ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCCX.

1913

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME XXII.

2° SEMESTRE.

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1913

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

MEMORIE E NOTE
DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI
pervenute all'Accademia durante le ferie del 1913.

(Ogni Memoria o Nota porta a pie' di pagina la data d'arrivo).

Matematica — *Su alcune circostanze attinenti alla presenza di superficie di discontinuità e al passaggio all'infinito, nella teoria del campo vettoriale.* Nota del Socio GIAN ANTONIO MAGGI [1].

1. In un campo a tre dimensioni, luogo del punto $P \equiv (x, y, z)$, siano i vettori $\mathbf{A}$ e $\frac{d\mathbf{A}}{dx}, \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial y}, \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial z}$ monodromi, limitati e continui, ad eccezione di alcune superficie interne al campo, dove presentino una discontinuità di prima specie.

Rappresenteremo con $\sigma^\star$, a piacere, il complesso delle superficie di discontinuità, o una sua parte qualsivoglia, e, indicando con n la normale in un punto di $\sigma^\star$, rappresenteremo con $\mathbf{A}^+, \mathbf{A}_t^+, \mathbf{A}_n^+$ e $\mathbf{A}^-, \mathbf{A}_t^-, \mathbf{A}_n^-$ i limiti, supposti finiti, di $\mathbf{A}$ e dei suoi componenti $\mathbf{A}_t$ e $\mathbf{A}_n$, secondo il piano tangente e la normale, n, in detto punto, col tendere del relativo punto P a codesto punto, dalla parte della superficie verso cui volge n e dalla parte opposta.

VETTORE IRROTAZIONALE.

2. Indichiamo con $\operatorname{rot} \mathbf{A}$ e con $\operatorname{rot}^\star \mathbf{A}$ il rotazionale ordinario (corporeo) relativo al punto generico P del campo, esterno a $\sigma^\star$, e il rotazionale superficiale, relativo al punto generico di $\sigma^\star$.

Da

$$|\operatorname{rot} \mathbf{A}| = \lim_{\Delta\sigma=0} \frac{\int_c \mathbf{A} \times ds}{\Delta\sigma} \quad , \quad |\operatorname{rot}^\star \mathbf{A}| = \lim_{\Delta s^\star} \frac{\int_c \mathbf{A} \times ds}{\Delta s^\star} ,$$

[1] Pervenuta all'Accademia il 15 settembre 1913.

dove la circuitazione $\int_C \mathbf{A} \times d\mathbf{s}$ appartiene al contorno di una figura piana, contenente P, nel suo interno, (perpendicolare a rot $\mathbf{A}$ o a rot* $\mathbf{A}$, a seconda del caso), $\Delta\sigma$ indica l'area di questa figura, e Δs^* la lunghezza dell'arco, intercettato dal contorno C, della intersezione del suo piano (sezione normale) con σ^*, segue immediatamente che, se, per qualunque circuito C, appartenente al campo, è

$$\text{(I)} \qquad \int_C \mathbf{A} \times d\mathbf{s} = 0 ,$$

sarà, in ogni punto P,

$$\text{(II)} \qquad \text{rot}\,\mathbf{A} = 0 \quad , \quad \text{rot}^*\mathbf{A} = 0.$$

La (I) si verifica, quando sia

$$\text{(III)} \qquad \mathbf{A} = \text{grad}\,\varphi ,$$

dove φ rappresenta una funzione (scalare) di P, monodroma, limitata e continua.

3. Si chiama « irrotazionale » un vettore, che, oltre le indicate proprietà generali, soddisfaccia, in tutto il campo, alle (II). Poichè

$$\text{(1)} \qquad \text{rot}^*\mathbf{A} = \mathbf{n} \wedge (\mathbf{A}^+ - \mathbf{A}^-) = \mathbf{n} \wedge (\mathbf{A}_t^+ - \mathbf{A}_t^-) ,$$

dove $\mathbf{n}$ indica un vettore, avente l'orientazione di n (§ 1) e grandezza 1, la seconda delle (II) si traduce in

$$\text{(IV)} \qquad \mathbf{A}_t^+ = \mathbf{A}_t^- .$$

4. Nell'ipotesi che manchino le superficie di discontinuità σ^*, e che il campo sia semplicemente connesso, invocando il teorema di Stokes,

$$\int_\sigma \text{rot}\,\mathbf{A} \times \mathbf{n}\, d\sigma = \int_C \mathbf{A} \times d\mathbf{s}$$

(dove σ rappresenta una superficie qualunque, appartenente al campo e terminata a C, e $\mathbf{n}$ un vettore avente l'orientazione della normale nel punto generico di σ, vôlta nel debito senso, e grandezza 1), si trova, nel modo più semplice e spontaneo, che si verificheranno (I) e (III) con

$$\text{(V)} \qquad \varphi = \int_{P_0P} \mathbf{A} \times d\mathbf{s} + \textit{costante} ,$$

P_0 indicando un punto arbitrario del campo, e P_0P un cammino qualsivoglia, conducente da P_0 a P.

φ riesce, in questo caso, funzione monodroma e continua di P, e, in un campo finito, senz'altro, limitata.

Il caso del campo molteplicemente connesso si riduce al precedente, coll'uso di diaframmi. La (I) risulta verificarsi per ogni circuito che non intersechi un diaframma: e la (V) con φ monodroma e discontinua (con salto costante) ad ogni diaframma.

5. Supponiamo ora la presenza di superficie di discontinuità, σ^*. Giova distinguere i due casi elementari che il circuito C, senza attraversare alcun diaframma, incontri una superficie connessa σ^* in due punti a, b, o sia concatenato col suo contorno, chiudendosi in un punto a.

Nel primo caso, indichino a', b' e a'', b'' due coppie di punti del circuito, prossimi ad a, b, e posti dalle due parti della superficie. Indichino ancora c' e c'' due punti del circuito, situati dalle stesse due parti. Sarà, per (IV),

$$\lim \int_{a'b'} \mathbf{A} \times d\mathbf{s} = \lim \int_{a''b''} \mathbf{A} \times d\mathbf{s} ,$$

inteso il limite, col tendere dei cammini $a'b'$ e $a''b''$ ad uno stesso cammino ab, appartenente alla superficie. Quindi

$$\int_{\mathrm{C}} \mathbf{A} \times d\mathbf{s} = \lim \left(\int_{a'c'b'a'} \mathbf{A} \times d\mathbf{s} + \int_{a''b''c''a''} \mathbf{A} \times d\mathbf{s} \right) .$$

Ora, i due integrali che figurano nella parentesi sono ambedue nulli, per le precedenti conclusioni, almeno nell'ipotesi che il circuito C sia convenientemente ristretto, in modo che i relativi circuiti non incontrino superficie singolari. Quindi, almeno con questa riserva,

$$\int_{\mathrm{C}} \mathbf{A} \times d\mathbf{s} = 0 .$$

Nel secondo caso, siano ancora a' e a'' posti dalle due parti della superficie e prossimi finchè si vuole ad a, e b', b'' due altri punti, prossimi fin che si vuole alla superficie, e posti egualmente dalle due parti. Immaginiamo un cammino $b'db''$ tutto esterno alla superficie, e con c indichiamo un punto di C, sul cammino fra a' e a'', fuori della superficie. Avremo almeno per C convenientemente limitato, in modo che il circuito relativo al seguente integrale non incontri superficie singolari,

$$\int_{a'c\,a''b''d\,b'a'} \mathbf{A} \times d\mathbf{s} = 0 .$$

Quindi anche, col tendere dei cammini $a'b'$ e $a''b''$ ad uno stesso cammino ab, appartenente alla superficie,

$$\lim \int_{a'c\,a''b''d\,b'a'} \mathbf{A} \times d\mathbf{s} = 0 .$$

Ma, per (IV),

$$\lim \int_{a''b''} \mathbf{A} \times d\mathbf{s} + \lim \int_{b'a'} \mathbf{A} \times d\mathbf{s} = 0 .$$

Quindi

$$\lim \int_{a'c\,a''} \mathbf{A} \times d\mathbf{s} = \lim \int_{b'd\,b''} \mathbf{A} \times d\mathbf{s} .$$

Ossia

$$\int_{C} \mathbf{A} \times d\mathbf{s} = costante ,$$

per ogni circuito, convenientemente ristretto, concatenato col contorno della superficie. E poichè, per un circuito infinitesimale, la circuitazione è nulla, per essere $\mathbf{A}$ limitato, si conclude ancora, almeno, con la suddetta riserva,

$$\int_{C} \mathbf{A} \times d\mathbf{s} = 0 .$$

Si vede subito come, decomponendo, se occorre, un circuito in più altri, si tolga la limitazione che il circuito sia ristretto in modo da verificarsi l'uno o l'altro dei due casi elementari suddetti.

Concludiamo quindi che la presenza delle superficie di discontinuità σ^* non modifica i risultati precedentemente ricordati (§ 2), relativi alla validità dell'equazione (III) ed alle attinenti circostanze.

6. Supponiamo ora che il campo sia semplicemente connesso e si estenda indefinitamente, in ogni direzione; e, indicando con ϱ la distanza del punto P da un punto fisso, P_0, e con Q una quantità finita, attribuiamo al vettore A la proprietà asintotica

$$\text{(VI)} \qquad \varrho^2 |\mathbf{A}| < Q .$$

Per ben note proprietà, supposto che il punto tenda all'infinito, mantenendosi sopra una determinata semiretta uscente da P_0, che indicheremo con r, ha un valore finito

$$L_{P_0,r} = \lim \int_{P_0P} \mathbf{A} \times d\mathbf{s} = \lim_{\varrho=\infty} \int_0^{\varrho} |\mathbf{A}| \cos(\mathbf{A}r)\, d\varrho ,$$

dove P_0P indica un cammino qualsivoglia conducente da P_0 a P, e si ha

$$\left| \int_{P_0P} \mathbf{A} \times d\mathbf{s} - L_{P_0,r} \right| < \frac{Q}{\varrho} ,$$

ossia

$$\text{(1)} \qquad \varrho \left| \int_{P_0P} \mathbf{A} \times d\mathbf{s} - L_{P_0,r} \right| < Q.$$

Dimostriamo ora che $L_{P_0,r}$ ha lo stesso valore, qualunque sia la semiretta r.

Perciò, indichi r' una seconda semiretta, uscente da P_0, e P' un punto di essa, tale che $\overline{P_0P'} = \overline{P_0P} = \varrho$. Immaginiamo l'arco di cerchio, col centro in P_0, terminato a P e a P', e ne dinoti α l'angolo al centro. Sarà, pei precedenti risultati, senza eccezione,

$$\int_{P_0P} \mathbf{A} \times d\mathbf{s} + \int_{\widehat{PP'}} \mathbf{A} \times d\mathbf{s} + \int_{P'P_0} \mathbf{A} \times d\mathbf{s} = 0\,, \tag{2}$$

dove il primo e il terzo integrale si riferiscono ad un qualsivoglia cammino congiungente gl'indicati punti, e il secondo si riferisce all'arco circolare conducente da P a P'.

Ora, si ha subito

$$\left| \int_{\widehat{PP'}} \mathbf{A} \times d\mathbf{s} \right| < \varrho \, |\mathbf{A}| \, \alpha < 2\pi\varrho \, |\overline{\mathbf{A}}|\,,$$

$|\overline{\mathbf{A}}|$ rappresentando un valore compreso fra il limite inferiore ed il limite superiore di $|\mathbf{A}|$ sull'arco circolare. Quindi, per (VI),

$$\lim \int_{\widehat{PP'}} \mathbf{A} \times d\mathbf{s} = 0\,,$$

e, per (2),

$$\lim \int_{P_0P} \mathbf{A} \times d\mathbf{s} = \lim \int_{P_0P'} \mathbf{A} \times d\mathbf{s}\,,$$

c. d. d.

Indichiamo questo comune limite con L_{P_0}. Scaturisce immediatamente, da quanto precede, che, comunque s'immagini tendere P all'infinito, si ha

$$\lim \int_{P_0P} \mathbf{A} \times d\mathbf{s} = L_{P_0}\,, \tag{VII}$$

e, conformemente a (1), si verifica la condizione

$$\varrho \left| \int_{P_0P} \mathbf{A} \times d\mathbf{s} - L_{P_0} \right| < Q\,. \tag{VIII}$$

7. Poniamo, conformemente a (V),

$$\varphi = \int_{P_0P} \mathbf{A} \times d\mathbf{s} - L_{P_0}\,; \tag{IX}$$

φ riesce indipendente da P_0, perchè, mutando P_0 in P_0', si aggiunge

$$\int_{P_0P_0'} \mathbf{A} \times d\mathbf{s}$$

ad ambedue i termini della differenza.

Per (IX) e (VIII) si ha poi

$$\text{(X)} \qquad \varrho|\varphi| < Q .$$

Quindi, col tendere di P all'infinito, φ svanisce uniformemente $\left(\text{come } \frac{1}{\varrho}\right)$: proprietà sufficiente per mettere in rilievo la suddetta univoca definizione di φ.

8. Dai precedenti risultati, invocando le note proprietà della funzione potenziale e delle funzioni armoniche, si deduce, con pieno rigore, la proposizione che un vettore **A**

irrotazionale, nel campo rappresentato da tutto lo spazio, e soggetto alla condizione asintotica (VI):

del quale siano assegnate le divergenze, ordinaria (corporea) e superficiale, con

$$\operatorname{div} \mathbf{A} = D(P_1) \quad , \quad \operatorname{div}^\star \mathbf{A} = D^\star(P^\star) ,$$

dove $D(P_1)$ e $D^\star(P^\star)$ dinotano funzioni quali si vogliano del punto P_1 dello spazio, esterno a $\sigma^\star$, e del punto $P^\star$ di $\sigma^\star$, semplicemente soggette alle condizioni che assicurano la validità dei teoremi di Poisson: è univocamente determinato e rappresentato da

$$\text{(XI)} \qquad \begin{cases} \mathbf{A}(P) = \operatorname{grad} \varphi(P) \\ \varphi(P) = \displaystyle\int_{\tau_1} \frac{D(P_1)\, d\tau_1}{r} + \int_{\sigma^\star} \frac{D^\star(P^\star)\, d\sigma^\star}{r} , \end{cases}$$

dove r rappresenta $\overline{PP_1}$ nel primo integrale e $\overline{PP^\star}$ nel secondo.

Vettore solenoidale.

9. Ferme restando le proprietà generali, indicate al § 1, e il significato dei simboli, supponiamo che il vettore **A** soddisfaccia le nuove condizioni:

$$\text{(XII)} \qquad \operatorname{div} \mathbf{A} = 0 \quad , \quad \operatorname{div}^\star \mathbf{A} = 0 .$$

Poichè (cfr. § 1 e § 3)

$$\operatorname{div}^\star \mathbf{A} = \mathbf{n} \times (\mathbf{A}^+ - \mathbf{A}^-) = \mathbf{n} \times (\mathbf{A}_n^+ - \mathbf{A}_n^-) ,$$

la seconda condizione si traduce in

$$\mathbf{A}_n^+ = \mathbf{A}_n^- .$$

Il vettore si chiama, in questo caso, « solenoidale ».

10. Supponiamo, come ultimamente, che il considerato campo sia rappresentato da tutto lo spazio, e che vi sia soddisfatta la (VI).

Ove, in detto campo, il vettore **A** soddisfaccia, ad un tempo, la (XII) e le (II), esso non potrà essere altro che nullo.

Questo scaturisce immediatamente dalla (XI), e serve a dimostrare, al noto modo, che, nel campo rappresentato da tutto lo spazio, un vettore è univocamente determinato dalle indicate proprietà generali (§ 1), dalla condizione asintotica (VI), e dalla distribuzione de' suoi rotazionali e delle sue divergenze (corporee e superficiali).

11. Supponiamo, invece, che, nel suddetto campo, siano assegnati i rotazionali di **A** con

$$\text{(XIII)} \qquad \operatorname{rot}\mathbf{A} = \mathbf{R}(P_1) \quad , \quad \operatorname{rot}^\star\mathbf{A} = \mathbf{R}^\star(P^\star),$$

dove P_1, $P^\star$ hanno lo stesso significato come nel § 8: $\mathbf{R}(P_1)$, $\mathbf{R}^\star(P^\star)$ denotano funzioni date, soggette alle condizioni che assicurano la validità dei teoremi di Poisson: e $\mathbf{R}^\star(P^\star)$ è perpendicolare a $\mathbf{n}$.

Queste funzioni debbono inoltre soddisfare

$$\text{(XIV)} \qquad \operatorname{div}\left[\int_{\tau_1}\frac{\mathbf{R}(P_1)\,d\tau}{r} + \int_{\sigma^\star}\frac{\mathbf{R}^\star(P^\star)\,d\sigma^\star}{r}\right] = 0$$

(cfr. § 8) in ogni punto P dello spazio.

Difatti, nell'ipotesi di un campo τ_1 finito, limitato ad un contorno σ_1, e non contenente superficie di discontinuità $\sigma^\star$, si dimostra agevolmente, col noto teorema di Gauss, l'identità

$$\operatorname{rot}\int_{\tau_1}\frac{\mathbf{A}\,d\tau}{r} = \int_{\tau_1}\frac{\operatorname{rot}\mathbf{A}\,d\sigma}{r} + \int_{\sigma_1}\frac{\mathbf{n}_1\wedge\mathbf{A}}{r}\,d\sigma_1\,,$$

dove $\mathbf{n}_1$ indica un vettore avente l'orientazione della normale interna al contorno e grandezza 1.

E di qua si deduce subito, pel campo e pel vettore considerato, tenendo conto della (VI) e della (1) del § 3, e introducendo le (XIII),

$$(1) \qquad \operatorname{rot}\int_{\tau_1}\frac{\mathbf{A}\,d\tau}{r} = \int_{\tau_1}\frac{\mathbf{R}(P_1)\,d\tau_1}{r} + \int_{\sigma^\star}\frac{\mathbf{R}^\star(P^\star)\,d\sigma^\star}{r}.$$

Ora, si ha, qualunque sia il vettore rappresentato da **A**, per definizione,

$$\operatorname{div}\mathbf{A} = \lim_{\varDelta\tau=0}\frac{\displaystyle\int_\sigma \mathbf{A}\times\mathbf{n}\,d\sigma}{\varDelta\tau} \quad , \quad \operatorname{div}^\star\mathbf{A} = \lim_{\varDelta\sigma^\star=0}\frac{\displaystyle\int_\sigma \mathbf{A}\times\mathbf{n}\,d\sigma}{\varDelta\sigma^\star}\,,$$

dove σ rappresenta la superficie limitante un intorno del punto P, $\mathbf{n}$ un vettore avente l'orientazione della normale esterna e grandezza 1, $\varDelta\tau$ il volume dell'intorno, $\varDelta\sigma^\star$ l'area del pezzo di superficie $\sigma^\star$ compreso in σ.

Quindi, essendo, pel teorema di Stokes,

$$\int_\sigma \operatorname{rot} \mathbf{A}' \times \mathbf{n}\, d\sigma = \int_{\sigma_1} \operatorname{rot} \mathbf{A}' \times \mathbf{n}_1\, d\sigma_1 + \int_{\sigma_2} \operatorname{rot} \mathbf{A}' \times \mathbf{n}_2\, d\sigma_2$$

$$= \int_C \mathbf{A}' \times d\mathbf{s} - \int_C \mathbf{A}' \times d\mathbf{s} = 0\,,$$

ogniqualvolta σ_1, σ_2, rappresentando due calotte in cui si decompone la superficie chiusa σ, abbia $\mathbf{A}' \times d\mathbf{s}$ lo stesso valore lungo il comune contorno C, si rileva che sarà, in ogni punto del campo,

$$\text{(2)} \qquad \operatorname{div} \operatorname{rot} \mathbf{A}' = 0 \quad , \quad \operatorname{div}^\star \operatorname{rot} \mathbf{A}' = 0\,,$$

ogniqualvolta per $\mathbf{A}'$ non esistano superficie di discontinuità, o almeno sia continuo il componente secondo il piano tangente (oltre le proprietà rimanenti, indicate al § 1).

Ne viene, in ogni punto P dello spazio,

$$\operatorname{div} \operatorname{rot} \int_{\tau_1} \frac{\mathbf{A}\, d\tau_1}{r} = 0\,,$$

per le note proprietà della funzione potenziale di un corpo. La qual relazione, per (1), si traduce nella (XIV). C. v. d. (¹).

Ciò premesso, poniamo

$$\text{(XV)} \qquad \mathbf{A} = \operatorname{rot} \mathbf{A}'\,,$$

con $\mathbf{A}'$ vettore monodromo, limitato e continuo in tutto lo spazio.

Per (2), saranno, in primo luogo, soddisfatte le (XII).

Inoltre, risulta

$$\text{(3)} \qquad \operatorname{rot} \mathbf{A} = \operatorname{rot} \operatorname{rot} \mathbf{A}' = \operatorname{grad} \operatorname{div} \mathbf{A}' - \Delta_2 \mathbf{A}'\,.$$

Poniamo, scrivendo, quando lo troviamo opportuno, $\mathbf{A}'(\mathrm{P})$ per $\mathbf{A}'$,

$$\text{(XVI)} \qquad 4\pi \mathbf{A}'(\mathrm{P}) = \int_{\tau_1} \frac{\mathbf{R}(\mathrm{P}_1)\, d\tau_1}{r} + \int_{\sigma^\star} \frac{\mathbf{R}^\star(\mathrm{P}^\star)\, d\sigma^\star}{r}\,.$$

Allora, per le proprietà della funzione potenziale di un corpo e di uno strato semplice, saranno soddisfatte le condizioni testè accennate, e si verificheranno, in conseguenza, le (XII): come pure si verificheranno le proprietà generali indicate al § 1, e la condizione asintotica (VI).

(¹) La relazione

$$\operatorname{div}^\star \operatorname{rot} \int_{\tau_1} \frac{\mathbf{A}\, d\tau_1}{r} = 0$$

si verifica identicamente, in base a (1), per le proprietà della funzione potenziale di un corpo e di uno strato semplice.

Si ha poi da (3), per (XVI) e (XIV),

$$\operatorname{rot} \mathbf{A} = - \Delta_2 \mathbf{A}'.$$

Ma, pel teorema di Poisson, da (XVI) segue, per ogni punto P non appartenente a $\sigma^\star$,

$$\Delta_2 \mathbf{A}'(\mathrm{P}) = - \mathbf{R}(\mathrm{P}).$$

Quindi riesce soddisfatta la prima delle (XIII) [1].

Infine, designando con gli indici x, y, z i componenti di un vettore secondo una terna d'assi cartesiani ortogonali, (XV) e (XVI) si traducono in

$$\mathrm{A}_x = \frac{\partial \mathrm{A}'_z}{\partial y} - \frac{\partial \mathrm{A}'_y}{\partial z},$$

$$4\pi \mathrm{A}'_x = \int_{\tau_1} \frac{\mathrm{R}_x(\mathrm{P}_1)\, d\tau_1}{r} + \int_{\sigma^\star} \frac{\mathrm{R}^\star_x(\mathrm{P}^\star)\, d\sigma^\star}{r},$$

e le analoghe.

Quindi, per le ricordate proprietà della funzione potenziale di un corpo e di uno strato semplice, e pel teorema di Poisson relativo a codesta, si ha, per ogni punto $\mathrm{P}^\star$ di $\sigma^\star$,

$$\mathrm{A}^+_x - \mathrm{A}^-_x = \mathrm{R}^\star_y(\mathrm{P}^\star) \cos(nz) - \mathrm{R}^\star_z(\mathrm{P}^\star) \cos(ny)$$

e le analoghe. Donde

$$\mathrm{A}^+_n - \mathrm{A}^-_n = \mathbf{R}^\star(\mathrm{P}^\star) \wedge \mathbf{n}:$$

e poichè $\mathbf{R}^\star(\mathrm{P}^\star)$ ed $\mathbf{n}$ sono *per dato* perpendicolari fra loro,

$$\mathbf{n} \wedge (\mathrm{A}^+_n - \mathrm{A}^-_n) = \mathbf{n} \wedge (\mathbf{A}^+ - \mathbf{A}^-) = \mathbf{R}^\star(\mathrm{P}^\star);$$

con che [cfr. (1) del § 3] riesce verificata anche la seconda delle (XIII).

12. Occorre appena rammentare la molteplicità di applicazioni alla fisica matematica, donde trae importanza codesto argomento. Il breve studio, che ho l'onore di comunicare, colla presente Nota, sarebbe inteso ad agevolarne, senza scapito del rigore, la trattazione nelle considerate ipotesi del campo infinito e della presenza di superficie di discontinuità.

[1] Notiamo come, in base a (XIV), ne emerge per $\mathbf{R}(\mathrm{P}_1)$ la condizione *a priori* $\operatorname{div} \mathbf{R}(\mathrm{P}_1) = 0$.