

ATTI
DELLA
REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCCIX.

1912

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME XXI.

2° SEMESTRE.



ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1912

Matematica applicata. — *Della volgarizzazione ed applicazione della Fisicamatematica in medicina* (1). Nota del prof. S. SALAGHI, presentata dal Socio S. PINCHERLE.

Negli ultimi anni mi sono occupato attivamente della volgarizzazione della Fisicamatematica ad uso dei medici. I risultati che ne ho ottenuto meritano, a mio avviso, di essere conosciuti dai cultori delle matematiche. L'opera fu rivolta alle applicazioni dell'idrodinamica alla circolazione del sangue (*emodinamica*).

In questa materia fino ad ora dominava non poca confusione tra i medici. E la confusione si era recentemente accresciuta per un fatto, pel quale io dovetti intervenire anche per mezzo della stampa. Ecco in breve di che si tratta.

Da vari anni si era andato avviando in Germania un largo movimento scientifico intorno ai problemi attinenti all'emodinamica. V'era un crescendo continuo di pubblicazioni, come suole avvenire là quando dei temi importanti sono proposti allo studio, per quell'istinto di benevola cooperazione che è proprio della razza. Senonchè io ebbi ad accorgermi che laggiù i medici, nel fare largo uso della matematica, seguivano più la tecnica ed il formalismo che non il vero spirito di questa scienza: e giungevano così a risultati per nulla attendibili. Questi, essendo divulgati da clinici autorevoli, si erano infiltrati nella massa dei medici, avevano già invaso la scuola.

Per por fine a questo stato di cose, il mezzo migliore era di far conoscere ai medici, in termini volgari, i principi dell'idrodinamica. Ciò non può essere fatto da un matematico o da un fisico, perchè ignari della dottrina e della letteratura medica; può invece esser fatto da un medico, il quale sia istruito in matematica superiore ed in idrodinamica.

Avendo compiuto gli studi necessari in riguardo, ho creduto opportuno di intraprendere io stesso l'opera di volgarizzazione. Ho pubblicato un compendio di idrodinamica, facendone l'applicazione al circolo sanguigno (2).

(1) Lavoro fatto nel Laboratorio di Terapia fisica della R. Università di Bologna. Pervenuto all'Accademia il 18 giugno 1912.

(2) S. Salaghi, *Errori odierni di Emodinamica*. Rivista critica di clinica medica, 1908, n. 3. Vi è compreso un compendio di idrodinamica volgarizzata ad uso dei medici.

Idem, *Dello stato presente dell'Emodinamica* (Rivista sintetica e critica). Auto-risassunti e Riviste di lavori italiani di Medicina interna, 1911, n. 6. Vi è compreso un complemento al precedente compendio di idrodinamica.

Ho reso la materia in forma piana, perchè fosse compresa dai medici. Mettendola poi in relazione cogli studi odierni, ho fatto vedere quali fossero i punti incriminabili.

Nel lavoro di vulgarizzazione mi sono fondato principalmente sui seguenti dati teorici, applicandoli alla circolazione del sangue.

I. Per mostrare la relazione tra la forza motrice del cuore, la pressione sanguigna che si riscontra nelle grosse arterie a monte delle resistenze del circolo e la velocità della corrente nelle arterie stesse si è fatto uso della equazione

$$(1) \quad H = \alpha P + \beta \frac{v^2}{2g}$$

II. Se in una arteria viene disturbato il corso del sangue, allora, mentre vi diminuisce la velocità della corrente, una corrispondente quantità della forza viva che aveva la corrente medesima si converte in pressione (contingente cinetica della pressione). Questo si desume dalla equazione (1), se rimane costante il carico totale H .

III. Ad illustrare i fenomeni del moto perturbato, il quale si propaga agli strati retrostanti della vena fluida dando luogo ad aumenti di pressione, furono utilizzati gli studi teorici dell'ing. Allievi (¹). Per il colpo di ariete semplice, determinato dalla chiusura completa di un tubo, egli dà per il carico massimo H la formula

$$(2) \quad H = y_0 + \frac{a v_0}{g}$$

in cui y_0 e v_0 sono rispettivamente il carico e la velocità prima della perturbazione; a è la velocità di propagazione dell'onda. Nelle arterie la velocità di propagazione dell'onda è in media da 8 a 9 metri al secondo.

IV. Colla scorta di queste e d'altre nozioni elementari della meccanica dei liquidi ho riveduto e sottoposto alla critica gli studi odierni di emodinamica. Mi sono fermato principalmente su quelli, i cui risultati hanno già avuto una attuazione nella pratica clinica, perchè, se errori vi fossero, questi più facilmente verrebbero a diffondersi nella massa dei medici.

La parte molto sviluppata a tal riguardo è quella che si riferisce alla pressione del sangue nelle arterie. La determinazione della pressione arteriosa, mentre negli animali si fa in modo diretto, senza alterare la corrente sanguigna, mettendo un manometro in comunicazione coll'interno di un'arteria, nell'uomo si fa per via indiretta, naturalmente incruenta (*misura clinica della pressione*). Attraverso le carni viene compressa una grossa arteria, fino a che

(¹) Allievi, *Théorie générale du mouvement varié de l'eau dans les tuyaux*. Revue de Mécanique, janvier et mars, 1904.

nel tratto a valle del punto compresso scompare il polso. Lo sfigmomanometro clinico più usato è quello di Riva-Rocci. Consiste in un largo tubo di gomma elastica che è avvolto ad un braccio a guisa di bracciale pneumatico ed è in comunicazione con un manometro. Lo si gonfia mediante insufflatore, e si osserva nella colonna manometrica il grado della contropressione esterna occorrente per chiudere l'arteria del braccio (*l'omeroale*), ciò che corrisponderebbe al grado della così detta *pressione massima*. L'indicazione dell'istrumento, oltre al carico di pressione preesistente, contiene un contingente cinetico di pressione derivato dalla trasformazione della forza viva in pressione all'inceppamento che avviene della corrente nell'arteria ⁽¹⁾.

V. A meglio determinare la parte spettante al contingente cinetico di pressione nella misura clinica della pressione arteriosa, bisognava tener conto altresì delle condizioni speciali della circolazione sanguigna.

Nelle arterie la corrente è continua con rinforzi periodici, secondo il ritmo delle pulsazioni del cuore. La pressione e la velocità presentano un elemento costante ed un elemento variabile. Quanto all'elemento variabile, per mostrare il rapporto che passa tra la curva della pressione e quella della velocità, in tubi elastici come sono le arterie, ho fatto uso della relazione differenziale

$$(3) \quad \frac{\partial p}{\partial t} = A v + B \frac{\partial v}{\partial t}$$

dove $\frac{\partial p}{\partial t}$, $\frac{\partial v}{\partial t}$ indicano rispettivamente le derivate parziali della pressione p e della velocità v rispetto al tempo t ; A e B delle costanti dipendenti dal raggio e dalla elasticità del tubo, dall'attrito e dal peso specifico del liquido.

⁽¹⁾ L'errore fondamentale ed il più diffuso della Scuola tedesca è stato di credere che col solo dato della pressione, fornito dal detto sfigmomanometro applicato al braccio, possa valutarsi la velocità della corrente nelle arterie, ossia, in linguaggio medico, fare *la diagnosi funzionale della circolazione*, riconoscerne lo stato buono o deficiente. Secondo i sani principi, loro avrebbero dovuto al contrario dedurre la velocità dal carico di velocità, come io a suo tempo feci notare (loco citato) e posteriormente mostrai col l'esempio per mezzo di un nuovo istrumento, lo sfigmodinamometro (Il Policlinico, sez. medica, 1909, n. 3).

Intanto quel concetto erroneo ebbe in Germania, pel corso di parecchi anni, un ampio svolgimento in ogni lato, e via via fino all'applicazione nella pratica corrente. Diede luogo alla costruzione di appositi istrumenti, a diversi metodi per la verifica negli infermi; a ricerche sperimentali e in animali ed in tubi elastici; ad elucubrazioni matematiche ed a formule pratiche per l'esercizio medico. Fu propugnato da moltissimi scrittori. In breve può dirsi che avesse invaso l'intera Scuola. Era diventato un tema di moda. Dopo la nostra critica, cessò d'un tratto il movimento in quella direzione. Si avviò invece verso la parte da me indicata: verso al carico di velocità. Ma anche qui ebbero a verificarsi altre inesattezze; ed io dovetti intervenire una seconda volta colla critica (*Nuovi e più gravi errori di Emodinamica in Germania*. Rivista critica di Clinica medica, 1909, n. 41).

A detta relazione si giunge dopo aver considerato il movimento di un liquido in tubi elastici ed avere applicato la serie di Fourier per le funzioni periodiche. Con essa si dimostra che il massimo della velocità precede di un tempuscolo il massimo della pressione. Ciò fu pure riscontrato sperimentalmente negli animali. L'analisi di questa relazione differenziale, coll'aiuto di una rappresentazione grafica, è riuscita facile ed intelligibile ai medici al pari di una qualunque operazione elementare, poichè non v'era che da porre come varino le funzioni a seconda del segno delle loro derivate ⁽¹⁾. Questo esempio serve a far vedere come talvolta dei risultati importanti di analisi infinitesimale potrebbero essere volgarizzati a profitto dei non matematici. La teoria ci dice poi che i massimi delle due funzioni coinciderebbero, se in quella relazione differenziale mancasse il termine relativo al coefficiente di attrito. Il leggero ritardo che si osserva nel massimo della pressione rappresenta il tempo che impiega la forza viva a portare il suo contributo sotto forma di pressione in rapporto alle resistenze. Il nostro contingente cinetico di pressione, che è di uguale provenienza, seguirà pertanto non la curva della velocità, sibbene quella della pressione. Sicchè nella cifra della così detta pressione *massima* fornita dagli sfigmomanometri clinici — la quale comprende l'elemento costante e l'elemento variabile della pressione — insieme col massimo della pressione preesistente è contenuto pure il massimo del contingente cinetico di pressione derivato dall'ostacolo frapposto dall'istrumento al corso del sangue.

V'era un'altra condizione a considerare, e cioè che la velocità della corrente sanguigna è variabilissima. Varia soprattutto in eccesso, come nell'esercizio muscolare, in malattie febbrili, negli stati emotivi, ecc. Talora può sorpassare perfino di 3-4 volte la velocità ordinaria. Ora per la formula

$$(4) \quad h = \frac{v^2}{2g}$$

la forza viva cresce in ragione diretta del quadrato della velocità. Corrispondentemente aumenta il contingente cinetico di pressione, quando il moto della vena fluida è perturbato, di modo che il suo valore, nella misura clinica della pressione, è molto variabile secondo lo stato della circolazione negli infermi ⁽²⁾.

⁽¹⁾ S. Salaghi, *L'énergie cinétique du courant sanguin et son importance dans les données sphygmomanométriques d'après la théorie du mouvement des liquides*. Archives générales de Médecine, 1907, n. 7.

⁽²⁾ Un altro errore comune ai lavori odierni di emodinamica dei quali fu parola, è di ritenere che nella cifra della pressione rilevata cogli sfigmomanometri clinici sia trascurabile il contributo del carico di velocità, e che quindi il valore ottenuto possa considerarsi come espressione del solo carico preesistente di pressione. Si è creduto di poterlo dedurre dalla formula di Torricelli (equaz. 4). Data la non eccessiva velocità

* * *

L'opera compiuta in questo Laboratorio di Terapia fisica, che è l'unico esistente in Italia, segna un avanzamento della Fisicamatematica nel campo della medicina.

Se io, da solo, ho potuto far argine all'intera Scuola tedesca, e se facilmente ne ho avuto ragione, lo devo unicamente agli studî che avevo fatto in quella disciplina.

Coll'aver volgarizzato la teoria del moto dei liquidi ad uso dei medici ho altresì provveduto affinchè in avvenire non abbiano più a ripetersi simili traviamenti.

Il mio esempio ha già dato buoni frutti in Italia. Il lavoro di volgarizzazione, da me iniziato, dell'idrodinamica viene ora proseguito dal dott. Morandi nella Clinica medica di Torino, diretta dal senatore professore C. Bozzolo (1).

Elettrotecnica. — *Rettifica*. — (*Studio critico sulla teoria del Poynting*). Nota dell'ing. C. FOSSA-MANCINI, presentata dal Socio P. PIZZETTI (2).

Nel mio *Studio critico sulla teoria del Poynting*, § 4, pag. 13, dopo aver dimostrato che il vettore di Poynting risulta dalla somma del vettore cinetico, col vettore statico, diceva che, per tener conto di questo fatto, era necessario aggiungere alla formola del Poynting un termine correttivo. Ciò non è esatto, perchè in verità detta formola non richiede alcuna modificazione, sempre che si conservi la distinzione tra il vettore cinetico ed il vettore statico.

Questa rettifica non modifica affatto le conclusioni finali alle quali si giunge nella predetta Memoria.

della corrente arteriosa — a circolazione tranquilla è di circa cm. 50 al secondo nel principio dell'aorta — il valore manometrico della forza viva sarebbe scarso. Ma, come io feci notare, la formola di Torricelli dà teoricamente il valore della pressione che eserciterebbe l'unità di volume della massa liquida in movimento contro una superficie che non opponga nessun impedimento al suo corso. Siffatta condizione qui non si verifica, perchè anzi il movimento viene molto inceppato per effetto dell'applicazione stessa dello strumento. Ed è appunto ciò che dà luogo al contingente cinetico di pressione, che fu da me fatto rilevare e studiato colla scorta della teoria.

(1) E. Morandi, *Appunti di Emodinamica*. Rivista critica di Clinica medica, 1912, n. 21.

(2) Pervenuta all'Accademia il 5 luglio 1902.