

ATTI
DELLA
REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCCXI.

1914

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME XXIII.

1° SEMESTRE.



ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1914

Meccanica. — *Esperienze sulla elasticità a trazione del rame.*
Nota I di GUSTAVO COLONNETTI, presentata dal Socio V. VOLTERRA.

Nell'eseguire una serie di prove a trazione su fili di rame provenienti dallo Stabilimento Gio. Ansaldo & C. di Cornigliano Ligure, ho avuto occasione di rilevare che, se invece di limitarsi, com'è d'uso ⁽¹⁾, a misurare le variazioni di lunghezza del saggio per successivi incrementi del carico, si cerca come varii quella lunghezza anche durante il periodo di scarica, si possono senza difficoltà osservare alcuni di quei fenomeni, noti sotto il nome generico di isteresi elastica, che il Wiedemann ⁽²⁾ dapprima, più tardi il Cantone ⁽³⁾ ed il Bouasse ⁽⁴⁾ hanno studiati operando per torsione e per flessione.

In considerazione del particolare interesse che presenta il caso, di tutti più caratteristico, per quanto sperimentalmente più arduo, delle sollecitazioni a semplice sforzo normale, ho allora cercato di disporre le mie esperienze per modo da rendere possibile uno studio sistematico dell'argomento. L'esiguità dei mezzi sperimentali di cui attualmente dispongo non mi ha per verità permesso di dare alle mie ricerche quello sviluppo che per ciò sarebbe stato necessario: ho dovuto limitarmi al solo studio della *forma*, dell'andamento generale dei fenomeni, rinunciando, almeno per ora, a precisare mediante costanti numeriche il comportamento specifico dei singoli campioni di materiale sottoposti alle prove.

Mi sembra ciononostante non privo di interesse il mettere in evidenza le proprietà *qualitative* che tutte le mie esperienze concordemente hanno rivelate riferendo qui con qualche dettaglio la *storia* di alcune di tali esperienze, scelte fra quelle il cui andamento mi sembra più espressivo.

I fili, crudi, del diametro di 10 millimetri, venivano cimentati a sforzo di trazione mediante la macchina Mohr & Federhaff da 3 tonnellate appartenente al Laboratorio per le prove sui materiali da costruzione della R. Scuola Navale Superiore in Genova. Le deformazioni venivano misurate, su di un tratto utile della lunghezza di 200 millimetri, mediante il noto appa-

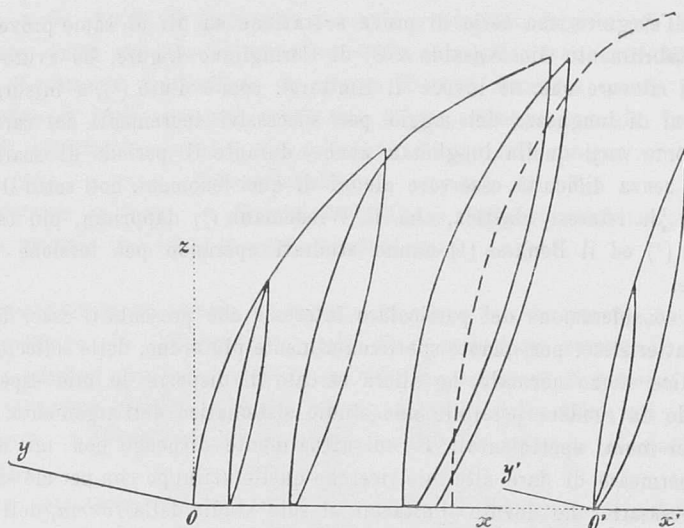
⁽¹⁾ Cfr. C. Bach, *Elastizität und Festigkeit*, Berlin, 1911.

⁽²⁾ Wied. Ann., 6 (1879).

⁽³⁾ Rend. R. Acc. dei Lincei, V, 2 (1893, II); Il nuovo Cimento, III, 35 (1894).

⁽⁴⁾ Ann. de la Fac. des Sc. de Toulouse, 12 (1898), e seg.; *Essais des matériaux*, Grenoble (Gratier & Rey), 1905.

recchio a specchi del Martens, il cui normale ingrandimento era stato alquanto accresciuto col distanziare più del consueto le scale dagli specchi (¹); ciò che non aveva però per iscopo tanto di raggiungere una maggiore approssimazione effettiva, che avrebbe anche potuto in pratica riuscire illusoria, quanto di permettere, nella misura delle rotazioni degli specchi, la sostituzione del metodo di Gauss con quello di Lord Kelvin.



Nella tabella che accompagna questo scritto trovansi raccolti i risultati ottenuti operando sopra uno spezzone di filo che non aveva ancora, dopo essere stato trafilato, subite deformazioni di sorta. Esso venne, durante cinque giorni consecutivi (15-19 febbraio 1913), assoggettato successivamente a sforzi di trazione di intensità di volta in volta crescenti: si raggiunsero così, nella prima prova, i 1000 kgr., nella seconda i 1600, nelle successive i 2000; soltanto in un'ultima prova, spinta fino a 2400 kgr., le deformazioni raggiunsero quei limiti oltre i quali l'apparecchio a specchi avrebbe cessato di essere utilmente applicabile. Tanto durante i periodi di aumento quanto durante i periodi di diminuzione del carico, questo veniva fatto variare per piccoli gradi, in modo quanto più possibile uniforme e lento (circa 25 kgr. al minuto primo).

Siccome i soliti diagrammi di deformazione, soprattutto se eseguiti in piccola scala, non si presterebbero a mettere in evidenza i fenomeni che ci

(¹) A. Martens, *Traité des essais des matériaux* (trad. P. Breuil), Paris 1904. L'ingrandimento, che normalmente è eguale a 500, venne portato a 578. Le letture, eseguite apprezzando sulla scala graduata il decimo di millimetro, risultarono pertanto espresse in $1/5780$ di mm.

interessano, così io adotterò, per illustrare graficamente le mie esperienze, una speciale rappresentazione in assi cartesiani *non* ortogonali, scegliendo l'obliquità degli assi x ed y , in relazione colle scale delle deformazioni e delle forze che su di essi rispettivamente si vogliono rappresentare, per modo che la tangente iniziale z alla curva di deformazione riesca normale all'asse delle x . Allora tale curva può venir tracciata agevolmente, e con tutta la desiderabile precisione, assumendo per coordinate del suo punto generico rispetto agli assi ortogonali z ed x rispettivamente le stesse forze applicate e le differenze fra le deformazioni osservate e quelle che si sarebbero dovute verificare nell'ipotesi che il materiale sottoposto ad esperienza si fosse comportato in conformità alla classica legge di Hooke, cioè con un valore del modulo di elasticità perfettamente costante ed eguale al suo valore iniziale (o più precisamente al valore che caratterizza la deformazione effettivamente osservata in corrispondenza del primo incremento del carico applicato).

Il diagramma così ottenuto, quale vien riprodotto nella nostra figura, si presta assai meglio della tabella numerica ad un'analisi qualitativa dei risultati dell'esperienza di cui ci stiamo occupando: dalla quale, come del resto da tutte le esperienze eseguite in condizioni analoghe e di cui qui non si fa cenno, è risultato con rimarchevole evidenza che, per carichi crescenti, la curva di deformazione rivolge sempre la sua concavità verso l'asse delle deformazioni; mentre che, al decrescer del carico applicato, essa si presenta immancabilmente concava dalla parte dell'asse delle forze.

Ad ogni variazione ciclica del carico, il punto rappresentativo descrive un cappio, accusando, durante la scarica, deformazioni maggiori di quelle che, a parità di carico, si producono caricando il saggio. Che ciò avvenga anche per tensioni unitarie assai più piccole di quelle su cui io ho potuto sperimentare non è qui il caso di asserire: quello che si può affermare è che non si tratta di anomalie, ma di un processo perfettamente regolare, come attestano la chiusura dei cappii ottenuti operando con forze non troppo grandi ed il modo assai marcato con cui il fenomeno si manifesta soprattutto nei cicli di grande ampiezza. Questo processo ci autorizza a mettere in rilievo la non invertibilità del fenomeno della deformazione anche in quei casi in cui esso non lascia traccia di deformazioni permanenti.

Se dopo assoggettato il saggio a sforzi crescenti fino ad un determinato valore, ed operata la trasformazione inversa da quel valore a zero, si riprende a far crescere gradatamente l'intensità del carico, la nuova curva di deformazione presenta, in generale, un andamento ben distinto da quello che si è osservato la prima volta fino in vicinanza del valore dello sforzo prima raggiunto, per dirigersi poi, sotto l'azione di carichi maggiori, sensibilmente sul prolungamento della curva di prima deformazione. Ciò mostra per una parte la poca o nessuna influenza che il ciclo descritto nel frattempo ha

sull'entità delle deformazioni prodotte da carichi maggiori. Riesce per altra parte ben definito quel complesso di alterazioni nelle proprietà del materiale a cui nel linguaggio tecnico si dà il nome di incrudimento; esso consisterebbe, in ultima analisi, nella sostituzione della curva di prima deformazione con la curva relativa ai carichi crescenti nel ciclo che ha per limite superiore il massimo carico raggiunto. Fino a che tale carico non oltrepassa certi limiti, che (almeno se si opera in modo da assicurare l'accomodamento dei cicli) sono del resto tutt'altro che bassi, i vari cappii che fan capo a carichi minori si presentano infatti tutti racchiusi entro il ciclo di massima ampiezza, ed hanno tutti in comune con questo il ramo relativo alle forze crescenti, come si può facilmente rilevare dal piccolo diagramma riprodotto nella parte destra della nostra figura (nel sistema di riferimento che ha per assi x' ed y'), e che rappresenta il comportamento del medesimo spezzone di cui ci siamo fin qui occupati in una recente ripresa di esperienze della quale mi riservo di riferire i risultati in una prossima Nota.

Senonchè non risulta qui, come si ritiene generalmente, che il materiale, così incrudito, prenda a deformarsi con legge di semplice proporzionalità alle forze applicate: giacchè se è vero che, per carichi crescenti, la curva di deformazione si presenta sensibilmente indipendente dal limite di forza a cui ci si spinge, è pur vero che, nei passaggi dalle forze estreme a zero, si ottengono curve ben distinte fra loro e dalla precedente, e in ogni caso poi si ha a che fare con linee che non sono mai rette.

GIORNO	ORA	Sforzo totale Kgr.	SPECCHIO SINISTRO		SPECCHIO DESTRO		Somma delle differenze parziali	Deforma- zione totale	Incremento della deform. riferito ad 1 kgr. di incremento dello sforzo
			Letture	Differenze parziali	Letture	Differenze parziali			
15 febbraio	15 1/2	0	675	—	499	—	—	0	—
"		100	801	+ 126	608	+ 109	+ 235	235	+ 2.35
"		200	910	+ 109	743	+ 135	+ 244	479	+ 2.44
"		400	1157	+ 247	986	+ 243	+ 490	969	+ 2.45
"		600	1415	+ 258	1228	+ 242	+ 500	1469	+ 2.50
"		800	1677	+ 262	1478	+ 250	+ 512	1981	+ 2.56
"		1000	1950	+ 273	1739	+ 261	+ 534	2515	+ 2.67
"		900	1830	- 120	1622	- 117	- 237	2278	- 2.37
"		800	1707	- 123	1505	- 117	- 240	2038	- 2.40
"		600	1454	- 253	1276	- 229	- 482	1556	- 2.41
"		400	1198	- 256	1044	- 232	- 488	1068	- 2.44
"		200	942	- 256	805	- 239	- 495	573	- 2.47
"		0	719	- 223	530	- 275	- 498	75	- 2.49
16 "	15	0	720	+ 1	529	- 1	0	75	—
"		100	817	+ 97	665	+ 136	+ 233	308	+ 2.33
"		200	933	+ 116	787	+ 122	+ 238	546	+ 2.38
"		400	1177	+ 244	1026	+ 239	+ 483	1029	+ 2.41
"		600	1428	+ 251	1265	+ 239	+ 490	1519	+ 2.45
"		800	1683	+ 255	1500	+ 235	+ 490	2009	+ 2.45
"		1000	1946	+ 263	1745	+ 245	+ 508	2517	+ 2.54
"		1200	2221	+ 275	2004	+ 259	+ 534	3051	+ 2.67
"		1400	2501	+ 280	2272	+ 268	+ 548	3599	+ 2.74
"		1600	2800	+ 299	2558	+ 286	+ 585	4184	+ 2.92
"		1500	2690	- 110	2431	- 127	- 237	3947	- 2.37
"		1400	2564	- 126	2318	- 113	- 239	3708	- 2.39
"		1200	2323	- 241	2073	- 245	- 486	3222	- 2.43
"		1000	2066	- 257	1840	- 233	- 490	2732	- 2.45
"		800	1819	- 247	1595	- 245	- 492	2240	- 2.46
"		600	1563	- 256	1356	- 239	- 495	1745	- 2.48
"		400	1302	- 261	1116	- 240	- 501	1244	- 2.50
"		200	1041	- 261	871	- 245	- 506	738	- 2.53
"		0	803	- 238	595	- 276	- 514	224	- 2.57
17 "	10	0	796	- 7	591	- 4	- 11	213	—
"		100	912	+ 116	705	+ 114	+ 230	443	+ 2.30
"		200	1022	+ 110	833	+ 128	+ 238	681	+ 2.38
"		400	1261	+ 239	1076	+ 243	+ 482	1163	+ 2.41
"		600	1516	+ 255	1310	+ 234	+ 489	1652	+ 2.44
"		800	1765	+ 249	1554	+ 244	+ 493	2145	+ 2.47

GIORNO	ORA	Sforzo totale Kgr.	SPECCHIO SINISTRO		SPECCHIO DESTRO		Somma delle differenze parziali	Deforma- zione totale	Incremento della deform. riferito ad 1 kgr. di incremento dello sforzo
			Letture	Differenze parziali	Letture	Differenze parziali			
17 febbraio		1000	2019	+ 254	1798	+ 244	+ 498	2643	+ 2.49
"		1200	2279	+ 260	2045	+ 247	+ 507	3150	+ 2.53
"		1400	2542	+ 263	2299	+ 254	+ 517	3667	+ 2.59
"		1600	2814	+ 272	2560	+ 261	+ 533	4200	+ 2.67
"		1800	3128	+ 314	2863	+ 303	+ 617	4817	+ 3.08
"		2000	3466	+ 338	3197	+ 334	+ 672	5489	+ 3.34
"		1900	3355	- 111	3072	- 125	- 286	5253	- 2.36
"		1800	3237	- 118	2949	- 123	- 241	5012	- 2.41
"		1600	2993	- 244	2708	- 241	- 485	4527	- 2.43
"		1400	2745	- 248	2467	- 241	- 489	4038	- 2.45
"		1200	2489	- 256	2230	- 237	- 493	3545	- 2.47
"		1000	2243	- 246	1980	- 250	- 496	3049	- 2.48
"		800	1985	- 258	1737	- 243	- 501	2548	- 2.50
"		600	1725	- 260	1490	- 247	- 507	2041	- 2.53
"		400	1460	- 265	1243	- 247	- 512	1529	- 2.56
"		200	1194	- 266	993	- 250	- 516	1013	- 2.58
"		0	950	- 244	710	- 283	- 527	486	- 2.64
"	15	0	934	- 16	700	- 10	- 26	460	-
"		100	1047	+ 113	815	+ 115	+ 238	688	+ 2.28
"		200	1157	+ 110	940	+ 125	+ 235	923	+ 2.35
"		400	1400	+ 243	1177	+ 237	+ 480	1403	+ 2.40
"		600	1651	+ 251	1414	+ 237	+ 488	1891	+ 2.44
"		800	1898	+ 247	1657	+ 243	+ 490	2381	+ 2.45
"		1000	2152	+ 254	1900	+ 243	+ 497	2878	+ 2.49
"		1200	2414	+ 262	2150	+ 250	+ 512	3390	+ 2.56
"		1400	2676	+ 262	2403	+ 253	+ 515	3905	+ 2.58
"		1600	2944	+ 268	2663	+ 260	+ 528	4433	+ 2.64
"		1800	3214	+ 270	2929	+ 266	+ 536	4969	+ 2.68
"		2000	3495	+ 281	3209	+ 280	+ 561	5530	+ 2.80
"		1900	3385	- 110	3081	- 128	- 238	5292	- 2.38
"		1800	3264	- 121	2959	- 122	- 243	5049	- 2.43
"		1600	3020	- 244	2715	- 244	- 488	4561	- 2.44
"		1400	2771	- 249	2475	- 240	- 489	4072	- 2.45
"		1200	2521	- 250	2233	- 242	- 492	3580	- 2.46
"		1000	2268	- 253	1991	- 242	- 495	3085	- 2.48
"		800	2012	- 256	1748	- 243	- 499	2586	- 2.50
"		600	1754	- 258	1501	- 247	- 505	2081	- 2.52
"		400	1492	- 262	1254	- 247	- 509	1572	- 2.55

GIORNO	ORA	Sforzo totale Kgr.	SPECCHIO SINISTRO		SPECCHIO DESTRO		Somma delle differenze parziali	Deforma- zione totale	Incremento della deform. riferito ad 1 kgr. di incremento dello sforzo
			Letture	Differenze parziali	Letture	Differenze parziali			
17 febbraio		200	1223	— 269	1006	— 248	— 517	1055	— 2.58
"		0	966	— 257	740	— 266	— 523	532	— 2.62
18 "		0	948	— 18	724	— 16	— 34	498	—
"		2000
"		0
"		2000
"		0
"		2000
"		0
"		2000
"		0
19 "	10	0
"		2000
"		0
"	16	0	950	...	789	565	—
"		100	1074	+ 124	897	+ 108	+ 232	797	+ 2.32
"		200	1205	+ 131	1004	+ 107	+ 238	1035	+ 2.38
"		400	1445	+ 240	1240	+ 236	+ 476	1511	+ 2.38
"		600	1694	+ 249	1472	+ 232	+ 481	1992	+ 2.41
"		800	1948	+ 254	1709	+ 237	+ 491	2483	+ 2.45
"		1000	2203	+ 255	1950	+ 241	+ 496	2979	+ 2.48
"		1200	2462	+ 259	2190	+ 240	+ 499	3478	+ 2.50
"		1400	2722	+ 260	2437	+ 247	+ 507	3985	+ 2.54
"		1600	2980	+ 258	2703	+ 266	+ 524	4509	+ 2.62
"		1800	3248	+ 268	2965	+ 262	+ 530	5039	+ 2.65
"		2000	3516	+ 268	3235	+ 270	+ 538	5577	+ 2.69
"		2200	3831	+ 315	3551	+ 316	+ 631	6208	+ 3.15
"		2400	4366	+ 535	4090	+ 539	+ 1074	7282	+ 5.37

Meccanica. — *Esperienze sulla elasticità a trazione del rame.* Nota II del dott. ing. GUSTAVO COLONNETTI, presentata dal Socio V. VOLTERRA.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.