

ATTI
DELLA
REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCCX.

1913

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME XXII.

2° SEMESTRE.



ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1913

Meccanica. — *Sulla teoria dei sistemi reticolari triplamente iperstatici*. Nota di GUSTAVO COLONNETTI, presentata dal Socio T. LEVI-CIVITA (1).

In una breve Nota, recentemente pubblicata negli Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino (2), ho abbozzato una possibile estensione della teoria dell'ellisse terminale di elasticità, applicata allo studio degli archi incastrati agli estremi, mostrando come si potessero con vantaggio utilizzare le caratteristiche eleganti proprietà della medesima ellisse nella ricerca delle sollecitazioni relative ad una qualsiasi sezione, anche non terminale, dell'arco.

Mi propongo qui di far vedere, con la maggiore possibile brevità, ma nel modo più generale, come (grazie alla considerazione di certi moti relativi, affatto analoghi a quelli di cui ho fatto, in quella Nota, uso continuo) il prezioso metodo di ricerca ideato dal Culmann possa utilmente venir introdotto nello studio delle condizioni statiche di ogni qualsiasi sistema elastico comportante tre condizioni di vincolo sovrabbondanti.

Mi riferirò, per fissare le idee, al caso di una travatura reticolare piana (con articolazioni a cerniera senza attrito) dotata di tre aste sovrabbondanti, i cui assi suppongo non concorrenti in un medesimo punto. Ed indicherò con X, Y, Z, le grandezze incognite delle tensioni che si sviluppano rispettivamente in quelle tre aste sotto l'azione di un sistema (piano, e del resto qualunque) di forze applicate ai nodi della travatura data.

È noto che ciò equivale, in ultima analisi, ad affermare che, praticata idealmente attraverso il sistema una sezione interessante le tre aste assunte come sovrabbondanti, l'equilibrio può venir conservato quando si intendano applicate a quelle che, in un certo senso, potrebbero chiamarsi le due faccie del taglio, le due terne di forze X, Y, Z, e $-X$, $-Y$, $-Z$, aventi rispettivamente per linee d'azione i tre assi geometrici delle medesime aste (su ciascuno dei quali sia stato, in modo conveniente, fissato un certo senso positivo).

Per altra parte la ricerca di una qualsiasi caratteristica del sistema di tensioni interne che si sviluppano, sotto l'azione di un dato complesso di forze esterne, in una sezione comunque praticata attraverso ad un qualsiasi sistema elastico in equilibrio, si può ricondurre allo studio della variazione di configurazione che il sistema stesso subirebbe qualora, praticato idealmente un taglio in corrispondenza di quella sezione, si potesse provocare un conveniente spostamento relativo dell'una faccia del taglio rispetto all'altra

(1) Pervenuta all'Accademia il 14 luglio 1913.

(2) *Sulla teoria degli archi*, Atti della R. Accademia di Scienze di Torino, vol. LXVIII (1912-13).

mediante l'applicazione, sulle faccie stesse, supposte indeformabili, di due forze eguali e contrarie ⁽¹⁾.

Ne segue che tre siffatte variazioni di configurazione, convenientemente scelte, debbono bastare a definire i valori che, in corrispondenza di una qualsiasi condizione di carico, spettano alle tre tensioni incognite X , Y , Z , o, quanto meno, a tre parametri da cui quelle incognite possono farsi dipendere linearmente.

Immaginiamo pertanto indeformabilmente collegati fra loro quei tre capi liberi delle tre aste tagliate su cui si intendono applicate le tre forze assunte come positive X , Y , Z , mediante un nesso rigido (che nelle nostre figure 1 e 2 trovasi rappresentato dal triangolo tratteggiato) il quale si comporterà come se ad essi capi fosse articolato a cerniera senza attrito. E similmente immaginiamo che gli altri tre capi liberi delle stesse tre aste tagliate, quelli cioè su cui si intendono applicate le tre forze negative $-X$, $-Y$, $-Z$, si trovino alla loro volta collegati, in modo analogo, ad un altro nesso rigido (rappresentato nelle stesse figure dal triangolo punteggiato).

Se a questi due nessi rigidi, che impersonano in certo qual modo nel caso presente le solite due faccie del taglio, noi applichiamo rispettivamente due forze \mathcal{S} e $-\mathcal{S}$ aventi una medesima linea d'azione p nel piano dato, eguali fra loro in grandezza e rivolte in sensi contrarii, il moto relativo che essi vengono a subire per effetto della conseguente deformazione elastica del sistema reticolare, *staticamente determinato*, che li collega, può, per la sua piccolezza, essere assimilato ad una rotazione elementare attorno ad un certo punto P dello stesso piano, il quale corrisponde alla retta p in una polarità priva di punti uniti ⁽²⁾, pel cui centro (che si usa contraddistinguere col nome di baricentro elastico) passano tutti e soli quegli assi di sollecitazione pei quali il moto relativo dei soliti due nessi rigidi si riduce ad una semplice traslazione.

Nei casi pratici la conoscenza di questo centro è di essenziale importanza, e la sua determinazione immediata: basta invero, per conoscerlo, aver costruito la deformata del sistema staticamente determinato da noi preso in esame supponendo i due suoi nessi rigidi sollecitati rispettivamente da due coppie eguali e contrarie.

E come il diagramma di deformazione che così si ottiene può essere interpretato come diagramma di influenza del momento, preso rispetto allo stesso centro, delle tre forze incognite X , Y , Z , così ogni diagramma di de-

⁽¹⁾ *Sul principio di reciprocità*, Rend. della R. Accad. dei Lincei, vol. XXI, ser. 5^a, (1° sem. 1912). Questa Nota venne recentissimamente riprodotta, con qualche variante, nel Giornale del Genio Civile.

⁽²⁾ Si può infatti agevolmente dimostrare: 1°) che la corrispondenza fra P e p è biunivoca; 2°) che P e p non possono mai appartenersi; 3°) che se q è una retta passante per P , il punto Q che ad essa corrisponde deve giacere sulla retta p .

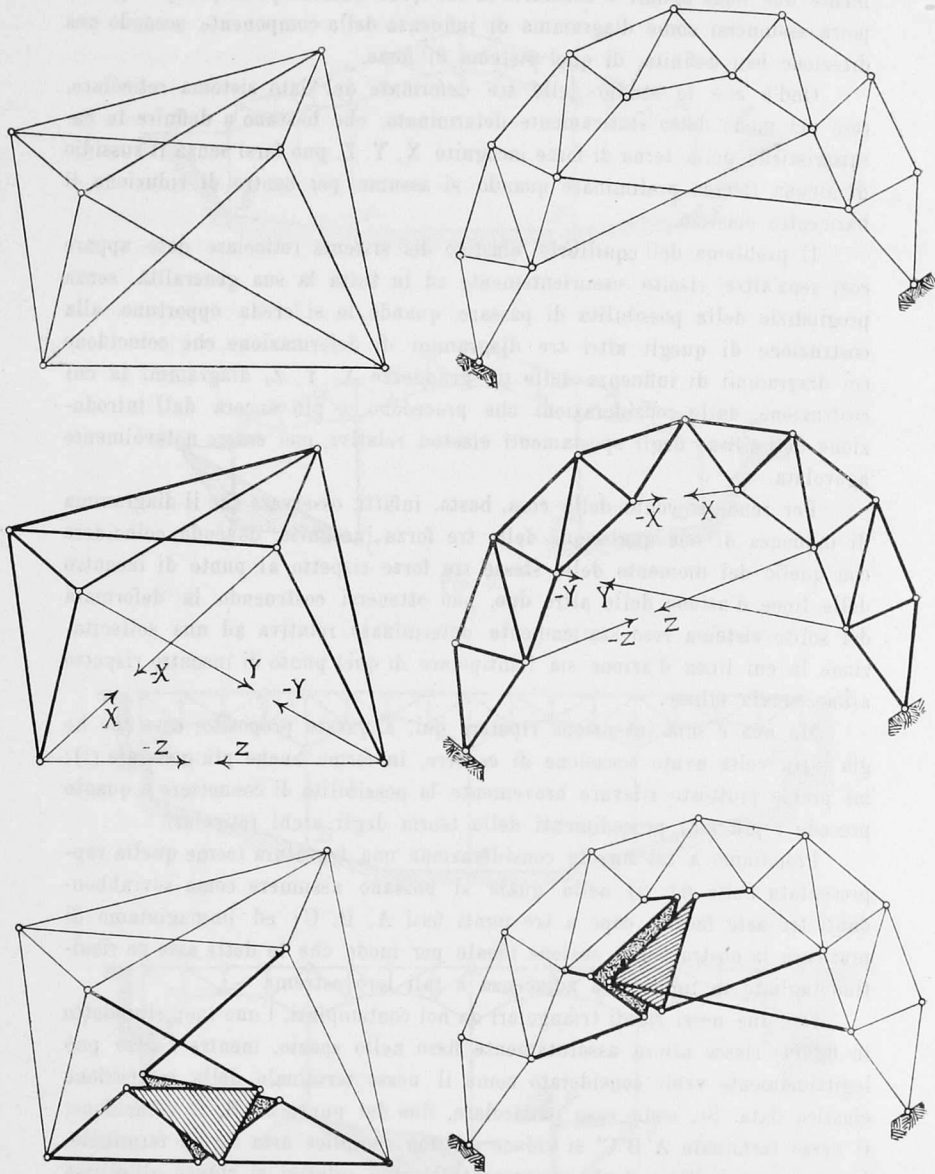


FIG. 1 (1).

FIG. 2.

(1) Nella fig. 1 si è creduto superfluo indicare le eventuali condizioni di vincolo le quali possono essere affatto qualunque, purchè staticamente determinate.

formazione, ottenuto supponendo agli stessi nessi rigidi applicate rispettivamente due forze eguali e contrarie la cui linea d'azione passi per quel punto, potrà assumersi come diagramma di influenza della componente, secondo una direzione ben definita, di quel sistema di forze.

Ond'è che lo studio delle tre deformate del dato sistema reticolare, reso nel modo detto staticamente determinato, che bastano a definire le caratteristiche della terna di forze incognite X, Y, Z , può farsi senza il sussidio di alcuna ricerca preliminare quando si assuma per centro di riduzione il baricentro elastico.

Il problema dell'equilibrio elastico del sistema reticolare dato appare così senz'altro risolto esaurientemente ed in tutta la sua generalità, senza pregiudizio della possibilità di passare, quando lo si creda opportuno, alla costruzione di quegli altri tre diagrammi di deformazione che coincidono coi diagrammi di influenza delle tre grandezze X, Y, Z , diagrammi la cui costruzione, dalle considerazioni che precedono, e più ancora dall'introduzione dell'ellisse degli spostamenti elastici relativi, può essere notevolmente agevolata.

Per rendersi conto della cosa, basta, infatti, osservare che il diagramma di influenza di una qualunque delle tre forze incognite, dovendo coincidere con quello del momento delle stesse tre forze rispetto al punto di incontro delle linee d'azione delle altre due, può ottenersi costruendo la deformata del solito sistema reso staticamente determinato relativa ad una sollecitazione la cui linea d'azione sia l'antipolare di quel punto di incontro rispetto all'accennata ellisse.

Ma non è mia intenzione ripetere qui, a questo proposito, cose che ho già altra volta avuto occasione di esporre, in forma anche più generale ⁽¹⁾; mi preme piuttosto rilevare brevemente la possibilità di connettere a quanto precede i più noti procedimenti della teoria degli archi reticolari.

Prendiamo a tal fine in considerazione una travatura (come quella rappresentata nella fig. 3) nella quale si possano assumere come sovrabbondanti tre aste facenti capo a tre punti fissi A, B, C ; ed immaginiamo di praticare la nostra solita sezione ideale per modo che le dette aste ne risultino tagliate in immediata adiacenza a tali loro estremi.

Dei due nessi rigidi triangolari da noi contemplati, l'uno (non riprodotto in figura) riesce allora assolutamente fisso nello spazio, mentre l'altro può legittimamente venir considerato come il nesso terminale della costruzione elastica data. Se, come caso particolare, due dei punti A, B, C coincidono, il nesso terminale $A'B'C'$ si riduce ad una semplice asta rigida terminale. In ogni caso l'ellisse degli spostamenti elastici relativi si riduce all'ellisse degli spostamenti terminali, o ellisse di elasticità.

⁽¹⁾ Cfr. le mie due Note già precedentemente citate.

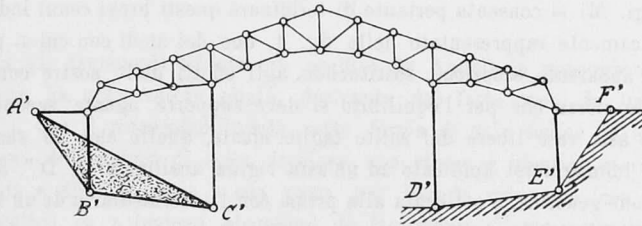
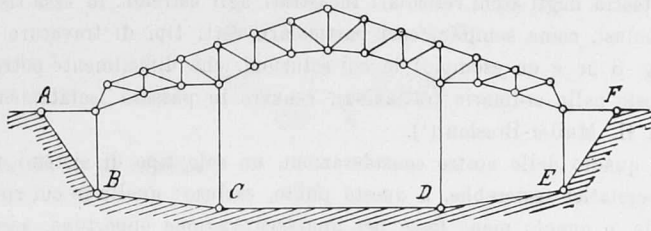


FIG. 3.

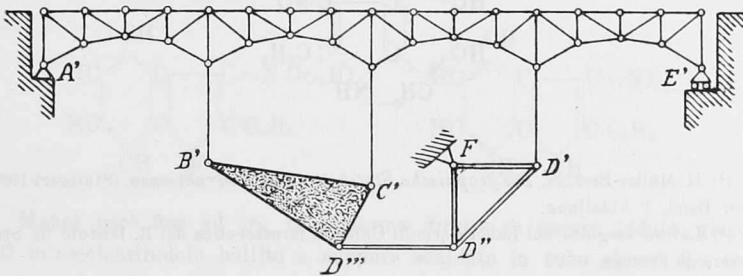
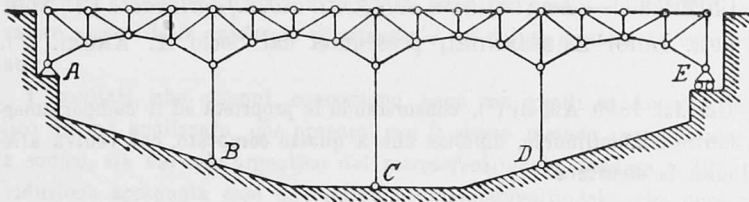


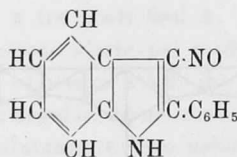
FIG. 4.

Ma si noti bene che la teoria dei sistemi reticolari dotati di tre vincoli sovrabbondanti, quale così ci si presenta, è qualche cosa di più generale della classica teoria degli archi reticolari incastrati agli estremi: in essa risultano invero inclusi, come semplici casi particolari, certi tipi di travature (e la nostra fig. 3 ne è un esempio) le cui soluzioni, che difficilmente potrebbero trovar posto nelle ordinarie trattazioni, vennero in passato isolatamente indicate da H. Müller-Breslau (¹).

Dal quadro delle nostre considerazioni, un solo tipo di sistemi triplamente iperstatici resterebbe, a questo punto, escluso: quello in cui riuscisse inevitabile, o quanto meno fosse per qualsiasi ragione opportuno, assumere come incognite le tensioni di tre aste concorrenti in un medesimo punto. Caratteristico, in questo senso, si presenta l'esempio della trave continua a 5 appoggi. Mi si consenta pertanto di terminare questi brevi cenni indicando, schematicamente rappresentato nella fig. 4, uno dei modi con cui si può eliminare l'apparente eccezione, sostituendo, agli effetti delle nostre considerazioni, allo sforzo che per l'equilibrio si deve supporre agente secondo una delle tre aste rese libere dal solito taglio ideale, quello che, in sua vece, potrebbe immaginarsi applicato ad un'asta rigida ausiliaria D'' D''', disposta in posizione generica, e collegata alla prima con l'intermediario di un sistema rigido FD' D''' dotato di un sol grado di libertà.

Chimica. — *La struttura del 3.nitroso.2.fenilindolo* (²). Nota I del dott. LUIGI ALESSANDRI, presentata dal Socio A. ANGELI (³).

Già dal 1899 Angeli (⁴), considerando le proprietà ed il comportamento del 3.nitroso.2.fenilindolo, ammise che a questo composto, cui veniva allora attribuita la struttura



(¹) H. Müller-Breslau, *Die graphische Statik der Baukonstruktionen*. (Stuttgart 1907), zweiter Band, 1 Abteilung.

(²) Lavoro eseguito nel Laboratorio di Chimica farmaceutica del R. Istituto di Studi superiori di Firenze.

(³) Pervenuta all'Accademia il 31 luglio 1913.

(⁴) A. Angeli e M. Spica, *Gazz. chim. it.*, vol. XXIX (1899), parte I, pag. 500.