ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCCX.

1913

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME XXII.

1° SEMESTRE.

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1913

Matematica. — *Un problema di eliminazione.* Nota del dottore L. ORLANDO, presentata dal Corrispondente A. DI LEGGE.

Siano

$$x = \varphi(t) \qquad y = \psi(t) \tag{1}$$

due funzioni continue della variabile t in un intervallo (t_0, T). Noi diremo d'aver risoluto il problema dell'eliminazione di t quando avremo potuto scrivere un'equazione

$$F(x, y) = 0, \tag{2}$$

valida per ogni coppia x, y che simultaneamente verifica le (1). Se φ e ψ fossero funzioni razionali (anche fratte), allora la funzione risultante (per esempio nella forma di Sylvester) risolverebbe il problema.

Ma qui siamo in un'ipotesi assai più larga: supponiamo soltanto la continuità di φ e ψ; e pertanto il problema si presenta sostanzialmente più difficile, visto che non possiamo ricorrere a quelle considerazioni d'algebra che rendono piuttosto agevole la formazione della funzione risultante. Un'estensione sarebbe sempre possibile quando si trattasse di funzioni date dal rapporto di due serie di potenze, ma richiederebbe lunghe ed acute disamine sugli algoritmi infiniti, che ne risulterebbero. Qui seguiremo una altra via.

L'insieme dei punti (x, y), che verificano le (1), è un insieme evidentemente *chiuso* (è anche continuo, ma a noi basta la sua qualità d'essere chiuso). Assunto ad arbitrio, nel piano x, y, un punto ξ, η, consideriamo la funzione

$$R(\xi, \eta) = \sqrt{(\xi - \varphi)^2 + (\eta - \psi)^2}\,.$$

Questa funzione avrà, per ogni punto fisso ξ, η, un minimo assoluto $f(\xi, \eta)$. Questo minimo geometricamente s'interpreta come la distanza del punto x, y dalla *curva* (1).

Consideriamo la funzione $f(\xi, \eta)$ delle due variabili ξ, η. Se ξ ed η, rispettivamente poste in luogo di x, y nelle (1), le verificano, allora $f(\xi, \eta)$ si annulla, nè può evidentemente annullarsi in altri punti. La funzione $f(x, y)$ è dunque una delle risultanti (2) che noi cercavamo.

Il segno del radicale (3) può formare oggetto di eleganti considerazioni, che si riattaccano ad una magistrale trattazione contenuta nei primi capitoli dell'Analisi di Jordan. Si potrebbe imporre che in un punto molto remoto il radicale abbia un determinato segno, per esempio negativo, e che sopra ogni poligonale muti di segno tutte le volte che la poligonale è traversata dalla curva continua.

Un altro modo di decidere siffatte questioni potrebbe essere quello di considerare per ogni punto ξ , η l'*angolo visuale* della curva. L'angolo visuale si può definire, come di consueto (valendosi del ds), se le (1) sono *à variation bornée*; ma si può anche svincolare dal ds, quando se ne intendano gli elementi come variazioni della funzione arctang $\frac{y}{x}$. E allora, chiamando $\alpha(\xi , \eta)$ l'angolo visuale dal punto ξ , η, potremo scrivere

$$f(\xi , \eta) = \mathrm{R}(\xi , \eta) \left[\alpha(\xi , \eta) - \pi\right],$$

assumendo R costantemente positivo, e chiamando punti *interni* quelli per i quali $f(\xi , \eta)$ risulta positiva, ed *esterni* quelli per i quali risulta negativa. In caso di punti doppî, si potranno chiamare punti *interni d'ordine* ν quelli per i quali $\alpha - \pi$ supera $2(\nu - 1)\pi$.

La trattazione precisa ed esauriente di queste considerazioni può essere un esercizio gradito e profittevole per chi conosca la trattazione di Jordan. Le presenti considerazioni interessano anche i dominî limitati da linee non continue, come quella linea che ha recentemente descritta la signorina Pia Nalli nei Rendiconti del Circolo matematico di Palermo.

Matematica. — *Un'osservazione sulle serie di potenze.* Nota del dott. L. Orlando, presentata dal Corrisp. A. Di Legge.

Matematica. — *Sul problema degli isoperimetri.* Nota di Leonida Tonelli, presentata dal Socio S. Pincherle.

Chimica tecnologica. — *Il freddo nella conservazione delle olive.* Nota del prof. G. Sani, presentata dal Socio G. Koerner.

Le precedenti Note saranno pubblicate nei prossimi fascicoli.