ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCCXII.

1915

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME XXIV.

1° Semestre.

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL DOTT. PIO BEFANI

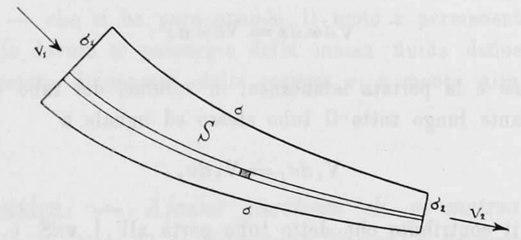
1915

Fisica matematica. — *Sull'azione dinamica di una corrente fluida sopra pareti rigide.* Nota del dott. ing. CARLO LUIGI RICCI, presentata dal Socio C. SEGRE.

La spinta che un fluido in moto non permanente esercita contro le pareti del vaso nel quale si muove, supposto che nelle superficie piane limitanti la massa fluida all'ingresso (σ_1) ed all'uscita (σ_2) la pressione media sia eguale a quella dell'ambiente esterno, e la velocità del fluido sia normale a dette superficie e costante in tutti i punti di ciascuna di esse (= rispettivamente a $\mathbf{v}_1$ e $\mathbf{v}_2$), è espressa da

$$\mathbf{R} = \int_S \varrho \mathbf{F}\, dS - \frac{\partial}{\partial t}\int_S \varrho \mathbf{v}\, dS + Q(\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2)\,,$$

essendo ϱ la densità del fluido, $\mathbf{F}$ il vettore della forza di massa, S lo spazio occupato dal liquido, e Q la portata istantanea espressa in unità di massa.



Questa espressione fu stabilita dal prof. T. Boggio nel suo lavoro: *Calcolo delle azioni dinamiche esercitate da correnti fluide sopra pareti rigide* [Rendiconti della R. Accademia dei Lincei, 1911, Nota II, pag. 908, formula (18)].

Mi propongo di dimostrare in questo breve studio, come il secondo termine dell'espressione di $\mathbf{R}$, nel caso di ϱ = costante (liquido omogeneo), si possa trasformare, e ricondurre alla forma ad esso data dal Masoni, il quale nel suo *Corso di idraulica* (3ª edizione, Napoli 1908, pag. 167), trattando per altra via la questione, aveva già dato agli altri due termini un'espressione identica a quella sopra indicata.

Possiamo immaginare l'intero spazio S come scomposto in tubi di flusso (o di velocità) elementari.

Consideriamo uno di questi tubi: sia $d\omega$ l'area della sezione trasversale infinitesima del tubo in un punto qualunque interno; siano inoltre $d\sigma_1$ e $d\sigma_2$ le due sezioni estreme del tubo, ossia i due elementi delle superficie σ_1 e σ_2 compresi entro il tubo.

Potremo assumere come elemento di volume quello compreso nel tubo tra due sezioni trasversali infinitamente vicine, ossia porre:

$$dS = d\omega \,.\, ds$$

se indichiamo con ds l'elemento d'arco dell'asse del tubo, cioè la distanza delle due sezioni.

Se ϱ è costante, nel secondo termine suddetto dovremo calcolare l' $\int_S \mathbf{v}dS$. Ora si ha:

$$\mathbf{v}\, dS = \mathbf{v}\, d\omega\, ds\,;$$

d'altra parte se diciamo P la particella fluida la cui velocità è $\mathbf{v} = \frac{dP}{dt}$, si ha:

$$\mathbf{v}\, ds = V dP\,,$$

ove V è il modulo della velocità, ed il vettore dP è diretto secondo l'asse del tubo; perciò si potrà porre:

$$\mathbf{v}\, d\omega\, ds = V d\omega\, dP\,.$$

Ora, $Vd\omega$ è la portata istantanea, in volume, del tubo elementare, la quale è costante lungo tutto il tubo stesso ed uguale a

$$V_1\, d\sigma_1 = V_2\, d\sigma_2\,.$$

Quindi il contributo che detto tubo porta all' $\int_S \mathbf{v}dS$ è $V_2\, d\sigma_2 \int dP$; ovvero anche $V_1\, d\sigma_1 \int dP$, essendo l' $\int dP$ esteso a tutta lunghezza del tubo.

Tale contributo vale quindi:

$$V_2\, d\sigma_2\,.\,(P_2 - P_1)\,,$$

ove P_1 e P_2 sono i due punti estremi dell'asse del tubo elementare, ossia i centri delle due sezioni estreme $d\sigma_1$ e $d\sigma_2$.

Quindi si avrà:

$$\begin{aligned}\int_S \mathbf{v}\, dS &= \int_{\sigma_2} V_2\, P_2\, d\sigma_2 - \int_{\sigma_2} V_2\, P_1\, d\sigma_2 \\ &= V_2 \int_{\sigma_2} P_2\, d\sigma_2 - V_1 \int_{\sigma_1} P_1\, d\sigma_1\,.\end{aligned}$$

Ora se diciamo G_1 e G_2 i baricentri delle sezioni σ_1 e σ_2, si ha, com'è noto,

$$\sigma_1 G_1 = \int_{\sigma_1} P_1 \, d\sigma_1 \quad ; \quad \sigma_3 G_2 = \int_{\sigma_2} P_2 \, d\sigma_2 \, ,$$

e quindi

$$\begin{aligned} \int_S \mathbf{v} \, dS &= V_2 \sigma_2 G_2 - V_1 \sigma_1 G_1 \\ &= V_2 \sigma_2 (G_2 - G_1) \, . \end{aligned}$$

Perciò il secondo termine dell'espressione di $\mathbf{R}$ è:

$$-\varrho \frac{\partial}{\partial t} \int_S \mathbf{v} \, dS = -\varrho (G_2 - G_1) \sigma_2 \frac{\partial V_2}{\partial t} \, ,$$

e si ritrova così l'espressione ad esso data dal Masoni, conforme a ciò che si era più sopra enunciato.

Giova osservare come nella citata espressione di $\mathbf{R}$, mentre il primo termine rappresenta l'effetto delle forze di massa, ossia l'azione *statica* del campo di forze, gli altri due termini rappresentano la vera azione *dinamica* del fluido in moto, espressa come la variazione dell'unità di tempo (derivata rispetto al tempo) della quantità di moto; il termine $-\frac{\partial}{\partial t} \int_S \varrho \mathbf{v} \, dS$ rappresenta di questa variazione la parte dovuta al variare della velocità in funzione del tempo (ossia alla non permanenza del moto); ed il termine $Q(\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2)$ — che si ha pure quando il moto è permanente — rappresenta la parte dovuta al passaggio della massa fluida defluente nell'unità di tempo (portata di massa), dalla sezione σ_1 a monte, alla sezione σ_2 a valle.

Matematica. — *Alcune questioni di geometria sopra una curva algebrica.* Nota II di Ruggiero Torelli, presentata dal Socio E. Bertini [1].

§ 3. — Condizioni per l'identità birazionale di due varietà di Jacobi.

9. Passiamo adesso a cercare le condizioni necessarie e sufficienti affinchè le due curve $C_p \bar{C}_p$ (per le quali adoperiamo le solite notazioni del n. 1) abbiano le varietà di Jacobi $V_p \bar{V}_p$ birazionalmente identiche. Perciò, detti $\mathbf{Y}\mathbf{X}$ i punti di $V_p \bar{V}_p$ immagini delle p-ple $(y' y'' \ldots y^p)$ $(x' x'' \ldots x^p)$ di punti di $C_p \bar{C}_p$, poniamo

$$\begin{aligned} V_k(Y) &= v_k(y') + \cdots + v_k(y^p) \\ U_k(X) &= u_k(x') + \cdots + u_k(x^p) \, ; \end{aligned}$$

[1] In questa Nota II continua la numerazione della Nota I.