ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCCIX.

1912

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME XXI.

1° SEMESTRE.

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1912

Matematica. — *Sopra una questione tecnica che si connette cogli integrali di Lebesgue.* Nota del dott. LUCIANO ORLANDO, presentata dal Corrispondente A. DI LEGGE.

Noi vogliamo qui riunire, sulla traccia di un esempio scelto *ad hoc*, alcune idee (già da un pezzo, in varie occasioni, applicate da valenti tecnici, quali il Della Riccia e il Giorgi), che si connettono con teorie modernissime relative agl' integrali. Il dualismo fra cattiva pratica e cattiva teoria effettivamente esiste, ma non bisogna credere che esso sia la base di un dualismo fra la buona pratica e la buona teoria.

Supponiamo che una città riceva l'energia elettrica da diverse fonti, e cioè:

a) un impianto idraulico, che sfrutti la portata perenne di un fiume;

b) un impianto idraulico, che si appoggi ad un bacino, il quale raccolga il rifiuto delle piene;

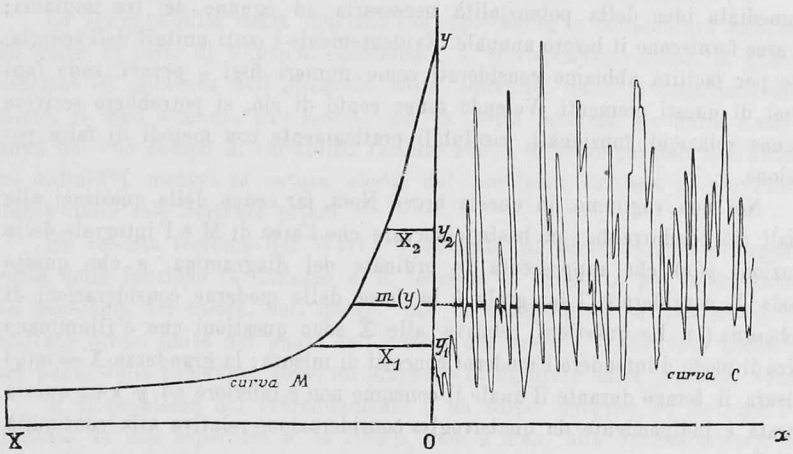
c) un impianto a vapore.

Sia 100 lire la spesa relativa all' impianto *a*) per kw-anno, e sia trascurabile la spesa di consumo per kwh; sia 70 lire la spesa relativa all' impianto *b*) per kw-anno, e sia 0,02 la spesa di consumo per kwh; sia 50 lire la spesa relativa all' impianto *c*) per kw-anno, e sia 0,05 la spesa di consumo per kwh.

Consideriamo il diagramma annuale C del consumo in kw: le ascisse x denoteranno i tempi, e le ordinate y denoteranno i kw. Questo diagramma annuale C si ottiene ponendo in prolungamento i diagrammi diurni; si tratta evidentemente di aver da fare con una lunghissima striscia di carta, perchè, se si volesse, con opportuna scala, notevolmente accorciare il diagramma, allora le oscillazioni interdiurne sarebbero rappresentate da ghirigori illegibili. Lasciando dunque che il diagramma si slunghi quanto è necessario perchè possa dirsi un leggibile diagramma, consideriamo un'ordinata y corrispondente ad un certo quantitativo di kw. Sopra la retta di ordinata y, esisteranno parti interne all'area limitata dal diagramma, e parti esterne a tale area: valutiamo, e chiamiamo $m(y)$ la somma delle lunghezze che risultano interne. In pratica questa valutazione richiede alquanto tempo, se vuol essere eseguita con sufficiente precisione: si potrà affidare ad un disegnatore la misurazione delle parti interne, ad un altro (che non debba conoscere le operazioni del primo) si affiderà la misurazione delle parti esterne; e, se la somma si scosterà troppo dalla lunghezza che rappresenta un anno, si ripeteranno le operazioni, finchè i due operatori si mettano automaticamente d'accordo. Un altro sistema sarebbe quello di munire le macchine

che descrivono C di registratori automatici, per esempio del tipo Wright. Se si adoperano i due disegnatori, sarà bene raccomandare all'uno ed all'altro di misurare in eccesso. Questa misurazione dovrà disgraziatamente ripetersi per molte y, fra di loro vicinissime.

Fatta una tabella di tutte queste $m(y)$, si tracci, in conveniente scala, una curva M, di equazione $X = m(y)$: l'area di questa curva sarà uguale a quella della curva C. L'area sarebbe rigorosamente la stessa, se le misure fossero esattamente valutate per ogni y; ciò evidentemente non accade, ma essendo $X = m(y)$ una funzione monotona della variabile y, le y intermedie fra due valori vicini della tabella saranno molto bene approssimabili.



Ciò posto, paragoniamo il prezzo di un kwh fornito dall'impianto *a*) col prezzo di un kwh fornito dall'impianto *b*). La relazione

$$70 + 0{,}02\, X_1 \leqq 100\,, \tag{1}$$

onde si deduce che X_1 non deve essere superiore a 1500 ore, mostra che non conviene aggiungere il servizio dell'impianto *b*) a quello (permanente) dell'impianto *a*), se quest'aggiunzione debba farsi per un numero complessivo di ore che superi 1500; per meno di 1500 ore complessive è conveniente, invece, aiutarsi anche coll'impianto *b*). La relazione

$$50 + 0{,}05\, X_2 \leqq 70 + 0{,}02\, X_2\,, \tag{2}$$

onde si deduce che X_2 non deve superare 667 ore, mostra che conviene appoggiarsi anche all'impianto *c*), ma per una durata complessiva che non superi 667 ore.

Se, dunque, sulla curva M scegliamo un punto (unico evidentemente) di ascissa $X_1 = 1500$, e poi un altro (anch'esso evidentemente unico) di ascissa $X_2 = 667$, e conduciamo per questi due punti (X_1, y_1), (X_2, y_2) le parallele all'asse X, avremo segmentato l'area determinata da M in tre segmenti. Se regoliamo le cose in modo che, quando il consumo giunge ad y_1 kilowatt, si aggiunga all'impianto *a*) l'impianto *b*), e che, quando il consumo giunge ad y_2 kilowatt, si aggiunga ai due precedenti anche l'impianto *c*), noi veniamo ad utilizzare i tre impianti nel modo più economico. In pratica bisognerà fondarsi sui diagrammi degli anni precedenti, non essendo evidentemente disponibile il diagramma dell'anno in corso.

Le altezze dei segmenti nei quali resta ripartita M ci forniscono una immediata idea della potenzialità necessaria ad ognuno dei tre impianti; le aree forniscono il lavoro annuale. Evidentemente i costi unitarî dell'energia, che per facilità abbiamo considerati come numeri fissi *a priori*, sono funzioni di questi elementi. Volendo tener conto di ciò, si potrebbero scrivere alcune relazioni funzionali, risolubili praticamente con metodi di falsa posizione.

Noi non vogliamo, in questa breve Nota, far cenno delle questioni alle quali ciò condurrebbe; ci basta osservare che l'area di M è l'integrale della funzione $y(x)$ che rappresenta le ordinate del diagramma, e che questo modo di considerare l'integrale è la base delle moderne considerazioni di Lebesgue [1]. Le questioni relative alle X sono questioni che c'illuminano circa il modo d'intendere i moderni concetti di misura: la grandezza $X = m(y)$ misura il tempo durante il quale il consumo non è inferiore ad y kw: questa durata è indipendente da qualsivoglia considerazione relativa alla continuità del diagramma.

[1] L'ing. Della Riccia ebbe occasione di valersi di questo criterio, nello studio di un impianto, a Bruxelles, nel 1902; egli avrebbe, nell'essenza del criterio, precorso Lebesgue. Ciò aggiunge un merito a quelli numerosissimi del Della Riccia, senza togliere nulla al Lebesgue, che certamente non fu spinto alle sue teorie da considerazioni di elettrotecnica.