad un tempo le qualità b e c, è il prodotto della probabilità che si presenti b fra gli a, per la probabilità di c fra gli a che sono b ».

È una forma, scritta col segno P, dell'identità aritmetica:

$$\frac{\text{Num}(abc)}{\text{Num}\, a} = \frac{\text{Num}(ab)}{\text{Num}\, a} \times \frac{\text{Num}(abc)}{\text{Num}(ab)}.$$

CONCLUSIONE.

Il simbolo $P(b, a)$ che si definisce, è funzione di due classi variabili a e b. È lecito leggerlo « probabilità dell'avvenimento d'un caso b fra i casi a » ovvero « percentuale dei b fra gli a », o altrimenti, purchè sempre si enuncino le due variabili a e b.

La frase comune « probabilità d'un avvenimento », si presenta come una funzione d'una sola variabile, dell'avvenimento; e dato l'avvenimento, non risultano determinate le classi dei casi possibili e favorevoli.

La questione « qual è la probabilità che domani piova » non ha senso, perchè non sono enunciate le due classi a e b da cui dipende la probabilità. Vi si può rispondere completando la frase ellittica, per esempio così: « la pluviosità in questo mese, o stagione, o in tutto l'anno, cioè il rapporto fra il numero dei giorni di pioggia e il numero totale dei giorni nel mese, o stagione, o anno, è tanta ».

La frase « probabilità di un avvenimento » è una frase incompleta; e considerandola come completa, assoluta, si incontrano le difficoltà; basta completarla, coll'enunciare le due classi variabili, per eliminare ogni difficoltà. È una frase simile alle:

il punto a è fisso (senza dire rispetto a chi);
il numero a è costante (senza dire chi varia), ecc.

Matematica. — *Della trasformazione delle forme differenziali quadratiche.* Nota del Corrisp. G. RICCI.

Astrofisica. — *Osservazioni astrofisiche della Nova (18.1912) Geminorum 2, eseguite nel R. Osservatorio di Catania.* Nota del Socio A. RICCÒ.

Le Note precedenti saranno pubblicate nel prossimo fascicolo.