

ATTI
DELLA
REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCCXI.

1914

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME XXIII.

1° SEMESTRE.



ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1914

Sotto le condizioni indicate nei teoremi enunciati in principio (SS 1, 2), la serie $\sum_n \lambda_n a_n \psi_n(x)$, supposta convergente (quasi da per tutto) nell'intervallo (a, b) , rappresenta una soluzione, sommabile insieme col suo quadrato, dell'equazione (1); è in particolare l'unica soluzione, se il sistema delle funzioni ortogonali (5) è chiuso.

Meccanica. — *Esperienze sulla elasticità a trazione del rame.* Nota II di GUSTAVO COLONNETTI, presentata dal Socio V. VOLTERRA.

Nel terminare la mia Nota precedente su questo argomento ⁽¹⁾ ho accennato all'incrudimento che si verifica in un filo di rame il quale venga per la prima volta cimentato a trazione, ed al conseguente diverso comportamento che esso presenta se si ripetono, in successo di tempo, le medesime condizioni di carico.

Ho cercato allora di chiarire la natura di questo fenomeno riproducendo, a lato del diagramma che rappresenta l'andamento delle esperienze ivi descritte, un altro diagramma relativo ad alcune esperienze da me eseguite negli ultimi giorni dello scorso dicembre rinnovando identicamente sul medesimo spezzone le condizioni di carico già realizzate la prima volta nei giorni 15 e 16 del precedente febbraio. A più completa documentazione del caratteristico confronto, credo non inutile riportare ora, nella prima tabella qui allegata, i risultati così ottenuti, insieme con pochi altri i quali si riferiscono ad un ciclo di deformazione osservato facendo variare periodicamente il carico applicato allo stesso spezzone fra un massimo di 1200 ed un minimo di 200 kgr.

Tale ciclo (che si trova rappresentato, in scala maggiore di quella usata l'altra volta, nella fig. 1, insieme colle due linee di ascesa da 0 a 1200 kgr. e di discesa da 200 a 0, le quali valgono a precisarne la posizione rispetto agli assi coordinati) si è rivelato notevolmente stabile: si è potuto infatti descriverlo più volte di seguito senza che si ottenessero, da una volta all'altra, differenze sensibili nelle singole letture: non solo, ma si è potuto anche assodare che le curve di deformazione relative a variazioni cicliche della forza applicata non oltrepassanti i limiti di esso constavano di cicli alla lor volta chiusi e tutti contenuti nell'interno del primo.

Questa proprietà, che mi si è ripetutamente presentata come caratteristica dei cicli chiusi, può venire meglio precisata se messa in relazione

⁽¹⁾ Presentata, per la pubblicazione in questi Rendiconti, nella seduta del 1° febbraio 1914.

con alcune altre osservazioni che io avevo avuto, poco tempo innanzi, occasione di fare operando su di un altro spezzone del solito filo.

Questo era stato assoggettato ad un carico che, raggiunti in pochi minuti i 2500 kgr., si era poi mantenuto sensibilmente costante per circa 60 ore consecutive: dopo averlo lasciato, circa altrettanto, sotto l'azione di un carico di soli 200 kgr., io potei constatare, in una prova preliminare

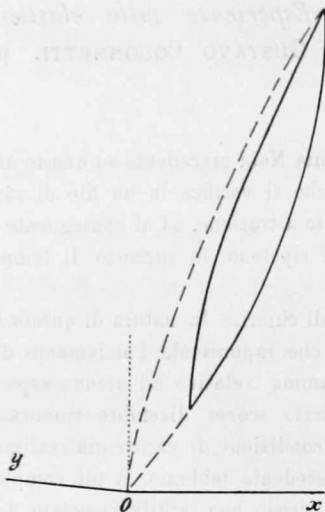


FIG. 1.

eseguita il 24 novembre, che un incremento transitorio di 1000 kgr. nell'intensità dello sforzo applicato non lasciava traccia alcuna di deformazioni residue. Il ciclo di deformazione, corrispondente al passaggio del carico da 200 a 1200 kgr. e viceversa, venne rilevato con ogni cura il giorno seguente insieme con due altri cicli di minore ampiezza, corrispondenti rispettivamente a carichi varianti tra 200 ed 800 kgr. e tra 1200 e 600. Le osservazioni fatte in quell'occasione (rappresentate col solito metodo nella fig. 2), insieme con quelle eseguite il 26 novembre intercalando (come è indicato nella fig. 3) nel solito ciclo di massima ampiezza vari piccoli cicli corrispondenti a variazioni di soli 100 kgr. di sforzo, si trovano dettagliatamente riferite nella tabella riprodotta alla fine di questa Nota.

GIORNO	ORA	Sforzo totale Kgr.	SPECCHIO SINISTRO		SPECCHIO DESTRO		Somma delle differenze parziali	Deforma- zione totale	Incremento della deform. riferito ad 1 kgr. di incremento dello sforzo
			Letture	Differenze parziali	Letture	Differenze parziali			
30 dicembre	15	0	853	—	1489	—	—	0	—
"		100	960	+ 107	1620	+ 131	+ 238	238	+ 2.38
"		200	1079	+ 119	1742	+ 122	+ 241	479	+ 2.41
"		400	1308	+ 229	2000	+ 258	+ 487	966	+ 2.43
"		600	1536	+ 228	2259	+ 259	+ 487	1453	+ 2.44
"		800	1768	+ 232	2520	+ 261	+ 493	1946	+ 2.46
"		1000	2001	+ 233	2780	+ 260	+ 493	2439	+ 2.47
"		900	1886	- 115	2664	- 116	- 231	2208	- 2.31
"		800	1777	- 109	2539	- 125	- 234	1974	- 2.34
"		600	1552	- 225	2284	- 255	- 480	1494	- 2.40
"		400	1327	- 225	2021	- 263	- 488	1006	- 2.44
"		200	1100	- 227	1749	- 272	- 499	507	- 2.49
"		0	855	- 245	1485	- 264	- 509	- 2	- 2.55
31	10	0	850	- 5	1490	+ 5	0	- 2	—
"		100	957	+ 107	1621	+ 131	+ 238	236	+ 2.38
"		200	1073	+ 116	1748	+ 127	+ 243	479	+ 2.43
"		400	1300	+ 227	2008	+ 260	+ 487	966	+ 2.44
"		600	1530	+ 230	2268	+ 260	+ 490	1456	+ 2.45
"		800	1764	+ 234	2526	+ 258	+ 492	1948	+ 2.46
"		1000	1998	+ 234	2784	+ 258	+ 492	2440	+ 2.46
"		1200	2238	+ 240	3046	+ 262	+ 502	2942	+ 2.51
"		1400	2480	+ 242	3310	+ 264	+ 506	3448	+ 2.53
"		1600	2726	+ 246	3575	+ 265	+ 511	3959	+ 2.55
"		1500	2608	- 118	3462	- 113	- 231	3728	- 2.31
"		1400	2499	- 109	3335	- 127	- 236	3492	- 2.36
"		1200	2264	- 235	3091	- 244	- 479	3013	- 2.39
"		1000	2032	- 232	2838	- 253	- 485	2528	- 2.42
"		800	1801	- 231	2581	- 257	- 488	2040	- 2.44
"		600	1570	- 231	2322	- 259	- 490	1550	- 2.45
"		400	1340	- 230	2058	- 264	- 494	1056	- 2.47
"		200	1111	- 229	1781	- 277	- 506	550	- 2.53
"		0	860	- 251	1500	- 281	- 532	18	- 2.66
"	14 1/2	0	850	- 10	1492	- 8	- 18	0	—
"		1200	2242	—	3041	—	—	2941	—
"		1100	2124	- 118	2928	- 113	- 231	2710	- 2.31
"		1000	2013	- 111	2799	- 129	- 240	2470	- 2.40
"		800	1782	- 231	2549	- 250	- 481	1989	- 2.41
"		600	1554	- 228	2290	- 259	- 487	1502	- 2.43

GIORNO	ORA	Sforzo totale Kgr.	SPECCHIO SINISTRO		SPECCHIO DESTRO		Somma delle differenze parziali	Deforma- zione totale	Incremento della deform. riferito ad 1 kgr. di incremento dello sforzo
			Lecture	Differenze parziali	Lecture	Differenze parziali			
31 dicembre		400	1327	- 227	2027	- 263	- 490	1012	- 2.45
"		200	1098	- 229	1752	- 275	- 504	508	- 2.52
"		300	1206	+ 108	1880	+ 128	+ 236	744	+ 2.36
"		400	1319	+ 113	2007	+ 127	+ 240	984	+ 2.40
"		600	1540	+ 221	2267	+ 260	+ 481	1465	+ 2.41
"		800	1779	+ 239	2519	+ 252	+ 491	1956	+ 2.45
"		1000	2012	+ 233	2779	+ 260	+ 493	2449	+ 2.46
"		1200	2249	+ 237	3035	+ 256	+ 493	2942	+ 2.47
"		0	850	-	1488	-	-	- 4	-

Esse provano, in modo costante ed affatto generale, che ogni linea di deformazione che parte da un punto di regresso tende a chiudere il ciclo



FIG. 1.



FIG. 2.

prolungandosi fino al punto di regresso immediatamente precedente: le linee discendenti rimanendo in ogni caso tutte al di sotto della ascendente precedentemente seguita, le ascendenti tutte al disopra della discendente precedentemente seguita. In particolare, esse mettono in rilievo la diversa legge di deformazione di un corpo il quale, sottoposto all'azione di un dato carico,

risenta l'impulso di una nuova forza, a seconda che la variazione attuale del carico riesce dello stesso segno di quella che l'ha immediatamente preceduta ovvero di segno contrario, avendosi in questo caso una variazione di dimensioni più piccola che nel primo, ed accentuandosi la differenza col crescere dell'ampiezza della variazione precedente: dove bisogna però tener presente che sono da considerarsi come non avvenute tutte quelle variazioni di carico che, separatamente o nel loro complesso, hanno carattere ciclico in quanto esse, a ciclo compiuto, lasciano il materiale nelle condizioni in cui l'hanno trovato.

Ma mentre il modo di deformarsi del materiale si mostra così strettamente legato alla legge seguita nell'applicazione del carico, esso si presenta poi praticamente indipendente dalla intensità del carico stesso se si ha l'avvertenza di mettersi ai diversi carichi in condizioni analoghe eseguendo le misure immediatamente dopo aver invertito il senso di variazione delle forze. Le differenze tra i vari valori del modulo di elasticità rilevati immediatamente appresso ad ogni punto di regresso si mantengono infatti, in queste esperienze, entro limiti così ristretti (¹) da far pensare alla possibilità di assumere, almeno in via di approssimazione, quel modulo così valutato come una costante caratteristica del materiale.

Quel che è certo si è che il fenomeno della deformazione del rame, in generale così profondamente discorde dalle ipotesi della teoria dell'elasticità, si presenta ad esse ipotesi praticamente conforme sempre e soltanto quando si descrivano cicli di piccolissima ampiezza attorno ad un valore, entro certi limiti, affatto qualunque del carico.

(¹) Ed invero in 26 misure eseguite, sotto carichi diversi, ma tutte immediatamente appresso ad una inversione nel senso di variazione del carico, nelle esperienze del 25 e 26 novembre, si sono ottenuti valori dell'incremento della deformazione per unità di incremento dello sforzo tra il massimo ed il minimo dei quali intercede una differenza del 2% soltanto; la differenza tra i due valori dello stesso incremento misurati in corrispondenza del vertice inferiore del solito ciclo di massima ampiezza rispettivamente all'inizio della linea ascendente ed al termine della linea discendente che lo compongono supera invece, in valor relativo, il 7%.

GIORNO	ORA	Sforzo totale Kgr.	SPECCHIO SINISTRO		SPECCHIO DESTRO		Somma delle differenze parziali	Deforma- zione totale	Incremento della deform. riferito ad 1 kgr. di incremento dello sforzo
			Lecture	Differenze parziali	Lecture	Differenze parziali			
24 novembre	16	200
"		1200
"		200
25 "	11	200	315	—	1890	—	—	0	—
"		300	444	+ 129	2008	+ 118	+ 247	247	+ 2.47
"		400	574	+ 130	2130	+ 122	+ 252	499	+ 2.52
"		600	831	+ 257	2379	+ 249	+ 506	1005	+ 2.53
"		800	1087	+ 256	2630	+ 251	+ 507	1512	+ 2.54
"		700	961	— 126	2510	— 120	— 246	1266	— 2.46
"		600	837	— 124	2386	— 124	— 248	1018	— 2.48
"		400	579	— 258	2136	— 250	— 508	510	— 2.54
"		200	317	— 262	1886	— 250	— 512	— 2	— 2.56
"	14	200	317	0	1886	0	0	— 2	—
"		300	447	+ 130	2004	+ 118	+ 248	246	+ 2.48
"		400	576	+ 129	2128	+ 124	+ 253	499	+ 2.53
"		600	834	+ 258	2377	+ 249	+ 507	1006	+ 2.53
"		800	1090	+ 256	2629	+ 252	+ 508	1514	+ 2.54
"		1000	1344	+ 254	2883	+ 254	+ 508	2022	+ 2.54
"		1200	1603	+ 259	3140	+ 257	+ 516	2538	+ 2.58
"		1100	1479	— 124	3020	— 120	— 244	2294	— 2.44
"		1000	1353	— 126	2900	— 120	— 246	2048	— 2.46
"		800	1101	— 252	2652	— 248	— 500	1548	— 2.50
"		600	847	— 254	2402	— 250	— 504	1044	— 2.52
"		400	585	— 262	2150	— 252	— 514	530	— 2.57
"		200	317	— 268	1891	— 259	— 527	3	— 2.64
"	16 ^{1/2}	200	317	0	1891	0	0	3	—
"		300	447	+ 130	2010	+ 119	+ 249	252	+ 2.49
"		400	577	+ 130	2133	+ 123	+ 253	505	+ 2.53
"		600	834	+ 257	2382	+ 249	+ 506	1011	+ 2.53
"		800	1089	+ 255	2633	+ 251	+ 506	1517	+ 2.53
"		1000	1343	+ 254	2887	+ 254	+ 508	2025	+ 2.54
"		1200	1601	+ 258	3143	+ 256	+ 514	2539	+ 2.57
"		1100	1476	— 125	3023	— 120	— 245	2294	— 2.45
"		1000	1350	— 126	2902	— 121	— 247	2047	— 2.47
"		800	1097	— 253	2658	— 244	— 497	1550	— 2.49
"		600	843	— 254	2408	— 250	— 504	1046	— 2.52
"		700	967	+ 124	2529	+ 121	+ 245	1291	+ 2.45
"		800	1093	+ 126	2650	+ 121	+ 247	1538	+ 2.47

GIORNO	ORA	Sforzo totale Kgr.	SPECCHIO SINISTRO		SPECCHIO DESTRO		Somma delle differenze parziali	Deforma- zione totale	Incremento della deform. riferito ad 1 kgr. di incremento dello sforzo
			Lecture	Differenze parziali	Lecture	Differenze parziali			
25 novembre		1000	1346	+ 253	2897	+ 247	+ 500	2038	+ 2.50
"		1200	1600	+ 254	3145	+ 248	+ 502	2540	+ 2.51
"		1100	1471	- 129	3030	- 115	- 244	2296	- 2.44
"		1000	1349	- 122	2907	- 123	- 245	2051	- 2.45
"		800	1098	- 251	2661	- 246	- 497	1554	- 2.49
"		600	844	- 254	2410	- 251	- 505	1049	- 2.53
"		400	583	- 261	2155	- 255	- 516	533	- 2.58
"		200	312	- 271	1894	- 261	- 532	1	- 2.66
26 "	9	200	312	0	1890	- 4	- 4	- 3	-
"		300	442	+ 130	2008	+ 118	+ 248	245	+ 2.48
"		400	573	+ 131	2031	+ 123	+ 254	499	+ 2.54
"		300	446	- 127	2010	- 121	- 248	251	- 2.48
"		400	573	+ 127	2030	+ 120	+ 247	498	+ 2.47
"		600	832	+ 259	2378	+ 248	+ 507	1005	+ 2.54
"		500	706	- 126	2257	- 121	- 247	758	- 2.47
"		600	832	+ 126	2378	+ 121	+ 247	1005	+ 2.47
"		800	1088	+ 256	2630	+ 252	+ 508	1513	+ 2.54
"		700	962	- 126	2511	- 119	- 245	1268	- 2.45
"		800	1088	+ 126	2632	+ 121	+ 247	1515	+ 2.47
"		1000	1346	+ 258	2884	+ 252	+ 510	2025	+ 2.55
"		900	1218	- 128	2767	- 117	- 245	1780	- 2.45
"		1000	1343	+ 125	2889	+ 122	+ 247	2027	+ 2.47
"		1200	1603	+ 260	3143	+ 254	+ 514	2541	+ 2.57
"		1100	1475	- 128	3026	- 117	- 245	2296	- 2.45
"		1000	1352	- 123	2902	- 124	- 247	2049	- 2.47
"		1100	1477	+ 125	3023	+ 121	+ 246	2295	+ 2.46
"		1000	1353	- 124	2902	- 121	- 245	2050	- 2.45
"		800	1100	- 253	2656	- 246	- 499	1551	- 2.49
"		900	1223	+ 123	2779	+ 123	+ 246	1797	+ 2.46
"		800	1100	- 123	2657	- 122	- 245	1552	- 2.45
"		600	847	- 253	2408	- 249	- 502	1050	- 2.51
"		700	971	+ 124	2529	+ 121	+ 245	1295	+ 2.45
"		600	847	- 124	2406	- 123	- 247	1048	- 2.47
"		400	587	- 260	2153	- 253	- 513	535	- 2.56
"		500	713	+ 126	2273	+ 120	+ 246	781	+ 2.46
"		400	587	- 127	2152	- 121	- 248	533	- 2.48
"		200	316	- 270	1890	- 262	- 532	1	- 2.66
"	17 1/2	200	311	- 5	1892	+ 2	- 3	- 2	-