ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCCX.

1913

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME XXII.

1° SEMESTRE.

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1913

Matematica. — *Sulle serie algebriche semplicemente infinite di gruppi di punti appartenenti a una curva algebrica.* Nota di RUGGIERO TORELLI, presentata dal Socio E. BERTINI.

1. Una curva C_p di genere p possiede sempre serie algebriche ∞^1, non costituite di gruppi equivalenti, aventi il genere $\geqq p$; ma non ne possiede, in generale, di genere $< p$. Allorquando una serie siffatta esiste, la varietà jacobiana V_p di C_p possiede due congruenze d'indice 1 di varietà picardiane, perfettamente determinate dalla serie stessa (¹). Queste congruenze sono mutate in sè dalle trasformazioni (di 1ª e 2ª specie) di V_p; la somma delle loro dimensioni è p.

2. Una delle dette congruenze si può costruire nel seguente modo:

Sia γ_n^1 la nostra serie, di ordine n e genere $\pi < p$; Γ_π una curva imagine di essa. Presa su C_p una generica serie lineare $g_{n\pi+p}^{n\pi}$, ogni π-pla di gruppi di γ_n^1 ha per residuo un gruppo di p punti.

Questi residui formano una serie $\infty^{\pi-i}$ $(o \leqq i < \pi)$, *rappresentata in* V_p *da una varietà (irriducibile) picardiana* V′, *che, al variare della* $g_{n\pi+p}^{n\pi}$, *descrive appunto una congruenza* S *di indice* 1, *mutata in sè dalle trasformazioni di* V_p. *Si debbono ora distinguere tre casi:*

a) *una generica* π*-pla di gruppi di* γ_n^1 *non è equivalente ad alcuna altra* π*-pla. Allora le* V′ *sono birazionalmente identiche alla varietà jacobiana* V_π *di* Γ_π;

b) *una generica* π*-pla di gruppi di* γ_n^1 *è equivalente ad altre* $\varepsilon - 1$. *Allora le* V′ *hanno la dimensione* π; *e sono bir. identiche a una ben determinata involuzione* I_ε, *di ordine* ε, *di* V_π, *mutata in sè dalle trasformazioni di 1ª e 2ª specie di* V_π;

c) *una generica* π*-pla di gruppi di* γ_n^1 *è equivalente ad altre* ∞^i. *Allora le* V′ *hanno la dimensione* $\pi - i$; *e sono bir. identiche a una ben determinata congruenza d'indice* 1, Σ, *di varietà picardiane* W_i *(eventualmente riducibili) di* V_π, *mutata in sè dalle trasformazioni di 1ª e 2ª specie di* V_π.

Si noterà che due punti di V_π coniugati in I_ε (nel caso *b*), ovvero appartenenti a una stessa W_i (nel caso *c*), sono imagini di due π-ple equivalenti di gruppi di γ_n^1.

(¹) Come risulta da considerazioni di Castelnuovo. (Questi Rend., vol. XIV, 1905).

Si noti pure che *colla precedente costruzione resta individuata, a meno di trasformazioni di 1ª specie, una corrispondenza biunivoca Θ fra una qualunque* V′ *e risp.* V_π *o* I_ε *o* Σ.

3. Poniamo in una stessa *classe* due serie quando sono riferibili biunivocamente gruppo a gruppo, in guisa che la somma o la differenza di gruppi omologhi varî in una serie lineare. È chiaro allora che le serie di una stessa classe presentano contemporaneamente tutte o il caso *a*) o il *b*) o il *c*); e anzi individuano nella V_p, nel senso spiegato al n. 2, la stessa congruenza S.

Possiamo allora domandarci di collegare ciascuno dei tre casi che può presentare una classe di serie, coll'esistenza nella classe di serie dotate di qualche particolarità. Di tal questione, che mi si è presentata in varie ricerche di geometria algebrica, mi sono occupato in un lavoro di cui ho testè ultimato la redazione. Enuncio qui i principali risultati ottenuti [1]; essi risolvono esaurientemente la questione per le classi contenenti una involuzione.

Per ovvie ragioni possiamo intanto escludere dalle nostre considerazioni *le classi determinate dalla serie in cui ogni gruppo è equivalente a qualche altro gruppo*; *ovvero dalle serie costituite dai gruppi di un'altra serie, pensati ciascuno più volte*. Le serie del 1° tipo, se di genere > 1, presentano il caso *c*); quelle del 2° il caso *b*) o il *c*).

4. Cominciamo dall'indicare una semplice costruzione di curve C_p contenenti una serie bir. identica a una data curva Γ_π.

Si prenda perciò entro la varietà jacobiana V_π di Γ_π una curva C_p. Su questa le $V_{\pi-1}$ di V_π, imagini dei punti di Γ_π, segano appunto (in generale) una certa serie γ, bir. identica a Γ_π. Orbene, si dimostra facilmente che:

Se C_p *è immersa in una varietà picardiana, di dimensione* $< \pi$, *contenuta in* V_π, *la* γ *presenta il caso* c); *altrimenti presenta il caso* a), *ovveno il* b).

5. Ciò posto, si hanno i seguenti criterî:

I. *Se tra le serie di una classe non ve n'è alcuna composta con una involuzione, esistono nella classe infinite serie costruibili come al n. 4.*

II. *Se tra le serie di una classe v'è una involuzione ciclica* [2] *priva di coincidenze, le serie presentano il caso* b). *Ogni* π*-pla di gruppi di una di esse è equivalente ad altre* $\varepsilon - 1$ π*-ple, se* ε *è l'ordine e* π *il genere dell'involuzione.*

III. *Se tra le serie di una classe v'è una involuzione non composta, che non sia una involuzione ciclica priva di coincidenze, le serie presentano il caso* a).

IV. *Se tra le serie di una classe ve n'è una composta con una involuzione, si può presentare ciascuno dei tre casi* a) b) c). *Si può allora*

[1] Dei quali in altro prossimo lavoro indicherò varie applicazioni.

[2] Generata cioè da una corrispondenza biunivoca ciclica della curva sostegno.

ricondurre la questione all'analoga per serie del tipo indicato al n. 4, o per involuzioni non composte.

6. A proposito del criterio I, rileverò che, data su una curva C una serie γ, non composta con una involuzione) *si può facilmente decidere se nella classe individuata da* γ *esistono serie composte con una involuzione.* E precisamente: *presa una curva* Γ *bir. identica a* γ, *quest'ultima individua su* Γ *una serie* γ' *bir. identica a* C: *se, e solo se, ogni gruppo di* γ' *è equivalente ad altri gruppi di* γ', *la classe individuata da* γ *contiene serie composte con una involuzione.*

7. Rispetto alle curve contenenti un'involuzione (irrazionale) noterò anche la seguente proprietà:

Tra le serie di una classe vi sia una involuzione J, *e si considerino le varietà* Z, Z_1 *segate su una qualunque delle* V', *di cui si parla al n. 2, da due* V_{p-1} *di* V_p, *imagini di due punti di* C_p *coniugati in* J. *Allora si ha* $Z \equiv Z_1$, *ovvero* $\varepsilon Z \equiv \varepsilon Z_1$, *secondochè* J *presenti il caso* a) o *il* b).

8. Si noti pure che:

Le serie che presentano il caso c) *non possono essere a moduli generali.*

Esse sono caratterizzate dal fatto che $p - \pi + i$ *integrali di* 1ª *specie indipendenti della curva sostegno forniscono, sommandone i valori nei punti di un gruppo variabile, somme costanti. Non possono mai essere involutorie.*

9. Le considerazioni del n. 2 si invertono nel seguente modo:

Se la varietà jacobiana V_p *di una curva* C_p *possiede una congruenza d'indice* 1, S, *di varietà picardiane* V' (*mutata in sè dalle trasformazioni di* 1ª *specie di* V_p), *esistono su* C_p (*e si determinano tutte*) *infinite classi di serie che individuano in* V_p, *colla costruzione del n. 2, la data congruenza* S. *E più precisamente: sia assegnata una corrispondenza biunivoca* Θ *fra una delle* V' *e la varietà jacobiana* V_π *di una curva* Γ_π; *ovvero fra quella* V' *e una involuzione* I_ε *o congruenza d'indice* 1, Σ, *di* V_π; I_ε *o* Σ *essendo mutata in sè dalle trasformazioni di* 1ª *specie di* V_π. *Allora esistono su* C_p (*e si determinano tutte*) *infinite serie* γ, *appartenenti a una stessa classe e bir. identiche a* Γ_π, *le quali individuano in* V_p *la data congruenza* S; *e fra quella* V' *e* V_π *o* I_ε *o* Σ *subordinano la data corrispondenza* Θ, *nel senso detto in fine del n. 2.*

Osservazione. — Una varietà picardiana V_π possiede, per ogni valore dell'intero ω, una ben determinata involuzione di ordine $\omega^{2\pi}$ (che indicheremo con $J^{(\omega)}$), bir. identica ad essa, i cui gruppi sono costituiti dai punti ω-pli delle $g_\omega^{\omega-1}$ di V_π [1]. Orbene, occorre notare (ved. n. 3, fine) che:

1) *Se l'involuzione* I_ε, *o la congruenza* Σ, *di cui parla l'ultimo enunciato, è una* J^{ω} *entro* V_π, *o entro una involuzione o congruenza d'indice* 1 *di* V_π (*l'invol. o la congruenza essendo mutata in sè dalle trasformazioni*

[1] Castelnuovo, loc. cit.

di V_π); tra le serie γ ve n'è di costituite da gruppi di altre serie, contati ciascuno ω volte.

2) *Se. presa una curva g di V_π imagine dei punti Γ_π, la varietà di Σ che passa per un punto di g incontra g in altri $\eta - 1$ punti, allora ciascuna della serie γ possiede $\eta - 1$ gruppi equivalenti al suo gruppo generico.*

Matematica. — *Sull'esistenza della soluzione, in problemi di calcolo delle variazioni.* Nota di LEONIDA TONELLI, presentata dal Socio S. PINCHERLE.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

Fisica. — *Riversibilità dei generatori elettroacustici* (« *summer* »). Nota di P. BARRECA, presentata dal Socio P. BLASERNA.

I generatori elettroacustici (che converrebbe chiamare più brevemente: *fonoalternatori*) constano, come è noto, di un microfono e di un ricevitore telefonico, che sono connessi attraverso un trasformatorino ed in pari tempo affacciati. Munendoli di due tubi risonatori (A. Larsen, Elektrotechnische Zeitschrift 1911) dànno note abbastanza pure e fisse, cioè correnti sinusoidali con frequenza discretamente costante, regolabile tra qualche centinaio e qualche migliaio.

Non è stato finora osservato che sono reversibili, cioè che alimentandoli con corrente telefonica dal lato dei morsetti alternativi forniscono dagli altri corrente continua (sovrapposta ad alternata). Siccome questa disposizione potrebbe giovare in qualche esperienza, ne dò un breve cenno:

Prendevo corrente telefonica, col mettere in serie in una linea alimentata da una dinamo ordinaria a 100 volt un condensatore da mf. 7,5; questa corrente alternativa (dovuta alla commutazione sul collettore) alimentava, per i morsetti alternati, un fonoalternatore tipo Larsen ed aggiustando i tubi di questo, fino a risonanza, si udiva in tutta la sala la nota corrispondente. In tali condizioni, derivando dai morsetti continui un microamperometro da ohm 9,2 (un tipo Paul con un perno solo), questo andava fuori scala e se si inserivano in serie ad esso altri 30 ohm segnava 250 microampère.

Variando di uno o due millimetri la lunghezza dei tubi (che era circa 14 cm.) si notava subito il variare della lettura galvanometrica, cioè questa