ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCCXII.

1915

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME XXIV.

1° SEMESTRE.

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL DOTT. PIO BEFANI

1915

Matematica. — *Sulle equazioni integrali.* Nota del dott. Luciano Orlando, presentata dal Corrispondente A. Di Legge.

Sia

$$\varphi(x) = \mathrm{F}(x) + \int_0^x [p_1(x)\, q_1(\xi) + p_2(x)\, q_2(\xi) + \cdots + p_n(x)\, q_n(\xi)]\, \varphi(\xi)\, d\xi \tag{1}$$

un'equazione integrale del tipo di Volterra; la funzione φ è incognita, e le altre sono funzioni note.

Noi vogliamo qui far vedere come si possa risolvere quest'equazione, adoperando un mio metodo, che ho largamente applicato, in numerosi altri miei lavori, alle equazioni del tipo di Fredholm.

Supponiamo di voler esplorare le vicinanze di un punto regolare a, e che Φ sia un numero positivo non superato da $|\varphi|$ in tali vicinanze.

Scriviamo l'equazione (1) come segue:

$$\varphi(x) = \mathrm{F}(x) + \int_0^a [p_1(x)\, q_1(\xi) + \cdots + p_n(x)\, q_n(\xi)]\, \varphi(\xi)\, d\xi + \int_a^x [p_1(x)\, q_1(\xi) + \cdots + p_n(x)\, q_n(\xi)]\, \varphi(\xi)\, d\xi\,. \tag{2}$$

Se poniamo

$$m_\nu = \int_0^a q_\nu(\xi)\, \varphi(\xi)\, d\xi\,, \tag{3}$$

dove ν rappresenta i numeri $1, 2, \ldots, n$, e chiamiamo $\mathrm{K}(x\,;\xi)$ il nucleo $p_1(x)\, q_1(\xi) + p_2(x)\, q_2(\xi) + \cdots + p_n(x)\, q_n(\xi)$, noi potremo scrivere

$$\varphi(x) = p_1(x)\, m_1 + p_2(x)\, m_2 + \cdots + p_n(x)\, m_n + \int_a^x \mathrm{K}(x\,,\xi)\, \varphi(\xi)\, d\xi\,. \tag{4}$$

Le costanti m_ν sono incognite.

Ed ora, secondo il metodo d'approssimazioni successive, al quale ho prima alluso, scriviamo

$$\varphi + \varepsilon_1 = \mathrm{F} + \Sigma p m \qquad \varphi + \varepsilon_2 = \mathrm{F} + \Sigma p m + \int_a^x \mathrm{K} \cdot (\varphi + \varepsilon_1)\, d\xi$$

$$\varphi + \varepsilon_3 = \mathrm{F} + \Sigma p m + \int_a^x \mathrm{K} \cdot (\varphi + \varepsilon_2)\, d\xi\,, \ldots$$

Noi verremo così a fare i successivi errori

$$\varepsilon_1 = -\int_a^x K\varphi d\xi \quad , \quad \varepsilon_2 = \int_a^x K\,\varepsilon_1\, d\xi \quad , \quad \varepsilon_3 = \int_a^x K\,\varepsilon_2\, d\xi \, , \ldots$$

Se riteniamo fissato un numero positivo ϱ, tale da superare $|K|$ nelle vicinanze di a, e chiamiamo M il numero positivo fisso $\varrho\Phi$, allora noi sceglieremo l'ampiezza (a, x) tale, per esempio, da non superare $0,1\,M$; e perverremo ad una serie convergentissima, che esprimerà φ contenendo linearmente le incognite m_ν. La (3) ci darà allora il modo di avere n equazioni di primo grado fra le n incognite m_ν; queste si potranno ricavare da tale sistema.

Il metodo si estende agevolmente al caso che il nucleo non sia

$$p_1(x)\,q_1(\xi) + p_2(x)\,q_2(\xi) + \cdots + p_n(x)\,q_n(\xi)\,,$$

ma ne differisca per una funzione $\theta(x, \xi)$, la quale oscilli in limiti sufficientemente ristretti.

Lo svolgimento di ciò che qui abbiamo molto sinteticamente esposto, e l'estensione a casi alquanto più generali di quelli consentiti dalle nostre implicite ipotesi, costituiscono un facile lavoro, sul quale non vogliamo insistere. Mi preme soltanto stabilire che il mio metodo si estende benissimo anche alle equazioni con limiti variabili, e conduce ad una serie di agevole algoritmo, e convergente con rapidità che si può subito prestabilire.

Matematica. — *Sopra un'operazione funzionale atta a trasformare i potenziali logaritmici in simmetrici.* Nota della signorina LINA BIANCHINI, presentata dal Socio T. LEVI-CIVITA.

Fra i potenziali binari (quelli cioè che si possono far dipendere da due sole coordinate) i logaritmici occupano un posto speciale, per le molteplici e semplici applicazioni di cui sono suscettibili, in quanto vi si può impiegare il metodo delle funzioni di variabile complessa, e trar partito dall'agile sussidio della rappresentazione conforme.

Per gli altri tipi, in particolare pei potenziali simmetrici, che sono altrettanto e forse più importanti dal punto di vista applicativo, pur potendosi definire le funzioni associate, come nel caso logaritmico, manca un analogo sussidio, onde è assai più ristretta la categoria di questioni che, per essi, si sanno risolvere in modo esauriente.

Stando così le cose, si presenta interessante indagare il legame fra le dette due specie di potenziali, nella mira di valersene per trasportare ai potenziali simmetrici alcuni dei risultati già conseguiti pei logaritmici.