

ATTI
DELLA
REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCCXI.

1914

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME XXIII.

1° SEMESTRE.



ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1914

Fisica. — *Sulla teoria delle rotazioni ionomagnetiche*. Nota del Socio AUGUSTO RIGHI (¹).

1. Le rotazioni di corpi posti in un campo magnetico, girevoli intorno ad un asse diretto parallelamente al campo, le quali si producono allorchè il gas rarefatto che circonda quei corpi è opportunamente ionizzato, furono da me studiate e descritte in varie pubblicazioni (²), e anche genericamente spiegate. La spiegazione è assai ovvia.

Sotto l'azione del campo ciascun ione gassoso percorre fra un urto e l'altro, non più un segmento rettilineo, ma una curva (elica, se il campo è uniforme), di guisa che gli urti subiti dal corpo mobile divengono obliqui in un certo senso tutt'intorno al medesimo. Di qui la rotazione osservata.

Naturalmente i ioni dei due segni determinano rotazioni di sensi opposti; per cui quanto si constata è un effetto differenziale. Nelle esperienze descritte nell'ultima delle Memorie citate l'effetto è più cospicuo, appunto perchè i ioni d'un dato segno urtano il corpo mobile in un numero assai maggiore di quello dei ioni di segno opposto.

Cercai di rendere conto con qualche dettaglio, mediante considerazioni geometriche, del meccanismo di quelle rotazioni in alcuni casi speciali, per esempio quelli di un cilindro o di un mulinello ad alette verticali; ma, specialmente in quest'ultimo caso, la spiegazione non può dirsi completa. Nel presente scritto espongo la teoria in modo abbastanza semplice, ma più comprensivo.

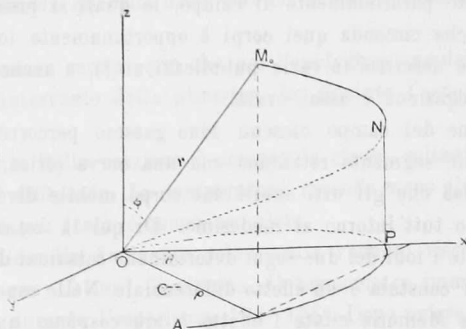
2. Naturalmente la velocità con cui un ione urta un dato elemento superficiale del corpo mobile è variabilissima sia in grandezza che in direzione, tanto col tempo quanto da luogo a luogo. Si è costretti quindi, come in ogni caso analogo, di contentarsi di calcoli approssimativi, assumendo valori medi per le quantità con cui si ha a che fare.

Ammetterò dunque, che l'ultima collisione subita da un ione prima che esso giunga a colpire un elemento $d\sigma$ della superficie del corpo mobile, abbia avuto luogo ad una distanza r dell'elemento stesso, e che tale distanza r sia la stessa per tutti i ioni, che da qualsiasi direzione arrivano a colpire quello o qualunque altro elemento. Parimenti supporrò, che la velocità posseduta da quei ioni abbia per tutti uno stesso valore V . Supporrò infine che le molecole gassose, sulle quali i ioni urtano un'ultima volta prima d'andare

(¹) Bologna, aprile 1914.

(²) Comp. Rend. 19 février 1912; Mem. della R. Acc. di Bologna, serie VI, t. IX; N. Cimento, luglio 1912; Rend. della R. Acc. dei Lincei, 1 dicembre 1912; Mem. della R. Acc. di Bologna, 16 febbraio 1913; N. Cimento, luglio 1913.

a colpire l'elemento $d\sigma$, siano distribuite uniformemente sulla superficie sferica di raggio r e centro $d\sigma$. Da ogni elemento ds di tale superficie partiranno ioni in tutte le direzioni; ma fra queste si dovrà prendere in considerazione soltanto quella che permette ai ioni di colpire l'elemento $d\sigma$; il numero di ioni, che in ogni minuto secondo partono da ds e arrivano a $d\sigma$, si potrà rappresentare con $n \cdot ds \cdot d\sigma$.



Ciò posto, si assuma una terna di assi ortogonali, di cui quello delle z sia parallelo alla direzione del campo magnetico supposto uniforme e d'intensità H , e si rappresentino con e la carica e con m la massa di un ione (o di un elettrone). Ponendo per semplicità $k = H \frac{e}{m}$ le equazioni del moto sono:

$$(1) \quad \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} = -k \frac{\partial y}{\partial t}, \quad \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = k \frac{\partial x}{\partial t}, \quad \frac{\partial^2 z}{\partial t^2} = 0.$$

Esse si integrano facilmente. Dicendo x_0, y_0, z_0 le coordinate del punto M_0 , da cui parte il ione nell'istante $t=0$, ed u_0, v_0, w_0 le componenti della sua velocità V pel medesimo istante, si ha, come è facilissimo verificare:

$$(2) \quad \begin{cases} \frac{\partial x}{\partial t} = u_0 \cos(kt) - v_0 \sin(kt) \\ \frac{\partial y}{\partial t} = u_0 \sin(kt) + v_0 \cos(kt) \\ \frac{\partial z}{\partial t} = w_0 \end{cases}$$

$$(3) \quad \begin{cases} k(x - x_0) = u_0 \sin(kt) - v_0 [1 - \cos(kt)] \\ k(y - y_0) = u_0 [1 - \cos(kt)] + v_0 \sin(kt) \\ (z - z_0) = w_0 t. \end{cases}$$

Dalle (2) si desume, che la velocità V del ione resta invariata, e che altrettanto avviene per la sua componente perpendicolare alla direzione del campo, perchè è invariabile anche $\frac{dz}{dt}$.

3. Per raggiungere lo scopo in vista è necessario determinare le componenti secondo gli assi della velocità dei ioni, che arrivano in O , giacchè è nell'origine delle coordinate che supporremo poi collocato l'elemento $d\sigma$; e per giungere a ciò occorre anzitutto scrivere le equazioni della traiettoria.

Si ponga:

$$(4) \quad \alpha = \frac{kz}{2w_0} \quad , \quad \alpha_0 = -\frac{kz_0}{2w_0} .$$

Così facendo restano alquanto semplificate le formole che si andranno scrivendo.

Dalle (4) si deduce, in virtù della terza delle (3):

$$kt = 2(\alpha + \alpha_0) .$$

La prima e la seconda delle (3) diventano così le equazioni della traiettoria:

$$(5) \quad \begin{cases} k(x - x_0) = 2 \operatorname{sen}(\alpha + \alpha_0) [u_0 \cos(\alpha + \alpha_0) - v_0 \operatorname{sen}(\alpha + \alpha_0)] , \\ k(y - y_0) = 2 \operatorname{sen}(\alpha + \alpha_0) [u_0 \operatorname{sen}(\alpha + \alpha_0) + v_0 \cos(\alpha + \alpha_0)] . \end{cases}$$

Come è noto, e come facilmente si verifica, essa è un'elica tracciata sopra un cilindro circolare, il cui asse è parallelo ad Oz .

Fra le infinite traiettorie rappresentate dalle (5), differenti l'una dall'altra a seconda della direzione della velocità iniziale V , ve ne è una passante per O , ed è questa sola che, naturalmente, c'interessa. Per determinarla basterà trovare quei tali valori di u_0 e v_0 che rendono soddisfatte le (5) con $x = y = z = 0$, e quindi anche $\alpha = 0$.

Così facendo si trova:

$$(6) \quad \begin{cases} u_0 = -\frac{1}{2} kq \frac{\cos(\alpha_0 - \theta)}{\operatorname{sen} \alpha_0} \\ v_0 = \frac{1}{2} kq \frac{\operatorname{sen}(\alpha_0 - \theta)}{\operatorname{sen} \alpha_0} , \end{cases}$$

essendosi posto

$$x_0 = q \cos \theta \quad , \quad y_0 = q \operatorname{sen} \theta .$$

Quanto al valore di w_0 , esso si ricaverà da $V^2 = u_0^2 + v_0^2 + w_0^2$, restandone però incerto il segno. Ma questo risulta sempre determinato dalla terza delle (3), la quale per $z = 0$ dà $z_0 + w_0 t = 0$. E poichè interessa di considerare solo epoche posteriori a $t = 0$, si vede che il segno di w_0 deve essere sempre opposto a quello di z_0 . Quindi α_0 è sempre positivo.

Introducendo nelle (5) i valori (6) si avranno le equazioni della traiettoria percorsa da quello, fra i ioni che partono dal punto (x_0, y_0, z_0) con velocità V , il quale va a passare per O . Con facili trasformazioni si trova:

$$(7) \quad \begin{cases} -x \operatorname{sen} \alpha_0 + \frac{1}{2} \rho \operatorname{sen}(\alpha_0 + \theta) = \frac{1}{2} \rho \operatorname{sen}(2\alpha + \alpha_0 + \theta) \\ y \operatorname{sen} \alpha_0 + \frac{1}{2} \rho \cos(\alpha_0 + \theta) = \frac{1}{2} \rho \cos(2\alpha + \alpha_0 + \theta). \end{cases}$$

Se ne deduce, eliminando α e quindi z :

$$x^2 + y^2 = \rho x \frac{\operatorname{sen}(\alpha_0 + \theta)}{\operatorname{sen} \alpha_0} - \rho y \frac{\cos(\alpha_0 + \theta)}{\operatorname{sen} \alpha_0},$$

equazione della circonferenza APO ... secondo la quale l'elica M_0NO , traiettoria del ione, si proietta sul piano xy . Tale circonferenza ha per raggio $\rho : 2 \operatorname{sen} \alpha_0$, e le coordinate del suo centro C sono

$$\rho \operatorname{sen}(\alpha_0 + \theta) : 2 \operatorname{sen} \alpha_0, \quad -\rho \cos(\alpha_0 + \theta) : 2 \operatorname{sen} \alpha_0.$$

Portando ora i valori (6) nelle prime delle (2) si trova:

$$(8) \quad \begin{cases} \frac{\partial x}{\partial t} = -\frac{1}{2} k \rho \frac{\cos(2\alpha + \alpha_0 + \theta)}{\operatorname{sen} \alpha_0} \\ \frac{\partial y}{\partial t} = -\frac{1}{2} k \rho \frac{\operatorname{sen}(2\alpha + \alpha_0 + \theta)}{\operatorname{sen} \alpha_0}. \end{cases}$$

Avremo finalmente le componenti u, v della velocità che possiede il ione allorchè arriva in O , col porre nelle (8): $z=0$, e quindi $\alpha=0$. Si trova così:

$$(9) \quad \begin{cases} u = -\frac{1}{2} k \rho \frac{\cos(\alpha_0 + \theta)}{\operatorname{sen} \alpha_0} \\ v = -\frac{1}{2} k \rho \frac{\operatorname{sen}(\alpha_0 + \theta)}{\operatorname{sen} \alpha_0}. \end{cases}$$

4. Per valutare l'effetto complessivo prodotto da tutti i ioni che arrivano in O e provenienti dai vari punti della superficie sferica $x_0^2 + y_0^2 + z_0^2 = r^2$ si dovrà ricorrere ad integrazioni; ma anche prima di eseguirle le (9) possono fornire utili indicazioni.

Si supponga in O un elemento superficiale $d\sigma$ orientato perpendicolarmente alla direzione Oz del campo, e si voglia conoscere l'azione totale prodotta dai ioni, che ne colpiscono la faccia superiore. Bisognerà comporre tutte le u corrispondenti ai punti (x_0, y_0, z_0) di quella metà della sfera di raggio r e centro O , che sta al di sopra del piano xy ; e poi far altrettanto per le v . È facile riconoscere che quelle due risultanti sono nulle.

Infatti, si cominci col comporre l'effetto dovuto ai ioni partenti dal punto (x_0, y_0, z_0) con quello dei ioni partenti dal punto $(-x_0, -y_0, z_0)$ simmetrico al primo rispetto all'asse Oz .

I valori di u e v per questo nuovo punto di partenza si ottengono dalle (9) cambiando θ in $\theta + \pi$, oppure in $\theta - \pi$. In ogni modo ne risultano valori eguali e di segno contrario a quelli relativi al punto (x_0, y_0, z_0) . Dunque gli effetti di tutti i ioni si distruggono due a due. Ciò vale per le componenti di velocità trasversali alla direzione del campo, ma non per w_0 ; però questa non è da tenere in considerazione se, come si suppone, $d\sigma$ appartiene ad un corpo, mobile intorno ad un asse parallelo alla direzione del campo, poichè w_0 ha rispetto a tale asse un momento nullo.

Si supponga in secondo luogo che l'elemento $d\sigma$ posto nell'origine O sia parallelo ad Oz , per esempio giaccia nel piano xz . In questo caso le velocità da comporre sono quelle possedute dai ioni partenti dai vari elementi della mezza sfera di centro O e raggio r posta da una parte del piano xz , p. es. dalla parte dell'asse Oy positivo.

In questo caso consideriamo insieme al punto (x_0, y_0, z_0) il suo simmetrico rispetto al piano xy , cioè il punto $(x_0, y_0, -z_0)$. I valori di u e v per questo ultimo punto si ricavano dalle (9) cambiando segno a z_0 . Siccome però esse non contengono z_0 esplicitamente, ed α_0 (che contiene z_0) è, come si è visto nel precedente paragrafo, sempre positivo, così i valori di u e v restano invariati. Donde questa conseguenza, che nelle integrazioni basterà tener conto di una sola metà della mezza sfera sopra indicata, per esempio il quarto di superficie sferica compreso fra i piani xy ed xz , a patto naturalmente di raddoppiare il risultato.

Con un ragionamento analogo ai precedenti si può far vedere, che se l'elemento $d\sigma$ giacente in O nel piano xz può essere percorso dai ioni su entrambe le faccie, l'effetto complessivo è nullo. Infatti si ha per risultato zero quando alle u e v dovute ai ioni partenti dai precedenti punti (x_0, y_0, z_0) e $(x_0, y_0, -z_0)$ si aggiungono quelli partenti dai punti simmetrici a questi rispetto all'asse Oz . Ne risulta che una lamina mobile non ha tendenza a spostarsi se i ioni possono liberamente giungere sulle sue due faccie.

5. L'integrazione necessaria per calcolare l'effetto risultante dei ioni partenti dalla semisfera, nel cui centro si trova l'elemento $d\sigma$ giacente nel piano xz , è facilissima per quanto riguarda le componenti u parallele all'elemento $d\sigma$, ma non certo per le v normali all'elemento stesso; fortunatamente però non occorre tener conto di queste, come si vedrà più oltre.

La risultante delle u relative ai punti di partenza (x_0, y_0, z_0) e $(x_0, y_0, -z_0)$ è, come si è detto poc'anzi, il doppio della u (9) cioè:

$$u = -kq \cos(\alpha_0 + \theta) : \text{sen } \alpha_0.$$

Componiamo coll'effetto di questi due punti quello dei loro simmetrici rispetto al piano yz , cioè quello dei punti $(-x_0, y_0, z_0)$ e $(-x_0, y_0, -z_0)$. La u per questi due punti presi insieme si ricaverà dall'ultima equazione

scritta cambiando segno ad x_0 , ossia cambiando θ in $\pi - \theta$, e si trova:

$$u = k\rho \frac{\cos(\alpha_0 - \theta)}{\sin \alpha_0}.$$

Sommando questo valore col precedente si avrà la u relativa al sistema dei quattro punti, e precisamente:

$$u = \frac{k\rho}{\sin \alpha_0} \left[(\cos(\alpha_0 - \theta) - \cos(\alpha_0 + \theta)) \right],$$

od anche: $u = 2k\rho \sin \theta$.

Con questa formola si dovrà evidentemente estendere l'integrazione soltanto all'ottavo di sfera compreso fra le direzioni positive dei tre assi, e tale integrazione riesce facilissima.

Sia ds l'elemento della sfera di raggio r e centro O che si trova in (x_0, y_0, z_0) . Chiamando φ l'angolo fra Oz e la retta OM_0 , che va dall'origine O al punto (x_0, y_0, z_0) sarà $\rho = r \sin \varphi$, e $ds = r^2 d\theta \sin \varphi d\varphi$.

Ciò posto la quantità di moto dq parallela ad Ox recata nell'unità di tempo all'elemento $d\sigma$ dai ioni provenienti dai quattro punti considerati più sopra è:

$$dq = n ds d\sigma \cdot u \cdot m$$

dove il primo fattore rappresenta il numero dei ioni che vanno da ds a $d\sigma$ nell'unità di tempo. Mettendo per u , ds e ρ i loro valori si ha:

$$dq = n d\sigma \cdot r^2 d\theta \sin \varphi d\varphi \cdot 2kr \sin \varphi \sin \theta \cdot m$$

e quindi:

$$q = 2kmnr^3 d\sigma \int_0^{\pi/2} \sin^2 \varphi d\varphi \int_0^{\pi/2} \sin \theta d\theta.$$

Integrando e ponendo:

$$A = \pi kmnr^3 = \pi H \epsilon n r^3$$

si ha finalmente:

$$(10) \quad q = \frac{1}{2} A d\sigma$$

per la quantità di moto riferita alla unità di tempo dovuta a tutti i ioni che colpiscono una faccia di un elemento $d\sigma$ parallelo alla direzione del campo. La sua direzione è parallela all'elemento e perpendicolare al campo.

6. È ora facile il calcolare l'azione prodotta sul corpo girevole intorno ad un asse verticale, come nelle esperienze da me descritte.

Considererò come primo esempio quello d'un parallelepipedo retto girevole intorno alla congiungente dei centri delle sue due faccie orizzontali. Il campo magnetico si suppone sempre diretto verticalmente.

Siano a, b gli spigoli orizzontali, e c quello verticale. L'effetto delle componenti normali v sopra un dato elemento della superficie del corpo es-

sendo controbilanciato da quello prodotto sopra un corrispondente egual elemento della faccia opposta, basterà tener conto, come del resto si avvertì già, delle componenti orizzontali u parallele agli elementi. Ora essendo $\frac{1}{2}A d\sigma$ la quantità di moto recata dai ioni nell'unità di tempo ad un elemento $d\sigma$, per l'intera faccia di area ac , essa sarà $\frac{1}{2}A \cdot ac$, ed il suo momento rispetto all'asse di rotazione sarà $\frac{1}{2}A \cdot ac \cdot \frac{b}{2}$, ossia $\frac{1}{4}A abc$. Per ciascuna delle faccie d'area bc si avrà un egual valore. Quindi per le quattro faccie laterali il momento μ della quantità di moto, che supponemo integralmente trasmessa dai ioni al corpo mobile, sarà:

$$\mu = Aabc = AU$$

se con U si rappresenta il volume del parallelepipedo. Questo è l'effetto totale, perchè gli urti ricevuti dalle faccie orizzontali hanno momento nullo.

In modo analogo si tratta il caso d'un cilindro verticale mobile intorno al proprio asse.

Sia R il raggio della sua sezione ed L l'altezza. Poichè $\frac{1}{2}A d\sigma \cdot R$ è il momento della quantità di moto data nell'unità di tempo ad un elemento $d\sigma$, quello μ relativo all'intera superficie laterale $2\pi RL$ del cilindro sarà $\mu = A\pi R^2 L = AU$, indicando qui pure con U il volume del corpo sospeso.

Identico risultato si ottiene con corpi d'altra forma, per esempio prismi, coni, sfere, ecc.

Dalla formola

$$\mu = AU = \pi H e n r^3 U$$

si deducono queste conseguenze, e cioè che il momento μ :

1° è proporzionale all'intensità del campo magnetico;

2° è indipendente dalla grandezza della velocità V attribuita ai ioni, ciò che si comprende pensando, che aumentando V ogni ione è meno deviato dal cammino rettilineo che seguirebbe qualora non esistesse il campo, nel qual caso naturalmente non si producono rotazioni;

3° è proporzionale al volume del corpo mobile;

4° è proporzionale ad n e a r^3 ; ma da ciò non si possono trarre conseguenze sicure, circa l'influenza della rarefazione del gas. Infatti r cresce verosimilmente se si diminuisce la pressione del gas; ma in pari tempo cala n , perchè diminuisce il numero di molecole e quindi anche dei ioni presenti.

La formola precedente si può d'altronde generalizzare assai. Limitandoci al caso d'un corpo di rivoluzione mobile intorno al proprio asse di figura verticale Oz si immagini tracciata nel piano xz la sua curva meridiana, e sia dl un elemento di essa, di coordinate x e z . Colla rotazione intorno all'asse Oz , mentre la curva suddetta genera la superficie esposta all'urto

dei ioni, l'elemento lineare dl descrive un'area $2\pi x \cdot dl$. Su ciascun elemento superficiale $d\sigma$ di essa gli urti dei ioni hanno per effetto di comunicare ad esso una quantità di moto $\frac{1}{2} A \cos \beta \cdot d\sigma$ diretta secondo la tangente orizzontale, essendo β l'angolo compreso fra Oz e dl .

Infatti, non si deve tener conto delle componenti di velocità parallele ad Oz o che incontrano questo asse, perchè hanno momento nullo; e nella espressione della componente efficace si deve porre $H \cos \beta$ al posto di H , visto che l'azione su un elemento perpendicolare al campo è nulla.

Il momento di detta quantità di moto rispetto all'asse di rotazione è $\frac{1}{2} A \cos \beta \cdot d\sigma \cdot x$, e per l'intera area generata dalla rivoluzione dell'elemento dl è $\frac{1}{2} A \cos \beta \cdot 2\pi x \cdot dl \cdot x$, od anche $\pi A x^2 dz$, perchè si ha

$$dz = dl \cos \beta.$$

Per l'intera superficie di rivoluzione il momento della quantità di moto dovuta all'urto dei ioni nell'unità di tempo sarà dunque

$$\mu = A \int \pi x^2 dz,$$

dove l'integrazione va estesa a tutta la curva meridiana. Evidentemente $\int \pi x^2 dz$ non è altro allora che il volume U del corpo mobile; dunque $\mu = AU$.

Nello stesso modo che la quantità di moto comunicata nell'unità di tempo coi loro urti dalle molecole di un gas alla parete del recipiente equivale ad una forza continua, che è la pressione del gas, così il momento della quantità di moto comunicata nell'unità di tempo dai ioni al corpo girante equivale ad una coppia agente in modo continuo. Se il corpo è sospeso ad un filo, tale coppia potrà essere equilibrata dalla elasticità di torsione, del filo stesso, ed allora l'angolo di torsione, che a quella è proporzionale, fornirà una misura relativa della detta coppia. Di qui la possibilità di verificazioni sperimentali delle conclusioni tratte dalla teoria, ed enunciate più sopra.

Nel caso degli urti delle molecole gassose si ritiene che esse rimbalzino sulla parete urtata; nel caso di ioni nulla di sicuro si può per ora asserire, ed è possibile che essi restino sul corpo girante.

7. Si può fare una obbiezione contro la legittimità del calcolo esposto alla fine del § 5, col quale si è giunti alla formola $q = \frac{1}{2} A d\sigma$.

Si supponga sempre l'elemento $d\sigma$ collocato in O nel piano xz , e anzi lo si consideri effettivamente come uno degli elementi di una faccia piana appartenente al corpo esposto all'urto dei ioni. Ora accade, che per certe posizioni attribuite al punto (x_0, y_0, z_0) sulla sfera di centro O e raggio r , la traiettoria percorsa dai ioni partenti da quel punto prima di giungere in O incontra altrove (punto N sulla figura) il piano xz . Sembra dunque

che il risultato del calcolo del § 5 sia errato, perchè non si dovrebbe tener conto, come invece si è fatto, degli urti di quei ioni, che non raggiungono l'elemento $d\sigma$.

Se non che, se il punto N fa parte della stessa superficie piana di cui $d\sigma$ è uno degli elementi, ha luogo una compensazione pel fatto, che l'effetto prodotto dall'urto dei ioni in N equivale esattamente a quello, che i ioni stessi avrebbero prodotto arrivando sino in O.

Infatti, il punto N è caratterizzato dall'essere $y=0$ e z (e quindi anche α) differente da zero. Ora se nella seconda delle (5), dopo avervi introdotto nel posto di u_0 e v_0 i valori (6), si pone $y=0$, si trova dopo alcune opportune trasformazioni:

$$\text{sen } \alpha \cdot \text{sen} (\alpha + \alpha_0 + \theta) = 0$$

e poichè α non è zero: $\alpha = -\alpha_0 - \theta$.

Ponendo questo valore di α nella prima delle (8) si trova per la componente secondo x della velocità con cui il ione urta il piano xz :

$$\frac{\partial x}{\partial t} = -\frac{1}{2} kq \frac{\cos(-\alpha_0 - \theta)}{\text{sen } \alpha_0},$$

valore identico a quello di u delle (9), che è la componente secondo x della velocità con cui il ione urterebbe il piano medesimo, se arrivasse sino ad O.

Mancherà questa curiosa compensazione solo per elementi marginali dalla faccia piana, di cui $d\sigma$ è l'elemento in O; ma l'errore rimanente sarà trascurabile, per poco che la faccia stessa abbia dimensioni grandi in paragone di r . Per una superficie curva sarà la stessa cosa, purchè il raggio di curvatura sia grande in confronto di r , ciò che praticamente può considerarsi come quasi sempre verificato.

8. L'esposta teoria mette in chiaro il meccanismo e l'essenza stessa del fenomeno delle rotazioni ionomagnetiche, e perciò con essa viene raggiunto lo scopo che mi ero prefisso; però essa presuppone condizioni di uniformità e di simmetria, che non sempre possono essere sperimentalmente realizzate.

Non lo sono, per esempio, quando la ionizzazione del gas viene prodotta mediante scariche esplosive, come nella mia prima disposizione sperimentale. Ioni ed elettroni sono allora lanciati in ogni direzione intorno alle scintille con così considerevoli velocità da dar luogo ad effetti meccanici assai notevoli, ed il corpo girante è investito dai ioni assai più dalla parte che guarda verso le scintille che dalla parte opposta.

Oltre a questa dissimetria, il fatto stesso del possedere molti dei ioni velocità assai grandi fa sì, che il loro ultimo percorso libero possa assumere valori assai più grandi di quello precedentemente ammesso come valore medio di r .

Questa circostanza si può invocare per rendere conto della mia prima esperienza di rotazione ionomagnetica, quella, cioè, della rotazione d'una specie di mulinello ad alette piane verticali.

Per spiegare tale fenomeno supposi appunto che ogni aletta riparasse in parte una delle sue vicine dal bombardamento dei ioni, con che si ammette per una porzione almeno dei ioni un non piccolo libero cammino prima del loro urto sul corpo mobile.

Per tentare qualche verifica sperimentale dei risultati teorici enunciati nel § 6, sarebbe quindi necessario di ionizzare il gas, non col metodo tanto efficace delle scintille, ma in qualche altra maniera; gli effetti osservabili sarebbero però, così facendo, di gran lunga meno marcati.

Geologia. — *Fossili paleozoici dell'isola d'Elba*. Nota del Socio CARLO DE STEFANI.

Nel 1892 e nel 1893 io trovavo nella parte orientale dell'isola d'Elba, alla Cala Baccetti presso il Cavo nei più alti strati di quella regione mineraria schistoso-arenacea, cioè negli schisti filladici scuri, un giacimento di fossili che, sebbene mal conservati, subito apparivano paleozoici. Li attribui da prima al Devoniano (¹); ma un più attento esame e la successiva comparsa di numerosi lavori sui fossili del Paleozoico più recente, mi hanno persuaso che piuttosto si tratti di Carbonifero.

Alcuni fossili, come le *Myalinae*, si trovano a centinaia, uniti, da vivi, da un bisso: fra questi sono dei noduli, di rado silicizzati, il più spesso cambiati in limonite, che in origine sarà stata pirite, nei quali compaiono in variabile numero le altre specie. Sono per lo più tutte di piccole dimensioni, del tipo, si direbbe, della fauna triassica detta di San Cassiano. Fra le specie predominano quelle del genere *Schizodus*, e la fauna quasi si potrebbe dire di *Schizodus*. Fuori dei molluschi, quasi mancano altri tipi.

I fossili esaminati, come la roccia che li contiene, sono per lo più tutti serepolati e incrinati da fenditure: cioè, direbbero alcuni, *milonitizzati*; ma i singoli esemplari sono rimasti in posto. Evidentemente, durante lo spostamento e le ripiegature della roccia, risentirono notevoli pressioni.

Ecco, senz'altro, un breve accenno delle specie trovate.

Crostacei Macruri? Un esemplare in parte silicizzato ed altri frammenti, probabilmente segmenti addominali di un cefalotorace, non saprei attribuirli che ad un decapode, forse vicino ai *Palinura*. Decapodi, nel Paleozoico, non se ne trovarono mai, salvo il genere *Palaeopemphix* Gemmellaro; ma la

(¹) C. De Stefani, *Gli schisti paleozoici dell'isola d'Elba* (Boll. Soc. geol. ital., vol. XIII. 1894, pag. 57).