

ATTI
DELLA
REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCCX.

1913

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME XXII.

1° SEMESTRE.



ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1913

Qui ritorniamo ancora sulla determinazione dei sistemi $\Omega_k(S)$ dalle condizioni iniziali al n. 9, ed osserviamo che se, oltre alla superficie iniziale S o $w = 0$, si fissa la traiettoria (w) descritta dal punto $u = 0, v = 0$ come curva di Bertrand della famiglia (23), verrà ad essere nota in funzione di w la torsione $\frac{1}{T_w}$ (per $u = 0, v = 0$) e la (21*) farà quindi conoscere $\frac{\partial \varphi}{\partial w}$. Ma inoltre, per l'orientazione data in $O \equiv (0, 0, 0)$ alla curva di Bertrand, sarà anche fissato il valore iniziale di φ per $x = 0$, onde verremo a conoscere φ in funzione di w lungo la traiettoria stessa.

Possiamo quindi concludere:

Un sistema $\Omega_k(S)$ è definito se si dà (in modo arbitrario) una superficie iniziale S e la traiettoria di Bertrand uscente da un suo punto O .

In fine noteremo che pei sistemi $\Omega_k(S)$ stessi può stabilirsi una teoria delle trasformazioni, affatto analogamente come nel caso particolare dei sistemi obliqui di Weingarten. Fra queste trasformazioni figura come una trasformazione singolare quella che dà il passaggio da un sistema $\Omega_k(S)$ al suo coniugato $\Omega_k(S')$.

Matematica. — *Teoria del colpo d'Ariete*⁽¹⁾. Nota dell'ing. L. ALLIEVI, presentata dal Corrispondente V. REINA.

COLPI D'ARIETE IN CHIUSURA E IN APERTURA.

L'analisi del sistema fondamentale (9) (ved. Nota I, § 2)

$$(9) \quad \begin{aligned} \zeta_1^2 - 1 &= 2\rho(1 - \eta_1 \zeta_1) \\ \zeta_1^2 + \zeta_2^2 - 2 &= 2\rho(\eta_1 \zeta_1 - \eta_2 \zeta_2) \\ &\dots \dots \dots \\ \zeta_{i-1}^2 + \zeta_i^2 - 2 &= 2\rho(\eta_{i-1} \zeta_{i-1} - \eta_i \zeta_i) \end{aligned}$$

che lega le serie concatenate $\zeta_1 \zeta_2 \dots \zeta_i$ ad intervallo di fase, conduce a un sistema organico di leggi e dei fenomeni di colpo d'ariete quando si assuma

⁽¹⁾ La Nota I (*Esposizione generale del metodo*) fu pubblicata nei volumi delle Memorie dell'Accademia. Le Note successive di carattere prevalentemente tecnico, appariranno negli Atti dell'Associazione Elettrotecnica italiana e del Collegio degli Ingegneri di Milano. Di esse (II e II) si dà qui un Riassunto.

I. — CHIUSURA.

(1, $\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_i =$ serie decrescente; $\zeta_m > 1$).

E chiaro dalla 1^a (XII) che:

se si abbia $2\varrho \leq 1 + \zeta_m$ sarà $\zeta_m \leq \zeta_1$ e quindi possiamo trarre le conclusioni seguenti (ved. fig. IV):

Fig. IV.^a

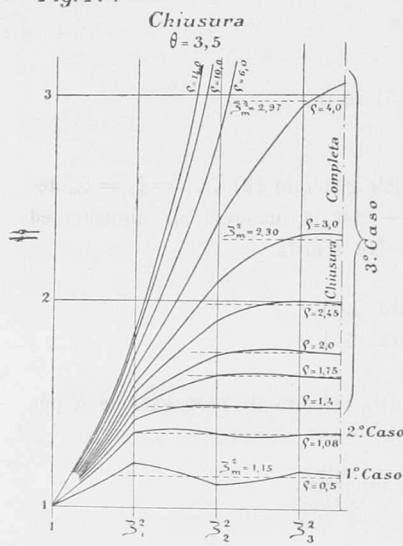
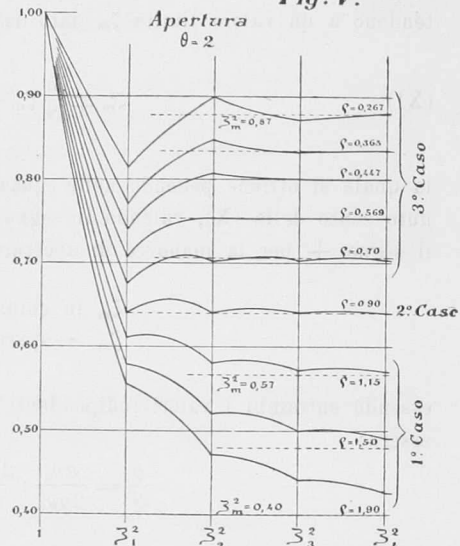


Fig. V.^a



1^o Caso: $2\varrho < 1 + \zeta_m$, $\zeta_m < \zeta_1$.

È in questo caso facile dedurre dalle (XII) che le successive ζ_i sono alternativamente $\leq \zeta_m$ e precisamente:

$$\zeta_1 > \zeta_3 > \zeta_5 > \dots > \zeta_m$$

$$\zeta_2 < \zeta_4 < \zeta_6 < \dots < \zeta_m$$

onde i successivi carichi di ritmo intero ζ_i^2 sono oscillatoriamente assintotici al valore limite ζ_m^2 .

2^o Caso: $2\varrho = 1 + \zeta_m$, $\zeta_m = \zeta_1$.

Si deduce ovviamente dalle (9) che in questo caso

$$\zeta_1 = \zeta_2 = \zeta_3 = \dots = \zeta_m$$

e cioè i carichi di ritmo intero sono tutti eguali al valore limite.

3° Caso: $2\rho > 1 + \zeta_m$. $\zeta_m > \zeta_1$.

Si deduce facilmente dalle (XII) che in questo caso le successive $\zeta_2, \zeta_3, \zeta_4, \dots$ ecc., si mantengono pure $< \zeta_m$ fino a che i numeratori delle successive (XII) si mantengono > 0 , ma ove pel diminuire delle successive η_i si verifichi la condizione:

$$2\rho\eta_i < \zeta_i + \zeta_m$$

in tal caso le successive $\zeta_{i+1}, \zeta_{i+2}, \dots$ ecc. risultano alternativamente $\cong \zeta_m$ come nel 1° caso, mentre se fosse:

$$2\rho\eta_i = \zeta_i + \zeta_m$$

si avrebbe:

$$\zeta_{i+1} = \zeta_{i+2} = \dots = \zeta_m$$

come nel 2° caso.

Ma se nessuna delle due condizioni si verifica ed i numeratori delle successive (XII) si mantengono > 0 fino all'ultimo istante di ritmo intero che precede la chiusura completa in tal caso tutti i successivi carichi restano inferiori al valore limite ζ_m^2 .

Il carico massimo di ritmo intero in chiusura risulta dunque:

nel 1° caso: il carico di colpo diretto ζ_1^2 ,

" 2° " il carico limite ζ_m^2 ,

" 3° " un carico di contraccolpo assai poco diverso da ζ_m^2 , ovvero il carico che ha luogo nell'istante della chiusura completa, inferiore a ζ_m^2 .

La legge del carico in chiusura può dunque avere i diversi andamenti rappresentati nei diagrammi della fig. IV — ciò che mostra come dovessero riuscire sterili i tentativi di costringere la definizione di simili fenomeni, e le leggi dei loro valori massimi nell'ambito di una formola unica.

Sinossi cartesiana. — Interpretando le condizioni analitiche suesposte nel campo di una sinossi cartesiana in ρ e \mathcal{V} (ved. Nota I, § 5) è facile vedere che le equazioni che si ottengono eguagliando a zero i numeratori delle (XII) individuano delle linee s_i luoghi di punti rappresentativi di tubazioni per le quali si verifica la condizione:

$$\zeta_i = \zeta_{i+1} = \dots = \zeta_m$$

e che separano il campo sinottico in zone di tubazioni alle quali competono le diverse leggi di cui il diagramma fig. IV.

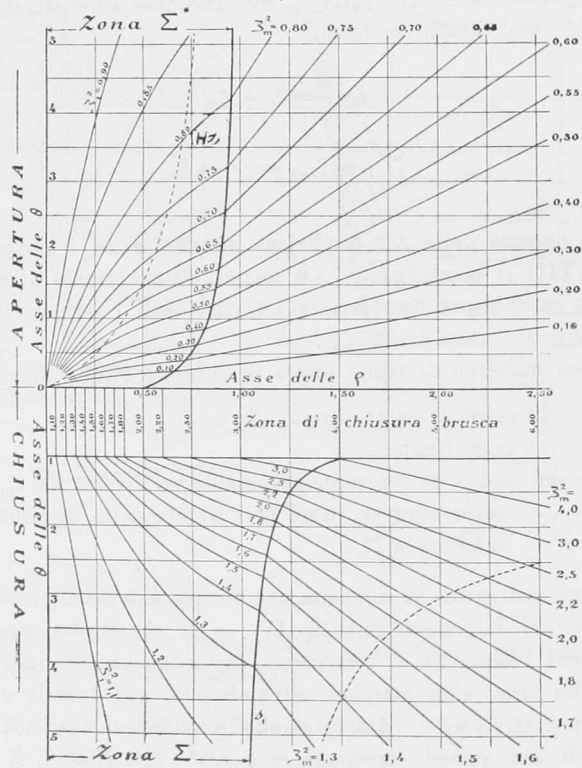
Questi luoghi s_i sono rami ad andamento iperbolico aventi per assintoto verticale comune la $\rho = 1$ ed inoltre ciascuno per assintoto orizzontale la

$e = i - 0,5$. La prima e più interessante di esse e cioè la s_1 di cui l'equazione: $2e = 1 + \zeta_m$, sostituendo ζ_m da (XI) diventa:

$$(XIII) \quad e = \frac{4\vartheta - 1}{4\vartheta - 2}$$

non è altro che il ramo di iperbole equilatera (assintoti $e = 1$, $\vartheta = 0,5$)

Fig. VI.^a



segnato nel quadrante inferiore della figura VI che dà la sinossi cartesiana delle tubazioni manovrate in chiusura.

La zona Σ compresa fra l'asse ϑ e il ramo d'iperbole s_1 fino a $\vartheta = 1$ è dunque la zona comprensiva delle tubazioni per le quali il carico massimo di ritmo intero in chiusura è il carico di colpo diretto, e come risulta dall'abaco delle e (ved. Nota I, § 3, fig. 1^a) simili tubazioni sono quelle relative ad alte ed altissime cadute.

Il resto del quadrante sinottico inferiore a destra di s_1 , è invece comprensivo di tubazioni per le quali giusta le osservazioni precedenti si può assumere ζ_m^2 come espressione del carico massimo in chiusura.

La fig. VI ci dà anche un abaco dei carichi massimi in chiusura abbastanza approssimato (in quanto si può in generale e con una certa approssimazione ammettere che i massimi abbiano luogo negli istanti di ritmo intero, ved. Nota 1^a, § 4) mediante il tracciamento delle curve luoghi di tubazioni per le quali il carico di colpo diretto ζ_1^2 e il carico limite ζ_m^2 hanno determinati valori. Il quadrante sinottico deve all'uopo suddividersi in tre zone e cioè:

1°) *Zona di chiusura brusca.*

Quando sia $\mathcal{S} \geq 1$ e cioè la chiusura completa effettuata in fase di colpo diretto, il carico raggiunge al termine della manovra (e conserva per il resto della fase) il valore che si ha ponendo nella 1^a (9) $\eta_1 = 0$ e cioè:

$$(XIV) \quad \zeta_1^2 = 1 + 2e$$

che io indico come *carico di chiusura brusca*.

Nella zona orizzontale $0 < \mathcal{S} < 1$ (zona di chiusura brusca) i luoghi di tubazioni per le quali il carico in chiusura aggiunge dati valori massimi sono dunque dei segmenti rettilinei verticali (fig. VI).

2°) *Zona del colpo diretto.*

Nella zona Σ a sinistra della s_1 e cioè nella zona di tubazioni aventi caratteristica inferiore al valore (XIII) il carico massimo di ritmo intero in chiusura è come vedemmo il carico di colpo diretto ζ_1^2 , ed i luoghi delle tubazioni per le quali detto carico ha dati valori sono ovviamente i luoghi individuati dalla 1^a (9) ponendovi:

$$\eta_1 = 1 - \frac{1}{\mathcal{S}} \quad \zeta_1 = \text{cost}$$

e cioè:

$$(XV) \quad e = \frac{\zeta_1^2 - 1}{2} \cdot \frac{\mathcal{S}}{\zeta_1 - (\zeta_1 - 1) \mathcal{S}}$$

che nel quadrante sinottico rappresenta i rami di un fascio di iperboli equilatero passanti per l'origine quali sono segnate nella fig. VI (quadrante inferiore).

3°) *Zona del carico-limite.*

Nella zona angolare illimitata a destra di s_1 il carico massimo risulta, come abbiamo veduto, poco diverso da ζ_m^2 ovvero inferiore ad esso onde per gli scopi tecnici la zona è sufficientemente illustrata col tracciamento dei

luoghi di tubazioni per le quali ζ_m^2 ha determinati valori luoghi che per la (XI) risultano individuati da:

$$(XVI) \quad \frac{q}{g} = \zeta_m - \zeta_m^{-1}$$

equazione del fascio di rette passanti per l'origine tracciato nel quadrante inferiore della fig. VI.

II. — APERTURA.

(1, $\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_i$ = serie crescente; $\zeta_m < 1$).

È chiaro dalla 1^a (XII) che se si abbia:

$$2q \cong 1 + \zeta_m \quad \text{sarà:} \quad \zeta_m \cong \zeta_1$$

e quindi si può concludere (fig. V):

$$1^{\circ} \text{ Caso: } 2q > 1 + \zeta_m \quad , \quad \zeta_m < \zeta_1.$$

Essendo le η_i crescenti i numeratori dei primi membri delle successive (XII) sono tutti > 9 e quindi:

$$\zeta_1 > \zeta_2 > \zeta_3 > \dots > \zeta_m$$

e la serie decrescente dei carichi è semplicemente assintotica al valore limite.

$$2^{\circ} \text{ Caso: } 2q = 1 + \zeta_m \quad , \quad \zeta_m < \zeta_1$$

onde

$$\zeta_1 = \zeta_2 = \zeta_3 = \dots = \zeta_m.$$

$$3^{\circ} \text{ Caso: } 2q < 1 + \zeta_m \quad , \quad \zeta_m > \zeta_1.$$

Conviene distinguere diverse ipotesi:

α) Se il numeratore della 2^a (XII) e di conseguenza anche i successivi sono > 0 si ha: $\zeta_1 < \zeta_2 < \dots < \zeta_m$ e la serie dei carichi di ritmo intero è semplicemente assintotica al valore limite ma il diagramma del carico è configurato ad archi concavi in basso di cui ciascuno taglia la orizzontale di ordinata $= \zeta_m^2$ (ved. fig. V $q = 0,70$).

β) Se un certo numero di numeratori delle (XII) si mantengano < 0 finchè uno di essi e i successivi diventano $\cong 0$ in tal caso un corrispondente numero di carichi risultano alternativamente $\leq \zeta_m^2$, mentre i successivi sono tutti $= 0$ o tutti > 0 o tutti $< \zeta_m^2$ (fig. V).

Sinossi cartesiana. — Interpretando le condizioni analitiche suesposte nel campo della sinossi cartesiana in q e g , è chiaro che le equazioni che si ottengono eguagliando a zero i numeratori delle (XII) rappresentano i

rami s_i^* delle curve s_i precedentemente descritte (manovre di chiusura) situati nel quadrante (ϱ, ϑ) per cui le ϑ hanno segno contrario a quello loro attribuito per la chiusura (quadrante superiore, fig. VI).

La prima e più importante di esse e cioè la s_1^* , giusta l'equazione:

$$(XIII)^{bis} \quad \varrho = \frac{4\vartheta + 1}{4\vartheta + 2}$$

non è che il ramo superiore della iperbole equilatera (XIII) che incontra $\vartheta = 0$ nel punto $\varrho = 0,5$, ed ha per assintoto $\varrho = 1$. Le successive $s_2^* s_3^* \dots s_i^*$ passano invece tutte per l'origine e sono distribuite nella zona Σ^* fra la s_1^* e l'asse ϑ , zona in cui la depressione massima o carico minimo di apertura è quella di colpo diretto. I luoghi di tubazioni di Σ^* per le quali detto carico minimo ha un determinato valore sono dati dal fascio delle:

$$(XV)^{bis} \quad \varrho = \frac{1 - \zeta_1^2}{2} \cdot \frac{\vartheta}{\zeta_1 - (1 - \zeta_1) \vartheta}$$

e cioè delle iperboli equilatera passanti per l'origine rappresentato nella fig. VI (quadrante superiore); mentre nella zona illimitata a destra di s_1^* il carico minimo in apertura può ritenersi poco diverso da ζ_m^2 ed i luoghi pei quali detto carico ha un determinato valore sono costituiti dal fascio di rette

$$(XVI)^{bis} \quad \frac{\varrho}{\vartheta} = \zeta_m^{-1} - \zeta_m.$$

Il caso di apertura per messa in funzione di tubazioni inizialmente chiuse per le quali $\varrho = 0$ esige investigazioni speciali.

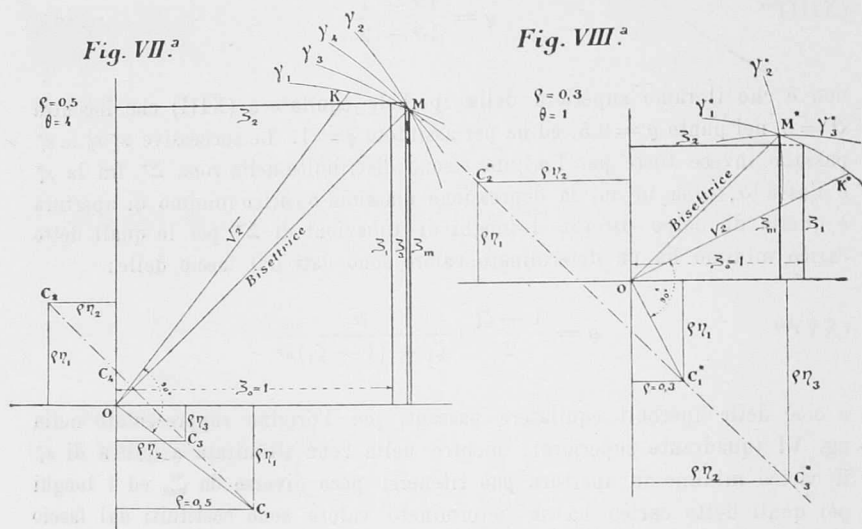
Ed infine lo studio dei carichi di ritmo intercalare sia di chiusura che di apertura può farsi differenziando le (9) ed investigando le leggi dei valori delle ζ_i e loro coefficienti differenziali nell'ambito di ogni singola fase.

DIAGRAMMI CIRCOLARI DELLE SERIE CONCATENATE.

Le leggi del carico di chiusura e apertura possono esplorarsi anche col metodo grafico dei diagrammi circolari di cui al § 6, Nota I) i quali nel caso di manovra con legge lineare sono caratterizzati dalla proprietà che:

A) per la chiusura (fig. VII) i centri $C_1 C_2 \dots C_i$ dei cerchi $\gamma_1 \gamma_2 \dots \gamma_i$ sono situati su una retta a 45° cogli assi passante al disopra dell'origine, mentre i cerchi stessi passano tutti per uno stesso punto M della bisettrice degli assi, di cui le coordinate danno il valore limite ζ_m di chiusura;

B) per l'apertura (fig. VIII) i centri $C_1^* C_2^* \dots C_i^*$ dei piccoli $\gamma_1^* \gamma_2^* \dots \gamma_i^*$ sono situati su una retta a 45° cogli assi e passante al disotto dell'origine, mentre i cerchi stessi passano tutti per un punto M^* della bisettrice degli assi di cui le coordinate danno il valore limite ζ_m di apertura.



È ovvio come il sistematico esame delle diverse configurazioni che prendono le fig. VII ed VIII per diversi valori di φ e ϑ conduca ad una elementare, e semplice teoria grafica del colpo d'ariete per quanto concerne i carichi di ritmo intero.

Fisica. — *Calorimetro ad anetolo.* Nota del dott. UGO GRASSI, presentata dal Socio A. RÒTTI.

In una Nota precedente ⁽¹⁾ avevo accennato come costruendo il corpo del calorimetro di Bunsen a doppia parete e facendo il vuoto nella intercapedine si poteva pensare di riempire il corpo calorimetrico stesso con sostanze diverse dall'acqua e dal ghiaccio.

Il vantaggio che così si ottiene è senz'altro evidente quando si pensi che liberandosi dall'obbligo di fare le osservazioni calorimetriche a zero gradi (che è naturalmente imposto dall'impiego del calorimetro a ghiaccio) si potrebbe osservare la variabilità del calore di reazione con la temperatura.

⁽¹⁾ Vol. XXII serie 5^a, 1^o sem., fasc. 5^o, pag. 304.