

ATTI
DELLA
REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCCIX.

1912

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME XXI.

1° SEMESTRE.



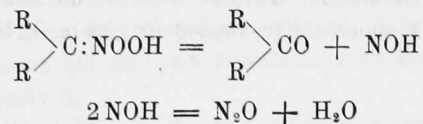
ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

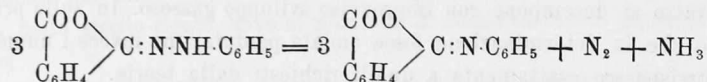
1912

È da notarsi che la nuova trasformazione presenta pure una certa analogia con la decomposizione che subiscono spontaneamente alcuni acidi nitronici e che venne scoperta da Nef:



e come si sa anche gli acidi nitronici possono, a loro volta, venire isomerizzati ad acidi idrossammici, senza dubbio in seguito ad una reazione perfettamente simile a quella che si compie nella trasposizione di Beckmann.

Accennerò infine che ultimamente F. D. Chattaway, Ch. L. Cumming e B. H. Wilsdon (1) hanno descritta una decomposizione della ftalilidrazide, che si compie del pari per mezzo del calore:



e che, senza dubbio, è da intendersi nello stesso modo di quella presentata dalla benzofenonossima.

Ciò stabilisce una nuova rassomiglianza di comportamento fra derivati dell'idrossilammina e dell'idrazina.

Sopra altre scissioni analoghe riferirò in altra Comunicazione.

Cristallografia. — La legge di Hauy nei cristalli solidi, fluenti e liquidi. Nota del Corrispondente C. VIOLA.

Non è raro che la legge di Hauy dei cristalli è data sotto l'espressione di legge degli indici razionali, senza calcolare che una tale espressione non ha senso, se essa non è connessa col grado di probabilità delle faccie. Il Panebianco (2) ben a ragione rileva che la legge di Hauy ha assunto una trasformazione così fallace, persino in libri di cristallografia ottimi per vari aspetti; e come esempio egli riporta opportunamente il caso che le faccie di un dodecaedro pentagonale regolare possono assumere indici razionali, quando l'errore piccolissimo degli angoli cada nel limite degli errori di osservazione. Innumerevoli di simili esempi potrebbero essere riferiti.

(1) Chemiker Zeitung (1911), pag. 864 (dai Rendiconti della Chemical Society).

(2) R. Panebianco, *L'isogonismo*. Rivista di mineralogia e cristallografia italiana, vol. XI, 1, 2, 1911.

Recentemente la legge di Haüy ha assunto una precisa espressione nella legge delle complicazioni ⁽¹⁾, le quali sono tanto più probabili, quanto più esse sono semplici.

Del resto la legge dei numeri piccoli, in cui la legge di Haüy viene così tradotta, non è solo una legge cristallografica, ma è legge generale che si ripete in una grande serie di fenomeni naturali, come la legge dei numeri grandi di Poisson, tanto nella fisica quanto nella chimica. Questa legge di Poisson si osserva infatti nelle faccie vicinali dei cristalli, le quali hanno indici grandi ed appaiono con frequenza in tutti i cristalli con sviluppo notevole.

Benchè la legge di Haüy sia una legge sperimentale, tuttavia essa non può essere dimostrata direttamente con l'esperienza. Con la teoria della struttura omogenea Bravais, e già prima di lui Haüy, svilupparono le condizioni, a cui le faccie fondamentali devono soddisfare, e così ancora diedero il primo impulso alla legge delle complicazioni, che però ha preso recentemente una forma diversa.

Non pochi cristallografi si infatuarono nella teoria della struttura, come mezzo per rendersi ragione della figura dei cristalli, e credettero come credono ancora che con ciò sia tutto risolto ⁽²⁾. Fra questi va annoverato anche il Becke ⁽³⁾, il quale anzi trova che la teoria della struttura è lo spediente didattico eccellente per dimostrare ciò che con la teoria della struttura non è dimostrabile; senza nemmeno badare che con la teoria della struttura non si spiega altro che lo stato omogeneo e anisotropo della sostanza cristallizzata. Essi trascurano un fattore importantissimo, che si risolve nella tensione superficiale, come ben a ragione ha dimostrato O. Lehmann ⁽⁴⁾, nei suoi numerosi scritti; questa tensione superficiale può avere un'azione energica sulla figura di alcuni cristalli, e senza che la legge di Haüy manchi del suo vigore.

Anzi i sostenitori della teoria della struttura omogenea cristallina trovano manchevoli le argomentazioni del Lehmann, che un cristallo possa avere forma sferica e possedere struttura regolare, quasi ciò manchi ai molti cri-

⁽¹⁾ V. Goldschmidt. *Ueber Entwicklung der Kristallformen*. Zeits. f. Krystall. 1897, I Theil., XXVIII Bd. 1; II Thl. XXVIII Bd. 414; E. v. Fedorow. *Beiträge zur Zonalen Krystallogr.* Zeitsch. f. Krystall., 1902, XXXV, 25; H. Baumhauer, *Ueber den Ursprung und die gegenseitigen Beziehungen der Krystallformen*, Freiburg, 1901; Id., *Geometrische Kristallographie*. Fortschritte der Mineralogie, Kristallographie und Petrographie, 1, 1911.

⁽²⁾ C. Viola, *Ueber das Grundgesetz der Kristalle*. Centralblatt für Miner. Geol. etc., Stuttgart, 1905, 225.

⁽³⁾ Fr. Becke, *Tschermak's Min. u. petrogr. Mitt*, Wien, 1904, 23. 462; Ar. Schwantke, Centralblatt für Min. geol. etc., Stuttgart, 1905, 559.

⁽⁴⁾ Fra le numerose pubblicazioni di O. Lehmann vedi: *Die Gestaltungskraft fließender Kristalle*. Physikalische Zeitschr., annata 7^a, n. 21, pp. 722 e 789.

stalli plastici, quali il gesso, il nitrato di ammonio, il ioduro d'argento, il talco, la calcite ecc., che ci appariscono spesso in bellissime figure con faccie ricurve e con omogeneità perfetta, che i fenomeni ottici rivelano.

Io entro così nel problema prefissomi, se e come la legge di Hauy è applicabile a tutti i cristalli indistintamente, solidi, fluenti e liquidi (¹).

Come per un liquido, si deve ammettere anche per un solido in contatto con un mezzo liquido, che le molecole vicine alla superficie di contatto, la cui sfera d'azione è tagliata da questa ll , fig. 1, in due parti C_1 e C_2 , sono sottoposte a una forza normale proveniente dall'attrazione delle molecole del solido, situate nella callotta C'_1 della sfera, e da quella delle molecole del liquido, situate nella callotta eguale ed opposta C_1 , della sfera di azione. La risultante di queste due attrazioni può essere rivolta, ora verso l'interno del solido, ora verso l'esterno, ora essere nulla; nel primo caso avvenendo crescita del solido, nel secondo decrescenza, e nel terzo caso equilibrio fra solido e liquido.

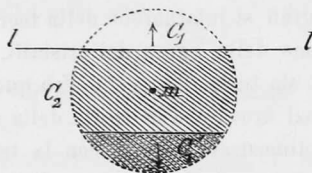


FIG. 1.

L'accrescimento del cristallo a spese del liquido in una direzione, la quale è normale alla superficie, sarà naturalmente funzione di detta risultante normale, e come prima approssimazione si può anzi supporre che l'incremento in una unità di tempo sia proporzionale alla forza (²).

Ma oltre la forza normale che attira le molecole della superficie, e che può essere positiva, negativa e nulla, esiste una forza tangenziale, la tensione superficiale, la quale tende a tenere unita la superficie stessa. Questa ultima non è mai nulla, finchè esiste contatto discontinuo fra due fasi, solido e liquido, solido e gas, liquido e liquido, liquido e gas. La tensione superficiale, che si misura, come è noto, per unità lineare, cade nel piano tangente della superficie, e porta perciò su una superficie piana mai fenomeno di inflessione, ma sempre accorciamento o dilatazione.

(¹) Fra solido e liquido Lehmann fa una stridente differenza. In quello vi è sempre una resistenza interna tangenziale, in questo essa è nulla. I cristalli fluenti sono molli, aventi una grande plasticità, e quindi una piccolissima resistenza interna tangenziale; essi appartengono dunque alla classe dei cristalli solidi.

(²) C. Viola, op. cit.

Se la superficie di contatto fra due stati eterogenei è curva o piegata, la tensione superficiale genera una pressione, che diremo *pressione esterna*, la quale può avere per effetto una deformazione della superficie stessa o vincere forze esterne o di massa, a cui il corpo è sottoposto.

Così p. e. quando i liquidi acquistano una superficie curva come conseguenza dell'adesione alle pareti di un vaso, in cui essi sono contenuti, la pressione esterna tiene equilibrio al peso di una colonna di liquido, come nei tubi capillari; e il liquido in tal caso si alza, quando la sua superficie è concava verso l'esterno, o si abbassa nel caso opposto.

Il fenomeno della deformazione per effetto della pressione esterna avviene nei solidi come nei liquidi, solamente che la pressione esterna non è sempre in grado di vincere la resistenza interna del solido.

Per vedere come la pressione esterna possa esercitare azione deformatrice nei cristalli, consideriamo i cristalli limitati da superficie perfettamente piane, immersi in un mezzo amorfo (liquido). A questo intento sarà necessario tenere conto di due forze, l'attrazione normale alla superficie, la quale è nulla nel caso che il cristallo non si sciogla nè si accresca, e la tensione superficiale, la quale in nessun caso può annullarsi.

Immaginiamo che rispetto alla prima il cristallo si trovi in perfetto equilibrio, come in una soluzione satura o in un liquido di fusione al limite della sua trasformazione, e incominciamo con la tensione superficiale, rispetto alla quale esaminiamo il possibile stato di equilibrio.

La tensione superficiale, che cade nei piani limitanti il cristallo ed è la stessa in tutti i punti per unità lineare, non può produrre, come si è detto, altro effetto che di dilatare o comprimere la superficie, quando questa vi si possa prestare; per lo più essa comprime la superficie. All'incontro la tensione superficiale applicata ai punti di spigoli o ai vertici del cristallo nella direzione delle faccie, deve dar luogo a una pressione esterna.

Per presentare la questione da un punto di vista molto semplice, e possibilmente chiaro, consideriamo una zona del cristallo con due sole coppie di faccie parallele. Immaginiamo che questa zona sia normale al piano del disegno, in guisa che le coppie di faccie ci appariscano quali coppie di rette a, \bar{a}, b, \bar{b} , fig. 2, e gli spigoli relativi, quali punti o, o', o'', o''' . Parlando di queste rette e rispettivamente di questi punti intenderemo di estendere il ragionamento alle faccie e rispettivamente agli spigoli, che essi rappresentano.

Sopra a, \bar{a}, b, \bar{b} agiscono tensioni superficiali, la cui grandezza vogliamo indicare con T , fig. 2. Consideriamo a parte il punto o ; possiamo applicare in esso due tensioni del valore T , le cui direzioni cadono in a e b . La loro risultante di grandezza T_o è la pressione esterna, che tende a spingere lo spigolo o verso l'interno del cristallo. Altrettanto si avrà nei punti o', o'' e o''' , che rappresentano spigoli normali al piano del disegno.

La pressione esterna T_o applicata in o troverà la sua opposta eguale interna nel caso di equilibrio e allora il cristallo, crescendo, rimarrà limitato dalle coppie a, \bar{a}, b, \bar{b} nella zona in esame. Ma se la resistenza interna sarà minore della pressione esterna T_o , questa produrrà una deformazione del cristallo, presumibilmente solo nelle vicinanze del punto o . Nel supposto che il cristallo rimanga una sostanza omogenea, la deformazione consisterà in uno scorrimento o scivolamento delle particelle cristalline lungo una faccia, che dovrà formarsi smussando lo spigolo o . In altre parole l'esistenza della pressione esterna T_o maggiore della resistenza interna del cristallo, farà sparire lo spigolo o , e in luogo delle sole faccie a, b , si avrà nella stessa zona ancora una faccia che chiameremo con la stessa lettera o , fig. 2 e 3,

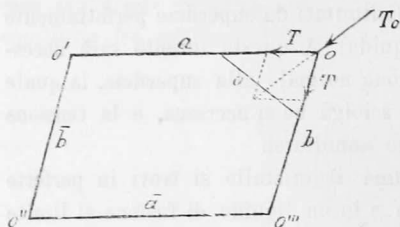


FIG. 2.

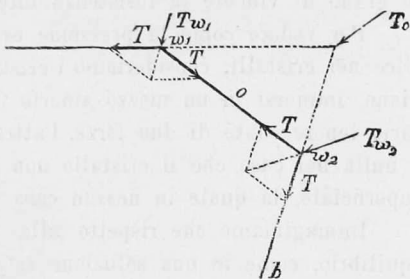


FIG. 3.

e che taglia a, b secondo due spigoli, i quali nella fig. 3 sono rappresentati dai punti ω_1 e ω_2 . Se la fase cristallo e la fase amorfa, da cui esso è circondato, si trovano in equilibrio, la deformazione del cristallo per effetto della pressione esterna T_o , non potendo alterare il volume del cristallo, consisterà naturalmente in uno scorrimento delle particelle da a verso b o viceversa, in guisa però che in luogo dello spigolo o subentri una faccia o , con la formazione della quale cessa la pressione esterna T_o .

Ora il ragionamento fatto per il punto o e per la pressione esterna T_o si può estendere ai punti ω_1 e ω_2 . Infatti in ω_1 , fig. 3, vi sono due tensioni superficiali T nelle direzioni di a e di o , le quali compongono la pressione esterna T_{ω_1} applicata in ω_1 . Questa pressione esterna può essere minore, eguale o maggiore della resistenza interna alla plasticità; in questo ultimo caso non vi sarà equilibrio, il quale invece potrà essere raggiunto con una deformazione del cristallo in vicinanza di ω_1 , e con la formazione di una faccia che smussa lo spigolo in ω_1 . Questa nuova faccia, che possiamo indicare con la stessa lettera ω_1 , rappresenta una faccia di scorrimento ⁽¹⁾,

⁽¹⁾ Questa faccia di scorrimento non è naturalmente la stessa come quella che entra nella definizione di Reusch.

determinerà due nuovi spigoli ν_1 e ν_2 , fig. 4, rispetto ai quali si può ripetere il ragionamento fin qui svolto. Nel punto ω_2 , fig. 3, vi sarà la pressione esterna $T\omega_2$, atta a produrre deformazione, e così via.

Da qui si può concludere che l'esistenza delle pressioni esterne derivanti dalla tensione superficiale, sono generatrici di faccie, quando esse siano capaci di vincere le resistenze interne. Esse sono le sole che nell'equilibrio di un cristallo in una fase amorfa possono essere prese in considerazione.

Mercè loro il cristallo assume poche faccie, quando è poco plastico, e ne assume molte quando è molto plastico, *ceteri paribus* relativamente alla tensione della fase amorfa. Nei cristalli fluenti, ove la plasticità assume un grado elevato e diversamente nelle diverse direzioni, la figura dovrà essere

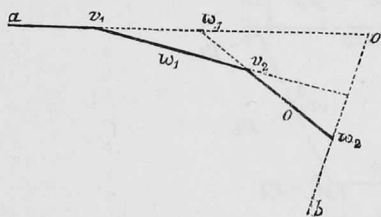


FIG. 4.

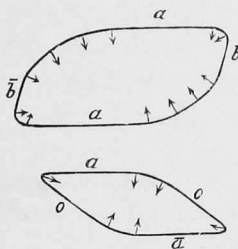


FIG. 5.

ricurva dove la plasticità è maggiore, perchè ogni piccola pressione esterna è sempre capace di vincere la resistenza interna, fig. 5. Nei cristalli liquidi, ogni pressione esterna sia pure piccola vince sempre la resistenza interna che è nulla. La figura dei cristalli liquidi deve perciò essere dovunque ricurva; e poichè in questo caso l'equilibrio di tali cristalli è solo ammissibile, quando le pressioni esterne sono le stesse in tutti i punti della superficie, ne viene che la forma dei cristalli liquidi è una sfera, purchè naturalmente l'influenza della gravità ne sia tolta.

Da questo sviluppo emerge che le pressioni esterne derivanti dalla tensione superficiale tengono equilibrio alle resistenze interne del cristallo, e trasforma questo in guisa che la superficie riesca la minima possibile e condizionata con la plasticità del cristallo senza alcun detrimento della struttura omogenea di questo, poichè le deformazioni avvengono secondo piani.

Esaurito il primo problema relativo alla tensione superficiale, possiamo ora passare al secondo, vale a dire considerare l'attrazione normale, nel caso naturalmente che il cristallo sia in via di accrescimento.

Supponiamo si tratti di una zona p. e. la zona $[(010), (100)]$, normale al piano del disegno, come poc'anzi, la quale per semplicità è stata rappresentata dalle rette a (010) , \bar{a} $(0\bar{1}0)$, b (100) e \bar{b} $(\bar{1}00)$, -fig. 6.

L'attrazione normale alla superficie è la sola che è in grado di accrescere o di diminuire il cristallo nel senso di detta forza, mentre la tensione superficiale non fa che distendere le particelle sulla superficie. La forza normale R_a accresce il cristallo normalmente ad a e la forza R_b accresce il cristallo normalmente a b , e così ogni qualvolta vi è una superficie, normalmente a questa vi è una attrazione, che fa crescere il cristallo proporzionalmente ad essa (¹). Di questa forza si può dire che essa varia con la direzione, non altrimenti potremmo ammettere lo stato omogeneo e anisotropo della sostanza cristallizzata. E concesso che essa varia, vi devono essere direzioni di forza attrattiva minima, come vi devono essere direzioni di forza massima. Vi sono dunque direzioni secondo le quali l'accrescimento del

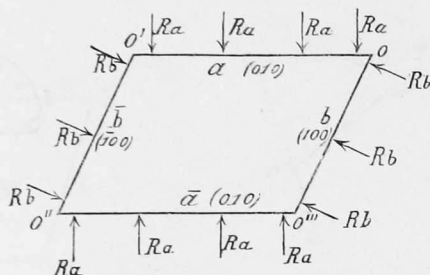


FIG. 6.

cristallo è minimo. Con R_a e R_b , fig. 6, abbiamo appunto indicato le direzioni di forza attrattiva minima.

È evidente che un cristallo di qualunque figura incipiente essa sia, per il solo effetto dell'accrescimento dovrà in ultimo essere limitato dalle sole facce a, \bar{a}, b, \bar{b} che sono rispettivamente normali ad R_a e R_b , considerando solo la zona in esame.

Il punto o , che rappresenta un loro spigolo comune, è cimentato contemporaneamente dalle forze R_a e R_b e quindi dalla loro risultante R_o , fig. 7. La sola faccia che potrà sorgere nella zona in luogo dello spigolo o , sarà necessariamente normale ad R_o , sempre che in o vi si possa formare una faccia, vale a dire se la pressione esterna T_o possa in o vincere la plasticità del cristallo.

Ammesso dunque che T_o provochi una deformazione, la faccia o , che verrà a formarsi, taglia su a e b parametri a_1 e b_1 , che stanno nel rapporto:

$$a_1 : b_1 = R_a : R_b.$$

(¹) Vedi anche Grassmann, *Zur physischen Kristallonomie und geometrischen Kombinationslehre*, 1829.

Con la formazione della faccia o si ottiene la prima complicazione nella zona $[001]$ in esame:

$$(010), (110), (100),$$

indicando con o la faccia unitaria nella detta zona.

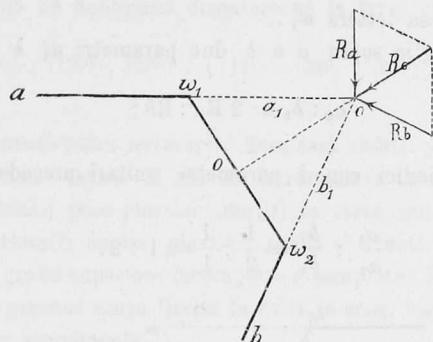


FIG. 7.

I nuovi spigoli, indicati con i punti ω_1 e ω_2 nella fig. 7, possono ora essere oggetto di nuovo esame, poichè quello che si è detto intorno al punto o ,

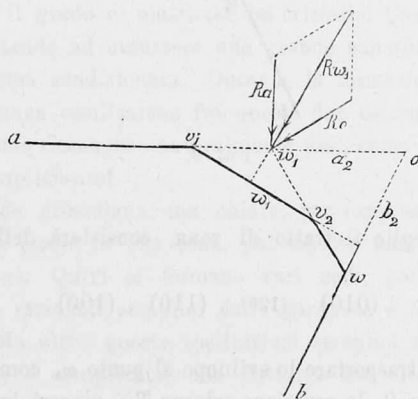


FIG. 8.

si può ripetere identicamente intorno ai punti ω_1 e ω_2 . Incominciamo dal punto ω_1 .

Qui agiscono due forze normali Ra e Ro perpendicolari rispettivamente ad a e o , e quindi la loro risultante $R\omega_1$, fig. 8. Se l'accrecimento del

crystallo dovesse avere luogo nella direzione di $R\omega_1$, esso sarebbe proporzionale a $R\omega_1$, ma solamente nel caso che esista una faccia normale a $R\omega_1$; e questa sarebbe possibile a sua volta, quando la pressione esterna $T\omega_1$ fosse capace di vincere la resistenza interna alla plasticità. Ammettiamo che $T\omega_1$ sia maggiore della resistenza interna, e allora vi si formerà una faccia normale a $R\omega_1$, la quale vogliamo di nuovo rappresentare con una retta e denominare con la stessa lettera ω_1 .

Quest'ultima taglia sopra a e b due parametri a_2 e b_2 , che stanno come:

$$a_2 : b_2 = 2 Ra : Rb ;$$

ossia, formando gli indici con i parametri unitari precedenti a_1 e b_1 , si avrà:

$$\frac{a_1}{a_2} : \frac{b_1}{b_2} = \frac{1}{2} : \frac{1}{1} = 1 : 2.$$

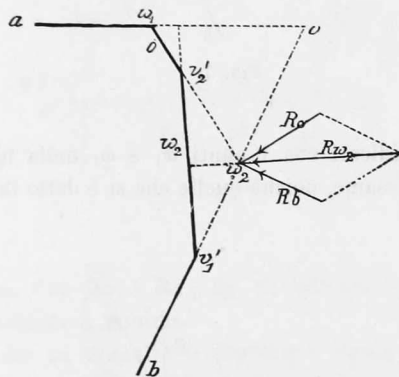


FIG. 9.

La zona, o meglio il tratto di zona, consisterà della seconda complicazione:

$$(010) , (120) , (110) , (100).$$

Non è difficile trasportare lo sviluppo al punto ω_2 come si è fatto per ω_1 . Se anche in ω_2 , fig. 9, la pressione esterna $T\omega_2$ vincerà la resistenza interna, avremo una faccia ω_2 , della quale si dirà che i suoi parametri a'_2 e b'_2 stanno come:

$$a'_2 : b'_2 = Ra : 2 Rb$$

e quindi

$$\frac{a_1}{a'_2} : \frac{b_1}{b'_2} = \frac{1}{1} : \frac{1}{2} = 2 : 1.$$

Con la faccia ω_2 la seconda complicazione nella stessa zona sarà al completo, vale a dire:

$$(010) , (120) , (110) , (210) , (100)$$

e propriamente limitata nel segmento teso fra (010) e (100).

Non possiamo nè dobbiamo discutere se la terza complicazione:

$$(010) , (130) , (120) , (230) , (110) , (320) , (210) , (310) , (100)$$

nello stesso segmento potrà avverarsi. Essa sarà infatti possibile ove le pressioni esterne saranno capaci di vincere la resistenza interna e produrre scorrimento. Nei cristalli poco plastici (fragili) la terza complicazione sarà poco probabile. Nei cristalli molto plastici, molli o fluenti vi potranno esistere complicazioni di grado superiore incomplete o complete. E nei cristalli liquidi le complicazioni saranno senza limite in tutte le zone, essendo dovunque nulla la resistenza allo scorrimento.

In seguito a queste considerazioni, osserviamo che le due forze, le quali agiscono sulla superficie di un cristallo, l'attrazione normale interna e la tensione superficiale, hanno funzione oltremodo diverse, anzi opposte. In virtù dell'attrazione normale il cristallo tende a limitarsi secondo faccie, rispetto alle quali l'accrescimento è minimo; con la tensione superficiale la superficie limite tende a schiacciarsi per formare nuove faccie in numero ed estensione secondo il grado di plasticità del cristallo. Cosicchè con la prima azione il cristallo tende ad assumere una grande superficie, con la seconda una superficie minima condizionata. Durante la formazione del cristallo vi è dunque una continua oscillazione fra questi due estremi, ove i luoghi di accrescimento minimo rimangono naturalmente fissi, come nodi, i quali hanno indici razionali semplicissimi.

Come immagine grossolana, ma chiara, per rappresentare l'andamento nella formazione di faccie in una zona, può servire una corda elastica tesa messa in oscillazione. Quivi si formano varî nodi, per lo più in piccolo numero, a distanze razionali semplici dalle estremità e formanti con queste gruppi armonici. Ma oltre queste oscillazioni semplici nella corda tesa, vi sono infinite piccole e complicate, che tuttavia non alterano i suoni principali.

L'attrazione normale alla superficie del cristallo tende a conservare i detti nodi razionali; mentre la tensione superficiale, che si oppone alla resistenza interna, tende a eliminarli. Da questo antagonismo delle due azioni risulta nella zona un certo numero di faccie, che si raccolgono intorno a nodi, ed hanno tanto maggiore probabilità, quanto più le complicazioni sono semplici.

Messa sotto questa forma la legge di Hauy, essa ha vigore per tutti i cristalli, siano solidi, fluenti o liquidi, poichè in tutti la forza di attrazione ha massimi e minimi, che sono situati in nodi a indici razionali e semplici. La differenza fra i cristalli a stato di aggregazione solido, o fluente, o liquido consiste in questo che fra cristalli solidi e fluenti la legge di Hany è evidente, e può perciò essere accertata con l'esperienza, facendo uso della legge sui numeri grandi; nei cristalli liquidi essa è mascherata dalla tensione superficiale e potrebbe essere resa evidente, sperimentando sulle forze di attrazione superficiale.

Un problema che si connette con questo riguarda le faccie vicinali nei cristalli, la differenza di plasticità nelle diverse direzioni come conseguenza della legge di Hauy nelle singole specie cristalline e i cristalli geminati. Una prossima Nota tratterà appunto di questo secondo problema.

Meccanica. — Sulla legge elementare della gravitazione.
Nota di MAX ABRAHAM, presentata dal Socio T. LEVI-CIVITA.

Nella Nota precedente ho proposto una teoria della gravitazione; secondo questa teoria il potenziale soddisfa all'equazione differenziale (1):

$$(1) \quad \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial u^2} = 4\pi\gamma v.$$

Deduciamo da essa la legge elementare per l'attrazione gravitazionale di due punti materiali in moto. Evidentemente questa legge sarà più semplice, di quella, che vale per due cariche elettriche ⁽¹⁾, in quanto che non entra esplicitamente la velocità del punto attratto. Ci contentiamo di un'approssimazione, trascurando l'influenza — allora contemplata — esercitata dal potenziale gravitazionale sulla velocità c di propagazione della luce e della gravità; questa influenza è tanto minore, quanto lo sono le masse dei due punti.

L'integrazione della (1) si compie nel modo più spedito col metodo del Herglotz ⁽²⁾, interpretandola come equazione di Poisson per un potenziale quattordimensionale. Siano $x y z u$ le coordinate del punto attraente P ed $x_0 y_0 z_0 u_0$ le coordinate del punto attratto P₀, e sia

$$(2) \quad R = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 + (u - u_0)^2}$$

⁽¹⁾ K. Schwarzschild, Göttinger Nachrichten, 1903, pag. 132; M. Abraham, *Theorie der Elektrizität* II, sec. ed., pag. 97.

⁽²⁾ G. Herglotz, Göttinger Nachrichten, 1904.