ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCCIX.

1912

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME XXI.

2° SEMESTRE.

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1912

Matematica. — *Sulle superficie algebriche, del 5° ordine, irriducibili, con un fascio ellittico di coniche.* Nota di EUGENIO G. TOGLIATTI, presentata dal Socio C. SEGRE [1].

Il sig. De Franchis, in una breve Nota comparsa in questi Rendiconti [2], enumera varie superficie algebriche del 5° ordine, irriducibili, contenenti un fascio di coniche, Σ, di genere 1: esse posseggono una linea doppia del 2° ordine, piana, irriducibile o no, per cui le loro sezioni piane generiche hanno il genere 4; posseggono inoltre due punti tripli, distinti o coincidenti, la cui congiungente, che sta sulla superficie, è per questa una retta semplice, comune ai piani delle coniche.

In una ricerca sulle superficie del 5° ordine, F^5, con infinite coniche, mi si presentarono, tra le F^5 con un fascio ellittico di coniche, alcune superficie che non rientrano tra le precedenti. Poichè tra esse ve ne son di quelle che, a quanto mi sembra, non furono tuttora studiate, espongo, in questa breve Nota, i principali risultati che ho ottenuto in proposito.

1. Le F^5 in questione hanno tutte tre rette doppie d_1, d_2, d_3, concorrenti in un punto V, che sarà triplo per la superficie, dal momento che le rette d_1, d_2, d_3 non possono essere complanari; ne segue che le sezioni piane generiche di dette superficie hanno il genere 3. Esse possono presentare due casi ben distinti, per cui le ripartirò in due gruppi.

Su quelle del 1° gruppo, i piani delle coniche del fascio Σ passano tutti per un punto, O, inviluppando un cono ellittico della 3ª classe, di vertice O. Il punto O non sta su alcuna delle rette d_1, d_2, d_3, ed è per la F^5 un tacnodo; il piano singolare nel punto O è toccato, in O stesso, da tutte le coniche di Σ, ciascuna delle quali, poi, è appoggiata a ognuna delle rette d_1, d_2, d_3 in un punto variabile. Il piano di una conica β generica di Σ sega ulteriormente la F^5 in una cubica piana ellittica tangente a β in O.

Il tipo più generale si ha quando le 3 rette doppie sono distinte; esso trovasi accennato in: Castelnuovo, *Sulle superficie algebriche le cui sezioni sono curve di genere tre.* Atti Acc. Torino, 25 (1889-1890), pp. 697-715, nota 4ª al n. 10; ed in: *Sisam, Concerning Systems of Conics Lying on Cubic Quartic and Quintic Surfaces.* Amer. Journal, 30 (1908), pp. 99-116, alla fine.

Se ne può dare una generazione geometrica osservando che i coni quadrici del fascio avente per generatrici base le rette d_1, d_2, d_3, VO, segano

[1] Pervenuta all'Accademia il 22 giugno 1912.

[2] *Le superficie irrazionali di 5° ordine con infinite coniche.* Rend. Lincei, (5) 15 (1906_2), pp. 284-286.

la F^5 (fuori di d_1, d_2, d_3) in coppie di coniche di Σ, per modo che tra i coni di un tal fascio e la varietà dei piani delle coniche di Σ si viene ad avere un riferimento algebrico (1, 2).

Inoltre, è facile costruire una trasformazione cremoniana dello spazio che muti la F^5 in un cono cubico ellittico (basta considerare il sistema delle F^4, di Steiner, aventi d_1, d_2, d_3 per rette doppie e contenenti una conica generica di Σ); si vede allora che la rappresentazione biunivoca della F^5 sul cono cubico si fa con un sistema lineare ∞^3, completo, di C^6 (bisecanti le generatrici del cono), avente un punto base doppio e 3 punti base semplici in posizione generica.

2. Sulle F^5 del 2° gruppo le coniche di Σ sono contenute, a coppie, nei piani di un fascio, il cui asse, r, è una retta semplice della F^5 (¹), appoggiata ad una delle tre rette doppie, es. d_1; e tutte le coniche di Σ toccano r nel punto $O \equiv rd_1$, sicchè ogni conica di Σ incontra in un punto variabile le rette d_2, d_3, ed in un punto fisso la d_1.

Nel caso in cui delle rette d_2, d_3 nessuna sia infinitamente vicina alla d_1, (caso di cui anche il Sisam dà un brevissimo cenno), il punto O è, per la F^5, un punto triplo biplanare (il cono cubico ivi tangente alla F^5 contiene il piano rd_1 contato due volte), a cui è successivo, nella direzione r, un punto triplo ordinario. Se una delle rette d_2, d_3 è infinitamente vicina a d_1, si ha una F^5 con una retta doppia tacnodale ed una nodale, e per la quale O è un punto triplo biplanare a cui è successiva una retta doppia infinitesima contenente, nella direzione r, un nuovo punto triplo a cui è ancora successiva una retta doppia infinitesima. Se poi le rette d_2, d_3 sono entrambe successive alla d_1, si ha una F^5 con una retta doppia oscnodale; il punto O è ora un punto triplo biplanare a cui è successiva una retta doppia (infinitesima) cuspidale di 2ª specie, contenente, nella direzione r, un nuovo punto triplo biplanare, a cui succede un' ulteriore retta doppia infinitesima.

Anche ora, osservando che il fascio dei coni quadrici passanti per d_1, d_2, d_3 e tangenti ad r in O sega sulla F^5 un fascio di linee tutte spezzate in coppie di coniche di Σ, si trae, per la F^5, una generazione geometrica mediante un riferimento algebrico (2, 2) tra i coni quadrici del fascio suddetto ed i piani per r.

È pure facile, per ciascuno dei tre casi enumerati, la costruzione d'una trasformazione quadratica dello spazio che muti la F^5 in un cono cubico ellittico; su questo si trova allora, come immagine del sistema lineare delle sezioni piane di F^5, un sistema lineare ∞^3, completo, di C^6 (bisecanti le generatrici del cono), avente un punto base doppio e tre punti base semplici,

(¹) Che si potrà perciò anche riguardare, volendo, come un caso speciale delle F^5 del sig. De Franchis.

di cui due sulla generatrice ulteriore comune al cono cubico ed al piano che lo tocca nel punto base doppio.

3. I sistemi lineari così ottenuti sul cono cubico rientrano tutti nel sistema ∞^6 delle C^6 con un punto base doppio, A; sistema che, com'è noto, si può segare mediante le quadriche tangenti al cono in A.

Ne segue che le F^5, di cui ho dato la descrizione, hanno in comune la proprietà di esser proiezioni della F^8 di S_6 rappresentata sul cono cubico ellittico dal sistema lineare anzidetto.

Meccanica. — *Sulla deformazione idrostatica degli scafi.* Nota di U. Cisotti, presentata dal Corrisp. O. Tedone [1].

Le forze agenti sullo scafo di una nave liberamente galleggiante (oppure di un sottomarino totalmente immerso) in equilibrio in mare tranquillo, si riducono, com'è noto, al peso dello scafo (e dei corpi eventualmente su esso caricati) e alle pressioni idrostatiche superficiali.

Queste forze costituiscono un sistema staticamente nullo: ad esse rimane però subordinata una deformazione dello scafo.

Della entità di questa deformazione sono bene edotti gli architetti navali. Ed in vero, nell'assegnare le dimensioni e la struttura geometrica e materiale dello scafo di una nave, si ricorre ordinariamente ai criterî della meccanica applicata per avere indicazioni, per quanto è possibile più vicine alla realtà, circa il massimo cimento cui può venire sottoposto lo scafo, senza che questo abbia a perdere le qualità elastiche, e trovarsi, di conseguenza, in pericolo di rottura [2].

Non è pertanto da trascurarsi ogni contributo, per quanto modesto, atto a precisare vieppiù lo stato di deformazione idrostatica di un solido immerso in un liquido: sia parzialmente (nave) oppure anche totalmente (sottomarino).

Per questa considerazione nutro fiducia che possano presentare qualche interesse le formule assai semplici che formano oggetto della presente Nota.

Le formule in questione permettono di valutare il valor medio della contrazione cubica. Mi riferisco al caso di un solido omogeneo, anche molteplicemente connesso. Intendo, con ciò, che il solido può presentare nel suo interno quante vogliansi cavità.

Sieno: S il volume del galleggiante (intendo dire lo spazio effettivamente riempito dal materiale); *h* l'abbassamento del suo centro di gravità

[1] Pervenuta all'Accademia il 22 giugno 1912.

[2] Cfr. ad es. — mi limito ad accennare autori italiani — Scribanti, *Lezioni sui calcoli relativi alla robustezza longitudinale degli scafi*. Genova, tip. R. Ist. Sordomuti, 1903, pp. 14 e seg.; Russo, *Manuale di architettura navale*. Torino-Roma, Roux e Viarengo, 1905, pp. 32 e seg.