

ATTI
DELLA
REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCCX.

1913

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME XXII.

2° SEMESTRE.



ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1913

Economia matematica. — *Analogie tra i fenomeni statistico-economici e i fenomeni meccanici.* Nota del dott. L. AMOROSO, presentata dal Corrisp. G. CASTELNUOVO.

Nel 2° volume del suo « Cours d'Économie politique » (1), nel 1897, Vilfredo Pareto pone un parallelo delle analogie che intercedono fra i fenomeni meccanici ed i fenomeni economici. Come l'illustre Autore espressamente avverte, queste analogie non possono sostituire le dimostrazioni, ma solo servono a porre in luce alcune concezioni fondamentali, ciascuna delle quali deve essere separatamente sottoposta al controllo dell'esperienza. Il parallelo primitivo del Pareto fu da me ripreso ed ampliato più tardi nel 1909 in una comunicazione letta al Congresso di filosofia in Roma e pubblicata poi nel fascicolo II della Rivista di filosofia dell'anno 1910. Nella presente Nota riprendo oggi lo stesso argomento, per fare ancora un passo più avanti.

1. *Fenomeno meccanico.* Studia le leggi del moto, ossia delle variazioni dello spazio rispetto al tempo. Questo studio si compie mediante due approssimazioni successive, che costituiscono rispettivamente *la meccanica razionale* e *la meccanica applicata*. Nella prima si fa astrazione da tutte le altre proprietà, che non sieno quelle del moto (attrito, viscosità, ecc.); nella seconda si tiene conto, invece, degli effetti di tutte queste proprietà.

2. *Concetti fondamentali.* Sono i concetti di *spazio*, di *tempo*, di *forza*, di *vincolo*.

L'esperienza permette di misurare direttamente le forze, e di costruire quindi una funzione (potenziale), le cui derivate parziali rappresentano le componenti della forza in ciascun punto dei singoli corpi; ogni funzione che cresce quando il potenziale cresce, e diminuisce quando il potenziale diminuisce, si dice una *funzione indice delle forze*.

Fenomeno economico. Studia le leggi della variazione della ricchezza rispetto al tempo. Questo studio si compie con due approssimazioni successive, che costituiscono rispettivamente *l'economia pura* e *l'economia applicata*. Nella prima si fa astrazione da tutte le circostanze che non siano quelle che spingono gli uomini a produrre ricchezza o a scambiarla (sentimenti religiosi, morali, ecc.); nella seconda, invece, si tiene appunto conto di tali circostanze.

I *concetti fondamentali* sono i concetti di *ricchezza*, di *tempo*, di *ofelimità* e di *vincolo*.

La produzione e lo scambio delle ricchezze sono dovute al piacere (ofelimità) che arreca agli uomini l'acquisto dei vari beni. Ogni funzione che cresce quando l'ofelimità totale cresce, e decresce quando l'ofelimità totale decresce, si dice una *funzione indice dell'ofelimità*. L'esperienza permette di determinare quante si vogliono funzioni indici dell'ofelimità.

(1) Lausanne, F. Rouge éditeur, pag. 12.

In generale non tutti i movimenti sono possibili, ma vi sono *legami* o *vincoli*. Se un corpo è assoggettato a rimanere su una superficie, ciò costituisce un vincolo: così pure è un vincolo che due corpi siano rigidamente collegati fra di loro ecc.

3. *Meccanica razionale*. Comprende tre parti: *cinematica*, *statica* e *dinamica*.

Nella *cinematica* si prescinde dalle cause (forze), che producono il *moto*: i soli concetti adoperati sono quelli di spazio e di tempo.

Nella *statica* si determinano le condizioni generali dell'equilibrio: i soli concetti adoperati sono quelli di spazio, di forza e di vincolo.

Nella *dinamica* si studiano in generale le leggi del moto, e si applicano tutti e quattro i concetti di spazio, tempo, forza, vincolo.

4. Parte essenziale dello studio della cinematica è lo studio dei vari moti, che possono prodursi in realtà, prescindendo dalla natura dei motori (idraulico, a vento, a vapore, elettrico). Tutta la *teoria delle macchine* fa quindi parte della cinematica.

Ciascun individuo, nel produrre o scambiare ricchezza, non è libero nei suoi movimenti, ma è *vincolato*: sono vincoli il fatto che la quantità totale di ciascuna merce è limitata; che per ottenere un prodotto occorrono le materie prime. Sono vincoli, ancora, per ciascun individuo, i desiderii (i gusti, i bisogni) degli altri individui ecc.

Economia pura. Comprende tre parti: *cinematica*, *statica* e *dinamica*.

Nella *cinematica* si prescinde dalle cause che producono le variazioni di ricchezza: i soli concetti adoperati sono quelli di ricchezza e di tempo.

Nella *statica* si determinano le condizioni generali dell'equilibrio economico: i soli concetti adoperati sono quelli di ricchezza, di ofelimità e di vincolo.

Nella *dinamica* si studiano le leggi generali delle variazioni della ricchezza, e si applicano tutti e quattro i concetti di ricchezza, tempo, ofelimità, vincolo.

È parte della cinematica economica la *statistica economica*, fino a quanto questa si limiti alla descrizione e alla misura dei vari fenomeni economici, *senza risalire alle cause dei fenomeni stessi*.

Particolarmente importanti sono gli studi di *matematica finanziaria*, in cui si determinano le leggi della capitalizzazione e dell'ammortamento, prescindendo dalla natura del capitale considerato. Questo studio fa parte ancora della cinematica economica.

5. *Statica*. Si studiano le condizioni generali dell'equilibrio di un corpo rigido od elastico, libero o vincolato.

Applicazione fondamentale è costituita dalla *meccanica delle costruzioni* (ponti, strade, edifiz. ecc.).

6. *Dinamica*. Due vie si presentano per questo studio. Quella della *meccanica analitica*, la via classica di Newton e di Lagrange, consiste nello studio del moto di ogni singola particella: il moto del sistema si deduce come composizione di tutti questi moti. La seconda è la via della *meccanica statistica*, iniziata dal Maxwell, in cui si trascura la storia di ogni singola particella, per ottenere *direttamente* il moto del sistema.

7. Si rivelano a questo punto **le mutue dipendenze** delle scienze meccaniche delle scienze economiche, e viceversa. L'economia analitica si è foggiate sulla *meccanica analitica* negli ultimi tempi per opera principalmente di Jevons, Edgeworth, Walrass e, soprattutto, di Pareto. Ma già prima Maxwell trasse dai concetti degli antichi statistici le basi della *meccanica statistica*.

Si studiano i vari casi di equilibrio economico, individuale o collettivo, con un numero maggiore o minore di vincoli. Non esistono sistemi economici liberi.

Il teorema fondamentale della uguaglianza dei gradi finali di utilità è una delle condizioni dell'equilibrio. Così pure sono condizioni dell'equilibrio quelle, che esprimono il pareggio dei singoli bilanci individuali e delle singole merci.

La distinzione fra i tipi classici dei vari sistemi economici (monopolio, libera concorrenza, ecc.) si esprimono con differenze nel numero e nella natura dei vincoli.

La teoria dell'equilibrio economico è quanto di più completo conosciamo relativamente allo studio del fenomeno economico astratto.

Analogamente, due vie si presentano per lo studio della dinamica economica. La prima, che possiamo dire della *economia analitica*, consiste nello studio delle azioni di ogni singolo uomo e, dalla somma di tutte queste azioni, del movimento sociale. Per la seconda - *economia statistica* - si considera invece *in ogni istante* come queste azioni si compensino a vicenda, e si considerano le variazioni, nel tempo, della sola risultante.

8. *Meccanica analitica*. Riduce lo studio del moto di un sistema materiale allo studio di una o più equazioni differenziali, alle derivate ordinarie (sistemi discontinui) o alle derivate parziali (sistemi continui).

La riduzione si fonda sopra due principii: il principio d'inerzia di Galileo e il principio di d'Alembert. È appunto in forza del principio di Galileo, che le equazioni differenziali della Meccanica sono del 2° ordine.

9. Dallo studio del movimento si passa più in generale allo studio dei vari fenomeni fisici (luce, calore, elettricità, ecc.). Accanto al grande albero della meccanica spuntano così i rami della *fisico-matematica classica*.

Questo studio porta essenzialmente alla distinzione dei fenomeni fisici in tre grandi categorie: *fenomeni stazionari*, *fenomeni di diffusione*, *fenomeni di vibrazione*. Sono fenomeni stazionari quelli della idrodinamica, della elettrostatica, ecc.; fenomeni di diffusione, quelli del calore, delle soluzioni diluite, ecc.: di vibrazione, quelli della elasticità, della luce, dell'elettromagnetismo, ecc.

I fenomeni di vibrazione presentano oscillazioni continue intorno a posizioni medie che restano presso a poco costanti nel tempo, oppure variano ora in un senso ora in un altro: i fenomeni di diffusione oscillano invece intorno a posizioni medie che col tempo variano in un determinato

Economia analitica. Nei sistemi sociali esiste una forza, che, almeno in parte, può assimilarsi a quello, che è l'inerzia in meccanica: è la forza dell'*abitudine*. Relativamente ad essa, può stabilirsi qualche cosa di analogo qualitativamente, se non quantitativamente, al principio d'inerzia di Galileo, tanto, quanto basta per affermare che le equazioni differenziali dell'Economia sono del 2° ordine (1).

Il principio del d'Alembert si estende immediatamente senza difficoltà.

L'osservazione della realtà dimostra che anche i fenomeni della ricchezza procedono per curve ondulate, ossia per successive oscillazioni. Possono queste oscillazioni prodursi intorno a valori medi che variano lentamente col tempo, ora in un verso, ora in un altro: li diremo, per analogia **fenomeni di vibrazione**: tipici di questa categoria sono i *prezzi* delle varie merci sul mercato. Possono invece i valori medi intorno a cui si producono le successive oscillazioni, variare sensibilmente in un *determinato* verso: li diremo allora **fenomeni di diffusione**; sono tipici di questa categoria l'*accrescimento della popolazione*, il *movimento commerciale*, ecc.

I fenomeni di diffusione rappresentano quei fenomeni che, variando, denotano un progredire, o meno, della **civiltà** economica. Gli altri (fenomeni di vibrazione) sono indici assai meno sicuri del progredire, o meno, di questa (la civiltà).

(1) Cfr. in questi Rendiconti (vol. XXI, serie 5ª, 1° sem., 1912, fasc. 4° e 5°) le due Note: *Contributo alla teoria matematica della dinamica economica*.

senso. Non vi sono oscillazioni di fenomeni stazionari.

Sembra che la circolazione della ricchezza sia un fenomeno di diffusione (1). D'altra parte, è subito visto che le oscillazioni dei prezzi si avvicinano ad un fenomeno di vibrazione.

La distinzione tra fenomeni di diffusione e fenomeni di vibrazione nel campo economico, non è una distinzione *qualitativa*, ma una distinzione *quantitativa*. Cioè i fenomeni economici possono ordinarsi in una gamma, in cui agli estremi sono da una parte i prezzi delle varie merci, dall'altra, per esempio, il movimento commerciale.

10. Fenomeni di diffusione nella fisica presentano un carattere fondamentale della *irreversibilità*: i corpi caldi cedono calore ai freddi, ma non viceversa.

I fenomeni della diffusione nel campo economico non presentano il carattere della *irreversibilità*: la circolazione della ricchezza, per esempio, può procedere verso una maggiore concentrazione, come pure verso una minore concentrazione della ricchezza stessa. Vedremo al n. 13 la portata di questa differenza tra i fenomeni fisici e gli economici.

11. Secondo studi recentissimi, la meccanica razionale si distingue in *meccanica della ereditarietà* e *meccanica della non ereditarietà* (2). Secondo la meccanica della non ereditarietà, la posizione dei corpi in un dato istante è determinata unicamente dalle condizioni in un istante anteriore, preso come iniziale. Secondo la

La più elementare esperienza mostra che, nel maggior numero dei casi, a determinare un certo fenomeno economico, contribuisce tutta la storia di questo fenomeno. La dinamica economica è quindi, generalmente, una dinamica della *ereditarietà*.

Le teorie *deterministiche* riducono, in fondo, la dinamica economica

(1) Cfr. in Giornale degli Economisti, settembre 1912, l'articolo: *La distribuzione della ricchezza come fenomeno di diffusione*.

(2) Picard, *La mécanique classique et ses approximations successives*, Rivista di scienza, vol. I, Bologna, 1907; Painlevé, *De la méthode dans les sciences*, Paris, Alcan, 1909; soprattutto Volterra, *L'évolution des idées fondamentales du calcul infinitésimal: l'application du calcul aux phénomènes d'hérédité* (Revue du Moi, mars-mai, 1912); *Sur les équations intégrales-différentielles et leurs applications* (Acta Mat., tomo XXXV, 1912); *Leçons sur les fonctions de lignes*, Paris, Gauthier Villars, 1913.

meccanica della ereditarietà, invece, a determinare la posizione in un dato istante contribuisce tutta la *storia* del sistema meccanico dall'istante iniziale all'istante che si considera.

12. *Meccanica statistica.* La più bella applicazione è quella relativa alla teoria cinetica dei gas. Fondandosi sopra i concetti classici di probabilità, Maxwell determina fin dal 1859 qual'è la più probabile distribuzione delle velocità delle varie molecole in un gas perfetto. Le recenti esperienze del Perrin hanno luminosamente confermato questa previsione. Per esse si conclude che la distribuzione delle velocità fra le varie molecole di un gas perfetto, è effetto del caso.

13. I concetti della meccanica statistica permettono di dare una spiegazione del fatto della irreversibilità dei fenomeni fisici di diffusione: non è che la reversibilità non possa prodursi, ma essa corrisponde ad una combinazione infinitamente poco probabile.

14. *Fenomeni naturali.* In concreto, i fenomeni fisici non si presentano isolati: gli effetti fisici interferiscono con gli effetti di altra natura (chimici, geologici, biologici ecc.) Per lo studio del fenomeno concreto occorre prima separare per astrazione, poi riunire in sintesi tutte queste varie parti.

e, più in generale, la dinamica sociale, alla dinamica della non ereditarietà: il che non è d'accordo coi risultati della esperienza.

La distribuzione della ricchezza in una società umana può essere studiata, assumendo come schema la distribuzione delle velocità in un gas perfetto (1). Con un ragionamento analogo a quello di Maxwell, si deduce che, se la distribuzione della ricchezza fosse effetto del caso, se cioè gli uomini potessero diventare ricchi o poveri soltanto giuocando tra di loro a giuoco d'azzardo, la distribuzione della ricchezza avverrebbe secondo una curva esponenziale. Ciò non concorda con la esperienza, il Pareto avendo trovato per quella distribuzione un'altra curva. Quindi la distribuzione della ricchezza non è effetto del caso (2).

La distinzione tra i fenomeni di *diffusione della fisica e della economia* si riduce, quindi, in sostanza a questo: nei fenomeni dell'economia, la diffusione nell'uno e nell'altro verso corrisponde a due combinazioni, che sono ugualmente probabili.

Fenomeni sociali. Nei fenomeni sociali gli effetti economici interferiscono con effetti di altra natura (di diritto, morali, religiosi, ecc.). Per lo studio del fenomeno concreto occorre prima separare per astrazione, poi riunire in sintesi tutte queste varie parti.

(1) Cfr. G. Castelnuovo, *Antiche e moderne vedute sulle leggi naturali* (discorso pronunciato il 24 nov. 1913 per l'inaugurazione dell'Anno accademico della Univ. di Roma).

(2) Il risultato, a cui così si perviene, era stato già posto in luce per altra via dal Pareto (loc. cit., vol. II, pp. 315 e segg.).