

ATTI
DELLA
REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCCIX.

1912

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME XXI.

2° SEMESTRE.



ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1912

stantes caractéristiques les nombres μ_n et pour fonctions fondamentales les $\varphi_n(x)$.

Cette série est évidemment permutable avec $K(xy)$ et $N(xy)$ car chaque terme possède cette propriété. Son produit symbolique avec $K(xy)$ admet comme solutions fondamentales les $\varphi_n(x)$ et ces fonctions seulement, avec comme constantes $\gamma_n = \lambda_n \mu_n$.

Ce produit symbolique, d'après un théorème de M^r Lauricella est donc égal à $N(xy)$.

$R(xy)$ est donc une solution. Ce n'est pas la seule en général. On obtient toutes les solutions en ajoutant à $R(xy)$ un noyau quelconque orthogonal à $K(xy)$.

Fisica. — *Gli sforzi interni nei corpi ferromagnetici posti nel campo magnetico.* Nota II preliminare di F. PIOLA e L. TIERI (¹), presentata dal Socio P. BLASERNA (²).

10. Due rochettini, disposti ad angolo retto fra loro e normali al fascio catodico di un tubo di Braun, traversati dalle due correnti

$$i_1 = f_1(t) \text{ ed } i_2 = f_2(t),$$

producenti rispettivamente il campo e la forza esterna, davano il modo di apprezzare la forma

$$F(i_1, i_2) = 0$$

di una delle correnti rispetto all'altra.

Allorchè i due circuiti non abbracciavano ferro, la curva risultante $F = 0$ era, in generale, una elisse che diveniva un segmento rettilineo uguagliando le due costanti di tempo $\frac{L}{R}$. Se nel campo abbracciato da uno dei circuiti si introduceva ferro, la curva veniva a modificarsi, assumendo la nota forma dipendente dall'isteresi.

11. Un fascio luminoso, proveniente da un forellino illuminato da una lampada ad arco, riflesso dallo specchietto concavo applicato alla leva, veniva raccolto, dopo aver traversato una lente convergente, sopra uno specchio rotante. Senza campo e senza forza si vedeva nello specchio rotante una striscia luminosa rettilinea.

Mandando la corrente nella sola elica magnetizzante, cioè facendo agire la sola *tensione* prodotta dal campo, si osservava una curva periodica spostata in tal senso da indicare un accorciamento costante del filo, unito alla periodica variazione di lunghezza.

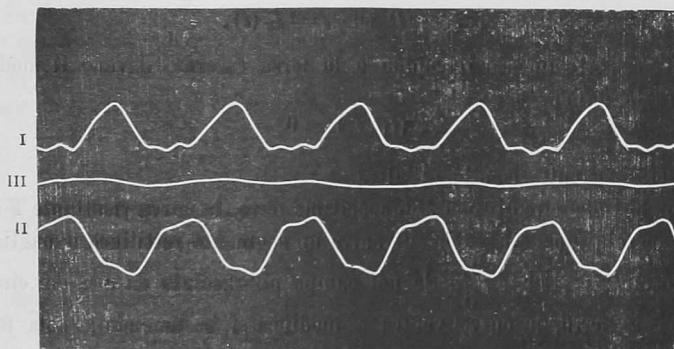
(¹) Al Piola è dovuta la parte generale ed il metodo di ricerca, al Tieri la parte sperimentale.

(²) Pervenuta all'Accademia il 30 agosto 1912.

Facendo invece che i soli rocchetti fossero in circuito, ossia che agisse la sola *trazione* esterna, si osservava una curva analoga alla precedente ma spostata in senso opposto, indicante cioè un allungamento permanente sovrapposto alla variazione periodica di lunghezza, come s'era preveduto.

Chiudendo infine le due derivazioni si otteneva l'effetto risultante delle due azioni distinte e, *regolando le cose*, si riusciva facilmente ad avere il compenso delle variazioni periodiche, senza però ottenere contemporaneamente quello delle permanenti: ossia si riusciva ad osservare nello specchio la striscia luminosa rettilinea, come quando non agiva nè campo, nè trazione, ma spostata parallelamente nel senso nel quale lo era col solo campo, però di un intervallo molto minore.

Mettendo al posto dello specchio rotante un cilindro, mantenuto in rotazione da un sistema di orologeria, e ricoperto da una pellicola sensibile, si potevano fotografare le curve. Queste, delle quali la figura ci mostra una serie, vengono ad esprimerci la lunghezza del filo in funzione del tempo quando agisce rispettivamente il solo campo magnetico (curva I), o la sola trazione estranea (curva II), o campo e trazione (curva III), compensandosi gli effetti periodici loro.



Esse sono state eseguite mentre il campo variava fra ± 31 gauss e la forza esterna massima equivaleva alla aggiunta di un carico di 65 gr. pari a 16,5 megadine per cm.^2 del filo di nikel.

OSSERVAZIONI.

a) Quando si era raggiunto il compenso, la figura disegnata sullo schermo del tubo di Braun appariva senza area. È da notare che l'area poteva essere distintamente osservata — come abbiamo provato con misure dirette — per una differenza di fase inferiore a 2° , esistente fra due correnti sinusoidali circolanti dei 2 rocchetti del tubo di Braun.

b) Il compenso allo specchio e la sparizione dell'area nel tubo di Braun si ottenevano regolando resistenza ed auto dei due circuiti ed introducendo qualche filo di ferro in quello che produceva il campo.

Questa presenza di ferro veniva ad alterare la *forma* di una delle correnti — ed il tubo di Braun ce ne avvertiva —; ma le alterazioni di forma erano così piccole da far ritenere che il ferro agisse solo in quanto modificava la costante di tempo nel circuito nel quale era posto. Della qual cosa ci convinceva specialmente il fatto che il ferro era introdotto nel circuito del campo (mentre, caso mai, avrebbe dovuto alterarsi la forma della corrente producente la trazione), e che la costante di tempo del primo circuito era — calcolata senza ferro — notevolmente inferiore a quella del secondo. In ogni modo, in future esperienze vedremo se ci sarà possibile di bandire completamente il ferro; e, se non ci sarà possibile, analizzeremo la curva della corrente da esso modificata.

c) La curva risultante non è rigorosamente una retta. Gli scarti, però, dalla forma rettilinea, sono piccolissimi rispetto alla ampiezza delle 2 curve componenti. Tali scarti possono anche essere imputabili alle vibrazioni dell'intero apparecchio che — va notato — era tutto fissato ad un supporto di legno.

d) La forma della curva II (e notiamo che nel circuito corrispondente non vi era ferro) non è quella che avevamo preveduta nella equazione (6): infatti, mentre avrebbe dovuto essere una sinusoidale, qui facilmente troviamo che coesiste in essa anche un'armonica, e precisamente la 3^a. Ma ricordiamoci che una delle ipotesi fatte per porre la (4), dalla quale abbiamo ricavato la (6), era che le variazioni nella lunghezza fossero proporzionali alla forza che le produceva. Ora appunto questa ipotesi non è vera, poichè noi siamo nelle condizioni nelle quali, non solo manca la proporzionalità, ma è sensibile anche la isteresi elastica: è ciò che introduce l'armonica.

e) Le due curve componenti hanno inoltre forma differente fra loro. Alla fondamentale è sovrapposta (anche nella I, come abbiamo visto nella II) la 3^a armonica, ma in differente fase: ciò sta ad indicare la legge differente colla quale varia la lunghezza del filo quando la forza è applicata ad un estremo, o quando essa è distribuita in tutta la lunghezza del filo per azione del campo magnetico. La differenza nella legge di variazione era prevedibile, poichè erano note le differenti forme che presentano i cicli *magnetoelastico* ed *elastico*, pur essendo ambedue simmetrici rispetto all'asse delle lunghezze e presentando ambedue area. Tali cicli, oltre ad essere stati determinati per punti, coi soliti procedimenti statici, furono da noi riprodotti con moto continuo, facendo riflettere il fascio luminoso, uscente dallo specchio della leva, dallo specchietto di un ordinario galvanometro D'Arsonval il cui telaio veniva percorso da una terza derivazione presa sulla stessa rete che alimentava campo e forza: nel lavoro definitivo riprodurremo le fotografie di questi cicli.

f) Si presenta l'osservazione come mai modificazioni di lunghezza, producentisi con leggi tanto diverse, possano compensarsi: ma è chiaro che, poichè le differenze sono nelle variazioni di lunghezza del filo, non è più il caso di parlare di esse quando il filo rimane di lunghezza costante.

g) Sarebbe molto interessante vedere come la magnetizzazione ciclica del nikel, prodotta dai cicli alternati, venga modificata allorchè la trazione esterna venga a compensare la parte periodica della tensione interna. Ci proponiamo di disporre in seguito le cose per raggiungere anche questo fine.

DETERMINAZIONE DELLA TENSIONE INTERNA.

12. Abbiamo trovato (coll'osservazione contemporanea al tubo di Braun ed allo specchio rotante) che il filo di nikel conserva inalterata la sua lunghezza, salvo un accorciamento costante, quando la corrente che produce il campo ha la stessa *forma* e la stessa *fase* di quella mediante la quale è applicata la trazione esterna.

Questo risultato sperimentale è giustificato, se si ammette che *la tensione generata nel nikel dal campo magnetico, parallelamente alle linee di forza, sia data da:*

$$(11) \quad T = a H^2,$$

dove H è il campo magnetico, ed a un coefficiente numerico costante.

Infatti, ammessa la (11), poichè nel nostro caso è

$$H = H_0 \text{ sen } \omega t,$$

avremo che la forza interna, tendente ad accorciare il filo di sezione s , sarà

$$F_1 = sa H_0^2 \text{ sen}^2 \omega t = \frac{1}{2} sa H_0^2 \{ 1 - \cos 2 \omega t \}$$

e l'azione risultante, quando sarà applicata la forza esterna data dalla (9) ed in opposizione alla precedente, sarà:

$$(12) \quad F_1 - F^1 = \frac{1}{2} (sa H_0^2 - F_0) - \frac{1}{2} \left(sa H_0^2 - \frac{B'}{K} F_0 \right) \cos 2 \omega t = \\ = p - q \cos 2 \omega t,$$

avendo trascurato q' , come nel nostro caso (§ 9) era legittimo fare.

Se

$$2q = sa H_0^2 - \frac{B'}{K} F_0 = 0,$$

da cui

$$(13) \quad a = \frac{B' F_0}{K' s H_0^2},$$

la parte periodica sarà costantemente nulla, come è nei nostri esperimenti.

Questo annullamento non porterà necessariamente con sé anche quello della parte costante, la quale darà luogo ad una diminuzione:

$$(14) \quad p = \frac{1}{2} (sa H_0^2 - F_0) = \frac{1}{2} \left(\frac{B'}{K'} - 1 \right) F_0$$

del carico applicato al filo, diminuzione che, alla sua volta, porterà l'accorciamento costante appunto osservato (§ 11) quando si aveva il compenso delle modificazioni periodiche.

La (13) ci permetterà di determinare il valore del coefficiente numerico a , poichè conosciamo, od abbiamo il modo di calcolare, i vari suoi fattori. L'unica incertezza che abbiamo è nella determinazione di $\frac{B'}{K'}$ che, per la (7), trascurando lo smorzamento A , si riduce al valore assoluto di $\frac{B'}{4\omega^2 M - B'}$; e l'incertezza proviene da B' per la forma non molto semplice della sospensione di alluminio. Ma da un calcolo approssimato relativo all'apparecchio, prendendo per modulo di elasticità dell'alluminio $72 \cdot 10^{10}$, abbiamo $B' = 14 \cdot 4\omega^2 M$, da cui $\frac{B'}{K'} = \frac{14}{13}$ in valore assoluto, e, per questo valore di B' , variazioni in più od in meno anche del 20 % in questo elemento non producono diminuzioni od aumenti di $\frac{B'}{K'}$ se non rispettivamente inferiori al 1,3 % ed al 2 %, per cui sul valore di a non verranno molto a influire.

In tal modo, ricordando (§ 11) che $\frac{F_0}{s} = 16,5 \cdot 10^8$ dine per cm^2 , e che $F_0 = 31$ gauss, otteniamo:

$$a = 18\,600.$$

Dalla (14) la diminuzione costante di carico risulta:

$$p = 2450 \text{ dine,}$$

mentre la parte costante della forza dovuta alla tensione interna è di:

$$\frac{1}{2} sa H_0^2 = 34300 \text{ dine}$$

e quella corrispondente alla trazione esterna è di:

$$\frac{1}{2} F_0 = 31850 \text{ dine.}$$

È notevole il rilevante valore della tensione interna generata dal campo magnetico nel nikel, come mette in evidenza la (11) nella quale si introduce

il valore di a qui trovato. La entità delle forze che, come si accennava al § 6, si trovano in gioco in questo fenomeno fa pensare a possibili applicazioni nelle quali questa interessi e non importi la piccolezza degli spostamenti.

CONFRONTO DEL RISULTATO SPERIMENTALE CON QUELLO TEORICO.

13. Il risultato ottenuto, cioè che *la tensione longitudinale nel nikel è proporzionale al quadrato del campo magnetico nel quale questo corpo è posto*, non coincide con quanto poteva prevedersi dalle concezioni del Maxwell, e che nelle condizioni dei nostri esperimenti pur si avrebbe atteso di ritrovare. Infatti, per il Maxwell, la tensione longitudinale, trascurando la componente dovuta alla pressione idrostatica (cioè, nelle equazioni (1), $\frac{1}{2} H$ in confronto di B) avrebbe dovuto essere proporzionale al prodotto del campo per la induzione e questo ci avrebbe portati molto lontani da quanto le esperienze ci dicono.

Poichè, ammesso come prima approssimazione, come ordinariamente è fatto in elettrotecnica, che la induzione possa esprimersi come funzione sinusoidale del tempo, ma sfasata sul campo, cioè che se il campo è:

$$H = H_0 \text{ sen } \omega t,$$

l'induzione sia:

$$B = \mathfrak{B}_0 \text{ sen } (\omega t - \alpha),$$

la tensione verrebbe proporzionale a:

$$T = H_0 \mathfrak{B}_0 \text{ sen } \omega t \text{ sen } (\omega t - \alpha) = \frac{1}{2} H_0 \mathfrak{B}_0 \{ \cos \alpha - \cos (2 \omega t + \alpha) \}.$$

ossia a:

$$T = m + n \text{ sen}^2 \left(\omega t + \frac{\alpha}{2} \right);$$

e quindi la corrente che produce il campo dovrebbe essere sfasata di $\frac{\alpha}{2}$ su quella che produce la trazione esterna.

Ora, per farci un'idea della grandezza di $\frac{\alpha}{2}$, senza aver bisogno di conoscere le unità nelle quali sono espressi \mathfrak{B}_0 ed H_0 (e per \mathfrak{B}_0 effettivamente non le conosciamo) potremo notare che, data la forma ammessa per l'induzione, la energia dissipata in un ciclo è espressa da

$$(15) \quad E = \frac{1}{4} H_0 \mathfrak{B}_0 \text{ sen } \alpha$$

e che, d'altra parte, la legge di Hopkinson, corretta mediante il fattore $\frac{11}{12}$ ricavato da noi direttamente dal confronto coll'area abbracciata dal ciclo magnetico, dà:

$$(16) \quad E = \frac{11}{12} \cdot \frac{1}{\pi} H_c \mathfrak{B}_0,$$

dove con H_c si è indicato il *campo coercitivo*. Dal confronto delle (15) e (16) risulta subito:

$$\text{sen } \alpha = \frac{11}{3\pi} \frac{H_c}{H_0}$$

e, nel nostro caso pel quale si ha $H_0 = 31$ gauss ed $H_c = 8$ gauss, determinato quest'ultimo sui cicli statici, è quindi:

$$\text{sen } \alpha = 0,302, \quad \text{e però: } \alpha = 17^{\circ},40'.$$

Lo sfasamento adunque, fra la corrente che dà il campo e quella che dà la forza esterna, dovrebbe essere dell'ordine di 9° , mentre col tubo di Braun abbiamo trovato che, di fatto, era inferiore a 2° .

14. Trovato che la tensione longitudinale non è, nelle nostre esperienze, quale è preveduta dalla teoria del Maxwell, esaminiamo se l'accordo sussista colla teoria di Kirchhoff.

Dalle (2), tenendo conto nella tensione longitudinale anche della componente dovuta alla pressione idrostatica, abbiamo:

$$T' = T - P = \frac{1}{8\pi} H \mathfrak{B} - \frac{1}{2} (k'' - k') H^2 = \frac{H}{2} \left\{ \frac{\mathfrak{B}}{4\pi} - (k'' - k') H \right\}.$$

Ora, dai valori di k' e k'' calcolati da Nagaoka ed Honda ⁽¹⁾, servendosi delle formule ricavate dalla teoria del Kirchhoff, risulta che, per campi inferiori a 40 gauss, $(k'' - k')H$ supera sempre 300.000, così che il 1° termine è sempre trascurabile rispetto al 2° e si può quindi ritenere la tensione proporzionale al quadrato del campo. Senonchè la proporzionalità non è che apparente, se poniamo per $k'' - k'$ i valori trovati dai fisici sopra citati, poichè tale differenza risulta funzione del campo avendosi per:

H =	5	10	20	30	40
rispettivamente					
$k'' - k' =$	61330	47170	32510	23850	19780.

⁽¹⁾ Phil. Mag. 1898, S. V, vol. 46^o, pag. 261.

Ma le condizioni delle nostre esperienze sono troppo differenti da quelle di Nagaoka ed Honda — poichè, mentre essi lasciano liberamente dilatare il filo, noi lo costringiamo a mantenere invariata la sua lunghezza — per potere accettare senz'altro i loro coefficienti. È perfettamente ovvio anzi ritenere che, poichè nelle nostre condizioni la lunghezza del filo non varia, non varii nemmeno il valore di $k'' - k'$ che da essa principalmente dipende.

Il risultato adunque delle nostre esperienze preliminari, fatte coll'intento di ricercar quale fosse la tensione longitudinale generata nel nickel dal campo magnetico, e che ci porta a concludere che questa tensione è proporzionale al quadrato del campo, può ritenersi rientrare nella teoria del Kirchhoff.

Chimica. — *Soluzioni solide fra alogenuri di uno stesso elemento* (1). Nota I di G. B. BERNARDIS, presentata dal Corrisp. A. PIUTTI (2).

Allo scopo di contribuire allo studio delle relazioni d'affinità esistenti fra gli alogenuri di uno stesso elemento, studio a cui hanno già contribuito, fra le altre, le esperienze di Mönkemeyer (1) (N. Jahrb. f. Mineral.-Beilageband 22, 1-47, 1906) sugli alogenuri d'argento, di piombo, rame e tellurio; di Reinders (2) (Zeitschrift f. physik. Chemie, 32, 1900, pag. 494) sul bromuro e ioduro di mercurio; di W. Plato (3) (Z. f. physik. Ch., 58, 350-372) su quelli di alcuni metalli alcalini e alcalino-terrosi; di Padoa e Tribaldi (questi Rendiconti, 12, II, 158-66) fra cloruro e ioduro mercurico; di Ruff e Plato (Berichte der Deutsche Chem. Gesell., 36, 2357) pure sui composti alcalini ed alcalino-terrosi, e di Sandonnini (questi Rendiconti, 20, 1°, 172) sugli alogenuri di piombo, ho creduto interessante istituire una serie di ricerche sul comportamento che manifestano fra loro gli alogenuri del bismuto, antimonio, arsenico e fosforo, nel separarsi dalle loro miscele binarie fuse.

Impiegai a tale scopo il metodo dell'analisi termica che in questo genere di ricerche dà buoni risultati.

Le sostanze vennero da me preparate in laboratorio, partendo dagli elementi puri forniti dalla ditta A. Kahlbaum di Berlino. Anzitutto, furono sperimentati i sistemi binari: $SbCl_3-SbBr_3$; $SbBr_3-SbI_3$; ed $SbCl_3-SbI_3$, di cui tratto nella presente Nota.

Il tricoloruro d'antimonio fu preparato secondo il metodo di Hensgen (Rec. trav. chim. Pays Bas, 10, 301; C. B. 1891, 1°, 859) facendo passare una corrente di cloro puro e secco sopra dell'antimonio in pezzi, e distil-

(1) Lavoro eseguito nell'Istituto di Chimica farmaceutica e tossicologica della R. Università di Napoli.

(2) Pervenuta all'Accademia il 23 agosto 1912.