

ATTI
DELLA
REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCCX.

1913

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME XXII.

2° SEMESTRE.



ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1913

e le (2) [le (1) nel caso di assenza di momenti specifici di massa] sono le uniche relazioni, a coefficienti del tipo testè detto, le quali siano ammissibili come legami lineari fra le componenti degli sforzi interni specifici e le derivate parziali che figurano nelle (3).

Nelle trattazioni ordinarie della teoria dell'elasticità, o si pone l'esistenza di un potenziale interno, funzione, del ben noto tipo, delle componenti di deformazione, e si ritrova, poi, la legge di Hooke; oppure si postula la legge di Hooke e si ritrova, poi, la funzione potenziale ⁽¹⁾. Però le relazioni, che figurano nella legge di Hooke, hanno una forma particolare rispetto alle (3). Infatti le (3) vengono ad essere (come è ovvio stabilire) relazioni lineari che legano formalmente le componenti degli sforzi non soltanto alle componenti di deformazione ma anche alle componenti della rotazione. D'altra parte il Somigliana ha trovato le (2) partendo dall'ipotesi di un potenziale interno, nè ci consta che altri, avuto riguardo anche a quanto riferisce lo stesso Somigliana nella sua Nota citata, abbiano diversamente considerato la questione. Rimaneva, quindi, il dubbio (tolto facilmente dal presente teorema) se le (1) e le (2) esaurissero o non esaurissero, per mezzi ponderabili, isotropi, tutte le possibili relazioni ipotetiche del tipo (3). È per questo che riteniamo opportuno porre in luce il teorema in discorso senza ometterne la completa dimostrazione (che daremo in una prossima Nota) quantunque la dimostrazione stessa richieda soltanto il sussidio di procedimenti consueti.

Astronomia pratica. — *Sulle correzioni alle letture dei cerchi, fatte col microscopio micrometrico [correzioni di run]*.
Nota di G. A. FAVARO, presentata dal Socio E. MILLOSEVICH ⁽²⁾.

1. Le posizioni sui cerchi graduati ⁽³⁾ vengono ormai quasi sempre individuate per mezzo di letture fatte con microscopî micrometrici: uno di questi serve da indice, gli altri servono ad aumentare la precisione delle letture, ad eliminare le influenze degli errori di eccentricità dei cerchi e a diminuire quelle degli errori di graduazione.

Il microscopio micrometrico individua la più piccola unità del cerchio diviso e dà le frazioni di detta unità per mezzo di giri interi della vite e per mezzo delle suddivisioni di un giro segnate sul tamburo, a partire dallo zero micrometrico o linea di fede fino al più prossimo tratto della graduazione del cerchio. Nelle letture fatte con un microscopio micrometrico possono quindi unirsi all'errore accidentale di puntata due altri errori: l'er-

⁽¹⁾ Veramente la prima via è quella preferita dagli autori.

⁽²⁾ Pervenuta all'Accademia il 25 agosto 1913.

⁽³⁾ Quanto è detto in seguito per i cerchi graduati relativamente a misure angolari, sarà facilmente applicabile ai regoli graduati relativamente a misure lineari.

rore di divisione del cerchio, dipendente dal fatto che il tratto puntato non rappresenti proprio la corrispondente frazione esatta del cerchio; e l'*errore del passo del micrometro*, detto anche, spesso, *errore di run*.

Per eliminare in parte l'influenza dei detti errori, è ormai uso comune fare due puntate, una al tratto che precede lo zero micrometrico e una al tratto che segue. Se non che, per quanto riguarda la riduzione, non tutti seguono lo stesso processo, altri limitandosi alla semplice media delle due letture, altri invece facendo la media delle due letture ed applicando le correzioni per il *run* per mezzo di apposite tabelle: alcuni, pure avvertendo di avere applicato le correzioni di *run*, non lasciano intravedere il procedimento seguito.

E siccome dette correzioni richiedono un tempo non indifferente, e talora sono molte e molte le letture da ridurre, così in lavori astronomici come in lavori geodetici, credo bene di riassumere in questa Nota un po' di quel che è stato scritto su tale argomento per avere occasione di esporre le ulteriori considerazioni alle quali sono stato condotto.

2. Un microscopio micrometrico dicesi aggiustato rispetto alla misura da farsi dei più piccoli intervalli del lembo del cerchio, quando una rivoluzione intera o un determinato numero di rivoluzioni del tamburo corrisponde all'immagine del minimo intervallo del cerchio che si forma nel piano del reticolo del micrometro.

Se non esiste questa relazione semplice, l'osservatore deve procurare di ottenerla col variare la distanza di tutto il microscopio dal lembo, allo scopo di variare la grandezza lineare dell'immagine nel piano del reticolo: contemporaneamente con questo spostamento deve combinare una variazione di distanza dell'obiettivo rispetto al piano del reticolo.

In un microscopio micrometrico così aggiustato non resta però a lungo verificata la predetta relazione semplice tra parte di tamburo e secondi di arco, un po' per influenze meccaniche, un po' per influenze di temperatura: avrà luogo allora il cosiddetto *run*, che può essere definito con la equazione $(F' + r)p = F$, ove F' indichi il numero delle parti p , ed F il numero dei secondi d'arco.

Sia l_1 la lettura fatta col micrometro quando il doppio filo abbraccia la divisione A immediatamente precedente lo zero micrometrico, e sia l_2 la lettura fatta quando è portato ad abbracciare il tratto divisorio B immediatamente susseguente. La quantità r , *run medio*, sarà data dalla media aritmetica di numerose differenze $l_1 - l_2$; e sarà positiva se $l_1 > l_2$, poichè normalmente si suppone che (girando in senso diretto la vite del micrometro) la graduazione del tamburo vada decrescendo o crescendo secondo che va crescendo o decrescendo la graduazione del cerchio.

Per lettura media corretta il Weineck ⁽¹⁾ giunge alla formola valevole

⁽¹⁾ Ved. *Der Mikroskop-Run*, in A. N. 2605 (Band 109).

per il caso generale

$$(1) \quad A + \frac{l_1 + l_2}{2} + \frac{r}{2} \frac{F}{F'} - \left(\frac{l_1 + l_2}{2} + \frac{rF}{2F'} \right) \frac{r}{F' + r} - \frac{l_1 + l_2}{2} \frac{F' - F}{F' + r}$$

la quale, applicata al caso speciale in cui $F' = F$, cioè in cui sul tamburo sono segnati i secondi d'arco, diventa

$$(a) \quad A + \frac{l_1 + l_2}{2} + \frac{r}{2} - \left(\frac{l_1 + l_2}{2} + \frac{r}{2} \right) \frac{r}{F + r}$$

ed applicata al caso in cui $F' = \frac{F}{2}$, cioè al caso in cui il tamburo, invece che in secondi, sia diviso in doppi secondi d'arco (come frequentemente si incontra negli strumenti universali), diventa

$$(b) \quad A + l_1 + l_2 + r - (l_1 + l_2 + r) \frac{2r}{F + 2r}$$

Nelle ultime edizioni delle *Formeln und Hilfstafeln* dell'Albrecht è data per lettura media del micrometro

$$(2) \quad \frac{a + b}{2} + \left(\frac{a + b}{2} - \frac{1}{2} F \right) \frac{r}{F - r}$$

per il caso in cui il tamburo sia diviso in secondi d'arco, la quale, con opportune riduzioni e notando che r ha qui il segno opposto, viene portata a coincidere con la (a) di Weineck.

3. Nelle precedenti formole di Weineck e di Albrecht si introduce per *run* il valore medio r di un numero sufficientemente grande di differenze $l_1 - l_2$ o $l_2 - l_1$, che rimane quindi lo stesso per tutte le riduzioni delle osservazioni eseguite durante il periodo per il quale si può ritenere valido il detto valore medio r . In luogo di questo *run medio*, il prof. Lorenzoni introdusse⁽¹⁾ il *run* che chiameremo *attuale*, relativo ad ogni singola lettura, cioè semplicemente $r = l_1 - l_2$, oppure $r = l_2 - l_1$.

Dopo aver addotto alcune giustificazioni al suo processo e risposto ad eventuali obiezioni, il Lorenzoni, partendo dalla proporzione⁽²⁾

$$Al: l_2 - l_1 = l_1: F - (l_2 - l_1),$$

giunse alla lettura corretta di *run*

$$\lambda = \frac{l_1 + l_2}{2} - \frac{l_2 - l_1}{2} + \frac{l_2 - l_1}{F - (l_2 - l_1)} \left(\frac{l_1 + l_2}{2} - \frac{l_2 - l_1}{2} \right),$$

la quale formola coincide con la (a) di Weineck e con quelle di Albrecht quando si facciano le opportune sostituzioni di lettere e di segni.

(1) Ved. *Determinazioni di azimut* ecc., R. Comm. geod. ital., Padova, 1891.

(2) Secondo la premessa ipotesi sul senso della rotazione delle vite e delle graduazioni del tamburo, e del cerchio, il quarto termine deve essere scritto $F - (l_2 - l_1)$ invece che $F + (l_2 - l_1)$ come nella Memoria del Lorenzoni.

Da questa formola, tanto il Lorenzoni quanto l'Abetti (1) passarono a trovare la correzione da applicarsi alla somma $l_1 + l_2$:

$$(3) \quad \mathcal{A}(l_1 + l_2) = -(l_2 - l_1) + \frac{l_2 - l_1}{F} (l_1 + l_2).$$

Colla formola (3) il Lorenzoni ha calcolato una tabella a due argomenti $l_2 - l_1$ e $l_1 + l_2$, valevole per un caso speciale di F , dalla quale per ogni coppia di valori di questi due argomenti si deduce a colpo d'occhio il valore numerico della correzione $\mathcal{A}(l_1 + l_2)$ in centesimi di secondo.

Il prof. Abetti ha dato nella sua Memoria un'altra tavola valevole per il caso suo speciale di $F = 240''$, formata secondo la formola, ricavata dalla (3),

$$\mathcal{A}(l_1 + l_2) = c(l_2 - l_1) \quad \text{ove} \quad c = \frac{-20 + n}{20},$$

e dove n indica un numero di decine variabile da 0 a 40.

La tabella (data a pag. 36) fornisce, con argomenti $l_1 + l_2$, il coefficiente c , col quale è facile avere poi il prodotto $c(l_2 - l_1)$ dopo aver rilevato a vista la differenza $l_2 - l_1$.

6. Sia con la tabella del Lorenzoni, sia con quella dell'Abetti, si trova dunque la correzione di *run* da applicarsi alla somma delle due letture. Visto che occorre una tabella speciale per ogni strumento di graduazione diversa, e che si aveva infine a che fare con numeri un po' troppo grandi (dovendo ridurre tutto a decimi di secondo), e che per risparmiare interpolazioni sia pur facili occorre ricorrere a tabelle molto estese, io ho pensato se era possibile di risparmiare tempo e lavoro cercando una tabella per la correzione alla media delle due letture (2).

Partendo dalla formola (avverto che adopero la differenza $l_1 - l_2$ invece che $l_2 - l_1$)

$$\lambda = \frac{l_1 + l_2}{2} + \frac{l_1 - l_2}{2} - \frac{l_1 - l_2}{F + (l_1 - l_2)} \left(\frac{l_1 + l_2}{2} + \frac{l_1 - l_2}{2} \right),$$

essendo $\mathcal{A}\left(\frac{l_1 + l_2}{2}\right) = \lambda - \frac{l_1 + l_2}{2}$, si trova che

$$\mathcal{A}\left(\frac{l_1 + l_2}{2}\right) = \frac{l_1 - l_2}{2} - \frac{l_1 - l_2}{F + (l_1 - l_2)} \left(\frac{l_1 + l_2}{2} + \frac{l_1 - l_2}{2} \right);$$

dalla quale, ponendo $\frac{1}{F + (l_1 - l_2)} = \frac{1}{F} \left(1 - \frac{l_1 - l_2}{2}\right)^{-1}$, sviluppando in

(1) Ved. Pubblicazioni del R. Osserv. di Arcetri, fasc. 7.

(2) Ved. G. A. Favaro, *Sulla flessione del piccolo meridiano Bamberg del R. Osservatorio di Torino*, Atti della R. Accad., XLVIII, 1912; e *Sulla flessione del c. m. Reichenbach*, ibid., XLVIII, 1912-13.

serie e trascurando i termini di ordine superiore al primo in $l_1 - l_2$, si ha:

$$\begin{aligned} \Delta \left(\frac{l_1 + l_2}{2} \right) &= \frac{l_1 - l_2}{2} - \frac{l_1 - l_2}{F} \frac{l_1 + l_2}{2} \\ (4) \qquad \qquad \qquad &= \left(\frac{1}{2} - \frac{l_1 + l_2}{2} \frac{1}{F} \right) (l_1 - l_2). \end{aligned}$$

Di fronte alle formole di Weineck ed Albrecht, questa ha il vantaggio, comune colle formole date dai proff. Lorenzoni e Abetti, di essere più facilmente riducibile in tabella (quando si adopera il *run* attuale) che con argomenti $l_1 - l_2$ e $\frac{l_1 + l_2}{2}$ dà subito la correzione di *run*; quanto alla esattezza, già nelle mie Note ho fatto rilevare che questa formula dà valori sensibilmente differenti soltanto quando la differenza $l_1 - l_2$ supera un limite abbastanza elevato che non deve mai essere raggiunto nelle osservazioni.

Di fronte poi alla formola di Lorenzoni e Abetti, questa ha il vantaggio di permettere una tabella, che con metà numeri, e disposta nel modo che risulta subito dalla unita tabella, essa può servire anche per cerchi di graduazione diversa, poichè basta sostituire alle colonne estreme contenenti $\frac{1}{2}(l_1 + l_2)$ i numeri che si ottengono a partire da 0".0 con progressione aritmetica, adottando per differenza il quoziente della divisione per 100 del numero F dei secondi micrometrici contenuti in due tratti successivi del cerchio, o altro simile semplice ripiego.

7. Se nella formola (4) [e analogamente si può dire delle formole (2) e (3)] si considera il caso in cui $\frac{l_1 + l_2}{2} = \frac{F}{2}$, si vede che la correzione è *nulla*, e che invece si ha una correzione *massima* negativa o positiva, $\pm (l_1 - l_2)$, rispettivamente per $\frac{l_1 + l_2}{2} = 0$ e per $\frac{1}{2}(l_1 + l_2) = F$, e che quindi la correzione di essa è per una metà dell'intervallo positiva e, per l'altra metà, negativa.

Siccome questa correzione viene applicata alla media, così si scorge che nel 1° caso di $\frac{1}{2}(l_1 + l_2) = \frac{F}{2}$, cioè quando lo zero micrometrico è proprio nel mezzo fra i due tratti di divisione, la media delle letture ai due tratti resta inalterata, ed essa dà così un valore che è indipendente dalla grandezza del *run*; *la precisione della lettura micrometrica dipende dalla precisione delle due puntate l_1 e l_2 .*

Nel 2° caso, in cui $\frac{1}{2}(l_1 + l_2) = 0$, cioè quando lo zero micrometrico viene a trovarsi proprio sul tratto che chiamerò ancora precedente, o ad esso vicinissimo, la correzione alla media (la quale correzione è in questo

caso *massima negativa*) riduce il valore della media a quello della prima puntata, restando senza alcuna influenza la seconda puntata; e così la *precisione della lettura micrometrica dipende unicamente dalla precisione della prima puntata* l_1 .

TABELLA che dà le correzioni per il passo del micrometro (*run*) alla media delle due letture fatte ai due tratti divisori del cerchio comprendenti lo zero micrometrico. — [In questa tabella è $F = 180''$; e la differenza della progressione aritmetica è $1''.8$].

$\frac{l_1 - l_2}{\frac{1}{2}(l_1 + l_2)}$	1''	2''	3''	4''	5''	6''	7''	8''	9''	$\frac{l_1 - l_2}{\frac{1}{2}(l_1 + l_2)}$
0.0	0.50	1.00	1.50	2.00	2.50	3.00	3.50	4.00	4.50	180.0
1.8	.49	0.98	1.47	1.96	2.45	2.94	3.43	3.92	4.41	178.2
3.6	.48	.96	1.44	1.92	2.40	2.88	3.36	3.84	4.32	176.4
5.4	.47	.94	1.41	1.88	2.35	2.82	3.29	3.76	4.23	174.6
7.2	.46	.92	1.38	1.84	2.30	2.76	3.22	3.68	4.14	172.8
9.0	.45	.90	1.35	1.80	2.25	2.70	3.15	3.60	4.05	171.0
10.8	.44	.88	1.32	1.76	2.20	2.64	3.08	3.52	3.96	169.2
12.6	.43	.86	1.29	1.72	2.15	2.58	3.01	3.44	3.87	167.4
14.4	.42	.84	1.26	1.68	2.10	2.52	2.94	3.36	3.78	165.6
16.2	.41	.82	1.23	1.64	2.05	2.46	2.87	3.28	3.69	163.8
18.0	.40	.80	1.20	1.60	2.00	2.40	2.80	3.20	3.60	162.0
19.8	.39	.78	1.17	1.56	1.95	2.34	2.73	3.12	3.51	160.2
21.6	.38	.76	1.14	1.52	1.90	2.28	2.66	3.04	3.42	158.4
.
.
.
.
.
.
70.2	.11	.22	.33	.44	.55	.66	.77	.88	.99	109.8
72.0	.10	.20	.30	.40	.50	.60	.70	.80	.90	108.0
73.8	.09	.18	.27	.36	.45	.54	.63	.72	.81	106.2
75.6	.08	.16	.24	.32	.40	.48	.56	.64	.72	104.4
77.4	.07	.14	.21	.28	.35	.42	.49	.56	.63	102.6
79.2	.06	.12	.18	.24	.30	.36	.42	.48	.54	100.8
81.0	.05	.10	.15	.20	.25	.30	.35	.40	.45	99.0
82.8	.04	.08	.12	.16	.20	.24	.28	.32	.36	97.2
84.6	.03	.06	.09	.12	.15	.18	.21	.24	.27	95.4
86.4	.02	.04	.06	.08	.10	.12	.14	.16	.18	93.6
88.2	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09	91.8
90.0	0.00	0.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	90.0

NB. — Il segno è *eguale* a quello di $l_1 - l_2$ per $\frac{l_1 + l_2}{2} < \frac{F}{2}$, ed è *opposto* per $\frac{l_1 + l_2}{2} > \frac{F}{2}$.

Nel 3° caso, in cui $\frac{1}{2}(l_1 + l_2) = F$, cioè quando lo zero micrometrico viene a trovarsi proprio sul tratto che chiamerò ancora susseguente, o ad

esso vicinissimo, la correzione alla media (la quale correzione è in questo caso *massima positiva*) riduce il valore della media a quello della seconda puntata, nessuna influenza recandovi la prima puntata; e così *la precisione della lettura micrometrica dipende unicamente dalla precisione della seconda puntata l_2* .

Sono poi da rilevare i seguenti fatti:

Facendo la media di due letture allo stesso tratto divisorio, viene diminuito soltanto l'errore di puntata.

Facendo la media delle puntate ai due tratti divisorii comprendenti lo zero micrometrico, si viene ad eliminare in parte l'errore di divisione, in parte l'errore di puntata e in parte l'errore di *run*, quest'ultimo completamente, quando lo zero micrometrico trovasi nella regione centrale dell'intervallo fra i due tratti.

Facendo la media delle letture ai due tratti comprendenti lo zero micrometrico, e applicando a detta media la correzione per il *run medio*, si viene a diminuire gli errori di puntata e di divisione, e ad eliminare quello di *run*; applicando invece a detta media la correzione per il *run attuale*, l'eliminazione e la diminuzione degli errori è subordinata alla posizione relativa dello zero micrometrico rispetto ai due tratti divisorii che lo comprendono.

Se dunque si conosce il *run medio* [cioè quello computato da una determinazione fatta con numerose osservazioni e in tutte le regioni del cerchio in modo da eliminare gli errori di puntata e quelli di divisione, quindi affatto indipendente dal valore attuale della differenza $l_1 - l_2$], ha ragione di esistere qualunque correzione ad esso dovuta e a qualunque distanza lo zero micrometrico si trovi dai due tratti divisorii. In questo caso basta fare la media delle puntate ai due tratti ed applicarvi la correzione di *run*; questa correzione è assolutamente necessaria quando il *run medio* non si sia potuto, con l'aggiustamento, avere così piccolo da poter essere considerato minore o eguale all'errore di puntata.

Se invece si prende in considerazione il *run attuale*, cioè la differenza $l_1 - l_2$, si deve vedere quando torni più opportuno, allo scopo di avere una più esatta lettura, fare la sola media delle letture ai due tratti, oppure tener conto della correzione di *run*, oppure fare la media di due letture allo stesso tratto.

In relazione all'ultimo dei fatti precedentemente rilevati, possiamo aggiungere che, quando l'errore di *run* sia ridotto al minimo, così che possa ritenersi dell'ordine dell'errore di puntata, l'influenza dell'errore di puntata sarà sempre superiore o, al più, eguale all'influenza dell'errore di *run*: nei riguardi quindi di questi due errori, parrebbe di dover concludere che fosse buon consiglio quello di fare sempre la media di due letture, o delle letture ai due tratti, oppure di due letture allo stesso tratto, secondo che lo

zero micrometrico si trovi nelle vicinanze della parte centrale fra i due tratti, o nelle vicinanze di un tratto. Che se si prende in considerazione anche l'errore di divisione, ancor meglio si vedrà in questo caso l'opportunità di attenersi il più possibile alla media delle letture ai due tratti.

Parrebbe dunque di dover concludere in generale, quando si tratti di *run attuale*, nei seguenti consigli pratici, lasciando a ciascun osservatore il criterio di applicarli ai singoli casi secondo la loro adattabilità, con riguardo alla grandezza degli altri errori d'osservazione e, in ispecie, di quello di puntata col cannocchiale collegato al cerchio:

Quando lo zero micrometrico trovasi sopra un tratto divisorio del cerchio, o vicinissimo ad esso, sarà opportuno di fare due puntate sullo stesso tratto e fare la media di queste due puntate, qualunque possa essere l'errore di run attuale.

Quando lo zero micrometrico è ad eguale o quasi eguale distanza dai due tratti divisorii, sarà opportuno di puntare ai due tratti e fare senza altro la media delle due puntate, qualunque sia l'errore di run attuale.

Quando lo zero micrometrico è un po' distante dai tratti divisorii, e quando le differenze $l_1 - l_2$ risultino inferiori agli errori di puntata, sarà opportuno di puntare ai due tratti e fare la media delle due puntate.

Quando lo zero micrometrico è un po' distante dai tratti divisorii, e quando non sia stato assolutamente possibile di aggiustare il microscopio micrometrico in modo da avere differenze $l_1 - l_2$ di ordine inferiore od almeno eguale all'errore di lettura, così che si possa attribuire al run una forte differenza $l_1 - l_2$, sarà opportuno di applicare la correzione del run alla media delle letture ai due tratti.

Quando si ha motivo per credere che una forte differenza $l_1 - l_2$ debba attribuirsi ad errore di divisione del cerchio, sarà opportuno di fare la media delle puntate ai due tratti divisorii.

Fisica. — *La scrittura delle vibrazioni acustiche per mezzo dell'elettrometro bifilare del Wulf.* Nota del dott. GIUSEPPE GIANFRANCESCHI, presentata dal Socio P. BLASERNA ⁽¹⁾.

L'uso dell'elettrometro bifilare come oscillografo fu suggerito dallo stesso Wulf ⁽²⁾, il quale dimostrò anche come l'istrumento corrispondeva alle condizioni che, secondo il Blondel, si richiedono perchè un oscillografo tracci esattamente le oscillazioni rapide ⁽³⁾. Lo stesso autore accenna anche alla

⁽¹⁾ Pervenuta all'Accademia il 26 luglio 1913.

⁽²⁾ T. Wulf, *Nouvel électromètre pour charges statiques*, Annales de la Société scientifique de Bruxelles, tom. XXXI, 2^e partie.

⁽³⁾ T. Wulf, *L'électromètre bifilaire et ses applications*. Relation à la Société scientifique de Bruxelles (Louvain, Imprimerie F. e R. Centerik), 1910, pp. 74 e segg.