ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCCXII.

1915

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME XXIV.

1° SEMESTRE.

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL DOTT. PIO BEFANI

1915

deformazione da eseguire. Sicchè intanto si ricava come condizione necessaria per l'applicabilità nel senso definito, che siano coincidenti gli S_3 $(g_1\, g_2)$ e $(g'_1\, g'_2)$, ecc.: da ciò segue che le curve C debbono essere nei piani osculatori ad una curva (e casi proiettivamente degeneri), altrimenti la superficie starebbe tutta in S_3.

La condizione trovata è anche sufficiente. Infatti si consideri la curva alla quale quegli S_3 sono osculatori, e gli S_4 ad essa osculatori: con opportuna rotazione di questi S_4 intorno agli S_3 in essi contenuti si possono portare tutti gli S_4 a coincidere; e poichè ogni S_4 contiene almeno due elementi successivi di qualsiasi curva della superficie, il teorema IV è dimostrato (per $\nu = 2$).

Analogamente si procede per ν qualsiasi.

7. Se la superficie è rigata le sue generatrici (curve C) sono immerse negli S_ν osculatori ad una curva: è questa una proprietà caratteristica delle rigate d'indice di sviluppabilità ν (¹). È così provato anche il teorema III.

Matematica. — *Una condizione necessaria e sufficiente per l'esistenza di soluzioni nell'equazione integrale di 1ª specie.* Nota di Attilio Vergerio, presentata dal Socio V. Volterra.

1. In una mia Nota, apparsa recentemente in questi Rendiconti (²), ho dimostrato che, data l'equazione, a nucleo simmetrico,

$$g(s) = \int_a^b K(st)\, h(t)\, dt\,, \tag{1}$$

posto

$$V_n = \int_a^b [g_n(s)]^2\, ds \quad ; \quad \frac{V_{n+1}}{V_n} = C_n\,,$$

si ha

$$\lim_{n=\infty} C_n = C\,,$$

dove C è una quantità finita, positiva e diversa da zero; ed inoltre che l'essere le costanti C_n $(n = 0\,,1\,,2\,,\ldots)$ tutte eguali tra loro, ovvero (ciò che è lo stesso) l'essere soddisfatta l'eguaglianza $g(s) = \dfrac{g_2(s)}{C_0}$ è condizione *sufficiente* perchè la (1) ammetta soluzioni; in tale caso, una di queste è data da

$$h(t) = \frac{g_1(t)}{C_0}\,.$$

(¹) *Alcune proprietà* ecc., loc. cit., n. 5.

(²) *Sull'equazione integrale di 1ª specie* (seduta dell'8 nov. 1914).

In questa breve Nota, mi propongo di esporre una condizione necessaria e sufficiente, in un caso particolare abbastanza esteso, dalla quale verrà anche messo in luce il legame esistente tra le costanti C_n, da me introdotte nella Nota citata, e le costanti γ_n di cui lo Schmidt si è valso per dimostrare l'esistenza degli autovalori e delle corrispondenti autofunzioni.

2. Richiamo anzitutto alcuni risultati dello Schmidt ([1]).

Supposto che il nucleo $K(st)$ sia simmetrico, si ponga

$$U_n = \int_a^b K_n(ss)\, ds\,.$$

Ne segue:

$$U_{\mu+\nu} = \int_a^b \int_a^b K_\mu(sr)\, K_\nu(sr)\, dr\, ds$$

$$U_{2\nu} = \int_a^b \int_a^b [K_\nu(sr)]^2\, dr\, ds\,.$$

Applicando la disuguaglianza dello Schwarz alla prima delle due precedenti uguaglianze, dopo aver fatto in essa $\mu = n+1$, $\nu = n-1$, si ha:

$$U_{2n}^2 \leq U_{2n+2}\, U_{2n-2}\,,$$

da cui

$$\frac{U_{2n}}{U_{2n-2}} \leq \frac{U_{2n+2}}{U_{2n}}\,.$$

Posto ora

$$\frac{U_{2n+2}}{U_{2n}} = \gamma_n\,,$$

sarà

$$\gamma_{n-1} \leq \gamma_n\,.$$

Lo Schmidt dimostra, poi, che

$$\lim_{n=\infty} \gamma_n = \gamma\,,$$

dove γ è una quantità finita positiva e diversa da zero; ed inoltre che

$$(\alpha) \qquad \lim_{n=\infty} \frac{K_{2n}(st)}{\gamma^n} = H(st)\,,$$

dove $H(st)$ rappresenta una funzione finita, continua e positiva, che non può essere identicamente nulla, in s ed in t.

([1]) Math. Ann., Bd. LXIII.