ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCCXII.

1915

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME XXIV.

1° Semestre.

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL DOTT. PIO BEFANI

1915

tuito dai tepali barbati, ne presentava successivamente uno bianco, un altro viola e il terzo per metà bianco, e per metà viola; lo stesso, ma in senso opposto, offriva il ciclo fatto dai tepali eretti; e così ma disposti come le parti del giro esterno, il ciclo fatto dagli stili, colle relative appendici. Lo stesso modo di distribuzione della colorazione, offre il ciclo dei tre stami, benchè meno marcatamente.

La barba è però simile in tutti e tre i tepali; mentre la reticolatura della parte inferiore dei tepali è violacea su fondo bianchiccio nei tepali o parti violacee, verde, giallognola nei tepali o parti bianche.

Gli altri due fiori deviano più o meno dal tipo dei due precedenti. Uno infatti, quello più vicino al terminale, ha un tepalo eretto bianco, un altro violaceo, il terzo per metà bianco, per l'altra metà soltanto in parte e leggermente violaceo, con una striscia cioè che da un lato va verso la base del disco e per tutta l'unghia; degli stili uno è bianco, l'altro violaceo, il terzo metà bianco e metà violaceo. Dei tepali barbati uno è bianco, l'altro violaceo, il terzo metà bianco, metà violaceo. Il quarto fiore, il più basso di tutti, presenta due dei tepali barbati bianchi ed uno violaceo, e degli eretti uno è bianco, l'altro quasi metà bianco e metà violaceo, prolungandosi il colore violaceo sulla estremità superiore dell'altra metà del disco, l'ultimo bianco per circa due terzi violaceo nel resto. Dei tre stili, due sono bianchi, il terzo violaceo.

Diverse sono le spiegazioni che si possono proporre del caso or ora illustrato, secondochè si voglia considerare una variazione individuale o una variazione da incrocio. Ma poichè la questione è legata ad altri fatti osservati, mi riservo di discutere il significato ed il valore di questo caso di variazione del colore del fiore in un lavoro di prossima pubblicazione intorno alle diverse sorta di variazioni osservate in queste *Iris*.

Fisica. — *Sul processo per rendere stabile il funzionamento dei tubi Röntgen mediante l'assorbimento dell'anidride carbonica* (1). Nota del Corrispondente P. CARDANI.

Nella mia ultima Nota (2), nella quale ho reso conto dei fenomeni che si osservano nei tubi Röntgen quali provengono dalle fabbriche, quando, dopo averli aperti e collegati subito con un manometro ed una pompa, si sottopongono al riscaldamento e al passaggio delle correnti di un rocchetto di induzione, ho dimostrato come dagli elettrodi si svolga una notevolissima quantità di gas, che, col proseguire del processo, va da prima diminuendo con sufficiente rapidità fino a ridursi, dopo parecchi giorni, sensibilmente nulla;

(1) Lavoro eseguito nell'Istituto di fisica della R. Università di Parma.

(2) Rendiconti della R. Accademia dei Lincei, vol. XXIV, 1° semestre, fascicolo II. Seduta del 17 gennaio 1915.

ma ho altresì fatto notare che, anche quando gli elettrodi sembrano esauriti, col riposo l'emissione del gas per il passaggio delle scariche riprende, così che la pressione aumenta e conseguentemente cessa anche l'emissione dei raggi X. D'altra parte ho dimostrato che il gas che veniva emesso dagli elettrodi non era costituito nè dall'aria, nè dalle combinazioni dei gas che si trovano nell'aria.

Sebbene mi sembrasse molto strano che i tubi provenienti dalle migliori fabbriche, e che presentano così notevole stabilità di funzionamento, dovessero dar luogo ad una così considerevole emissione di gas da parte degli elettrodi, qualora fossero stati precedentemente esauriti, per il solo fatto di esser questi rimasti per qualche tempo in presenza dell'aria atmosferica, tuttavia ho creduto conveniente di procedere fino in fondo e vedere se col processo finora seguìto mi riusciva di riottenere la loro perfetta stabilità di funzionamento.

Per questo ho portato la temperatura del tubo col quale avevo fatto le precedenti esperienze fino a 400°, ed ho cercato di accelerare l'emissione del gas residuo, sia col passaggio delle scariche, sia col funzionamento della pompa Gaede spingendo la rarefazione al massimo limite. Ma dopo parecchi giorni di lavoro mi accorsi che pochissimo si era guadagnato: lasciando il tubo in riposo per alcune ore, riprendeva sempre l'emissione del gas da parte degli elettrodi e presso a poco nella stessa misura. Siccome questo gas non veniva riassorbito, gli aumenti di pressione si andavano sommando: così, non ostante il lunghissimo processo di esaurimento fatto subire agli elettrodi, mandando per alcuni minuti le scariche del rocchetto ad intervalli di alcune ore, la pressione in quattro giorni era salita dal valore di 625 (pari a 0,052 mm. di mercurio) al valore di 2714 (pari a 0,226 mm. di mercurio), nè l'aumento accennava ad arrestarsi.

Tuttavia l'aspetto, che presentava ora il tubo al passaggio delle scariche, era assolutamente diverso da quello che presentava all'inizio del processo al quale lo aveva sottoposto. Mentre, da principio, a questa stessa pressione di 0,226 mm. di mercurio, la luce che invadeva tutto il tubo era di un colore bianco-azzurrognolo ed il fiocco sul catodo quasi bianco, ora la luce diffusa nel tubo era di un magnifico colore verde-mare ed il fiocco sul catodo era di un colore rosso vivo.

L'analisi spettroscopica mi dimostrò che parecchie di quelle righe, che avevo riferite nella mia precedente Nota, erano scomparse, ed erano rimaste tre sole righe, quelle precisamente appartenenti all'idrogeno. Dunque gli elettrodi, da principio, emettono un altro gas che poi col riscaldamento, con le scariche e col funzionamento della pompa, si va eliminando; e alla fine il gas che viene emesso è soltanto idrogeno.

Tutti questi fatti mi convinsero che il processo seguìto nella costruzione dei tubi Röntgen per ottenerne la stabilità non era quello che gene-

ralmente si ritiene (1): non era possibile che per costruire un tubo Röntgen si dovesse seguire un processo di esaurimento degli elettrodi di alluminio così lungo e penoso. Ho quindi pensato che questo processo potesse esser molto diverso e potesse consistere nel saturare gli elettrodi con qualche altro gas che impedisse la emissione dell'idrogeno. Questa idea veniva avvalorata dai risultati che io aveva ottenuti, e di cui renderò prossimamente conto, sull'autorarefazione che si produce nei tubi per l'assorbimento di varî gas da parte degli elettrodi di alluminio per il passaggio delle scariche, autorarefazione che può raggiungere vuoti molto spinti, da oltrepassare anche quella pressione per la quale avviene il massimo di emissione dei raggi X. Tra questi gas, uno di quelli maggiormente assorbiti era l'anidride carbonica, la quale si dissocia rapidamente per il passaggio delle scariche, come vedremo in seguito, in ossigeno ed ossido di carbonio: di questi due gas, l'ossigeno viene assorbito per primo, poi l'ossido di carbonio: e l'aspetto del tubo al passaggio delle scariche, quando conteneva l'ossido di carbonio, era del tutto simile a quello che si aveva col gas emesso dagli elettrodi nei primi giorni del processo da me seguìto per ottenerne l'esaurimento dai gas occlusi.

L'analisi spettroscopica avrebbe potuto assicurarmi se realmente la stabilità di funzionamento dei tubi Röntgen fosse dovuta all'assorbimento dell'anidride carbonica o, meglio, dell'ossido di carbonio: infatti, se nella costruzione dei tubi Röntgen l'emissione dell'idrogeno da parte degli elettrodi di alluminio venisse eliminata saturando gli elettrodi stessi con l'ossido di carbonio, è chiaro che sottoponendo i tubi, che così fossero stati preparati, al riscaldamento e al passaggio delle scariche a temperature elevate, il gas, che da prima doveva svolgersi, doveva esser evidentemente l'ossido di carbonio, e quindi esser visibili allo spettroscopio le sole righe di questo gas; in seguito, proseguendo l'esaurimento degli elettrodi dall'ossido di carbonio, doveva cominciare anche l'emissione dell'idrogeno ed aversi nello spettroscopio lo spettro sovrapposto dell'ossido di carbonio e dell'idrogeno; infine, quando tutto l'ossido di carbonio fosse stato eliminato, il gas emesso dagli elettrodi doveva ridursi soltanto all'idrogeno, e allo spettroscopio doveva osservarsi il solo spettro di questo gas. A quest'ultimo risultato, come già dissi, ero pervenuto: si trattava dunque di seguire con l'analisi spettroscopica le modificazioni dello spettro del gas emesso dagli elettrodi prima di arrivare alla sola emissione dell'idrogeno.

Ho cominciato col mandare nel tubo, col quale aveva fatte le precedenti esperienze dell'anidride carbonica. Dopo aver ottenuto la dissociazione per il passaggio delle scariche e l'assorbimento dell'ossigeno, ho esaminato con cura lo spettro del gas rimasto, cioè dell'ossido di carbonio: esso era costituito da sei righe, delle quali quattro molto brillanti e due più larghe e più

(1) Vedi, per esempio, I. Stark, *Die Elektrizität in Gasen*, 1902, pag. 17.

deboli verso il violetto, e di uno spettro a colonnato nella regione meno rifrangibile; delle sei righe fissai la posizione.

Indi ho staccato il tubo finora adoperato; ne apersi un nuovo, saldandolo subito al manometro ed alla pompa, ed ho ricominciato il processo già descritto nella precedente Nota, riscaldandolo successivamente, progressivamente e per diversi giorni di seguito, alle temperature di 100°, 200°, 300° e 400° ed aiutando colle scariche l'emissione del gas.

I risultati dell'analisi spettroscopica furono quelli che avevo preveduti; e, cioè, da principio, eliminata l'aria che era rimasta aderente alle superfici degli elettrodi, il gas emesso presentava il solo spettro dell'ossido di carbonio; in seguito si aggiunsero allo spettro dell'ossido di carbonio le righe dell'idrogeno; alla fine scomparve lo spettro dell'ossido di carbonio e rimase solo quello dell'idrogeno.

Come prova definitiva, ho collocato un ottimo tubo Röntgen in una scatola di amianto, e lo portai a 200° per fare uscire col semplice riscaldamento un po' del gas contenuto negli elettrodi; dopo un'ora di riscaldamento, lo lasciai raffreddare e vi mandai la corrente del rocchetto. La luce, che invadeva tutto il tubo, presentava il solito aspetto bianco-azzurrognolo; e l'analisi spettroscopica mi confermò che il gas emesso era ossido di carbonio.

Da tutto quanto precede, risulta dunque manifesto che la stabilità nel funzionamento dei tubi Röntgen per l'emissione dei raggi X si doveva ottenere facendo assorbire dagli elettrodi una sufficiente quantità di ossido di carbonio: non mi restava quindi che sottoporre queste conclusioni al controllo dell'esperienza.

Ho fatto la massima rarefazione possibile nel tubo; indi, escluso il tubo e il manometro, ho mandato per diverse volte, nella pompa, dell'anidride carbonica ben secca; finalmente, ridotta convenientemente la pressione, ho ristabilito la comunicazione tra la pompa e il rimanente dell'apparecchio. Preparate così le cose, ho di nuovo esclusa la pompa ed ho mandato le scariche nel tubo, avendo sempre cura, mentre funzionava il rocchetto, di tener chiuso il rubinetto di comunicazione tra il tubo ed il manometro per evitare che la scarica potesse qualche volta propagarsi, non ostante le precauzioni prese e riferite nella precedente Nota, al mercurio del manometro,

Nel seguente prospetto sono riportati: nella prima colonna, indicata con la lettera T, la durata, in minuti primi, di funzionamento del rocchetto; nella seconda, indicata con ΔT, il numero dei minuti primi trascorsi tra due letture consecutive della pressione: nella terza il numero w delle divisioni lette nella provetta di Mach-Leod (ricorderò che il livello del mercurio veniva sempre condotto nel ramo esterno sul piano orizzontale passante per lo zero della graduazione); nella quarta colonna i valori di w^2 proporzionali alla pressione P, il cui vero valore in mm. di mercurio si otterrebbe dividendo w^2 per 12,000, come è indicato nella mia Nota precedente; nella

quinta colonna le differenze ΔP della pressione tra due letture consecutive; nella sesta il valore del rapporto $\frac{\Delta P}{\Delta T}$, per vedere l'andamento dell'assorbimento.

T	ΔT	w	P	ΔP	$\frac{\Delta P}{\Delta T}$
0		85,5	7310		
	1			+ 2690	+ 2690
1		100,0	10000		
	1			+ 816	+ 816
2		104,0	10816		
	1			+ 420	+ 420
3		106,0	11236		
	1			+ 213	+ 213
4		107,0	11449		
	2			0	0
6		107,0	11449		
	5			— 213	— 42
11		106,0	11236		
	10			— 420	— 42
21		104,0	10816		
	10			— 249	— 25
31		102,8	10567		
	10			0	0
41		102,8	10567		
	10			— 300	— 30
51		101,3	10267		
	10			— 267	— 27
61		100,0	10000		
	10			— 199	— 20
71		99,0	9801		
	20			— 547	— 27
91		96,2	9254		
	20			— 568	— 28
111		93,2	8686		
	20			— 586	— 29
131		90,0	8100		
	20			— 461	— 23
151		87,4	7639		
	20			— 617	— 31
171		83,8	7022		
	20			— 622	— 31
191		80,0	6400		

T	ΔT	w	P	ΔP	$\frac{\Delta P}{\Delta T}$
211		76,0	5776		
	20			— 624	— 31
231		72,0	5184		
	20			— 592	— 30
251		67,0	4489		
	20			— 695	— 35
271		63,0	3969		
	20			— 520	— 26
291		59,0	3481		
	20			— 488	— 24
311		54,0	2916		
	20			— 565	— 28
331		50,0	2500		
	20			— 416	— 21
351		45,5	2070		
	20			— 430	— 22
371		41,2	1697		
	20			— 373	— 19
391		38,0	1444		
	20			— 253	— 13
411		35,8	1282		
	20			— 162	— 8
431		33,8	1142		
	20			— 140	— 7
451		32,0	1024		
	40			— 118	— 6
491		29,5	870		
	60			— 154	— 4
551		26,2	686		
	45			— 184	— 3
596		24,8	615		
	20			— 71	— 1,6
616		24,0	576		
	120			— 39	— 1,9
736		21,5	462		
	20			— 114	— 0,9
756		21,0	441		
				— 21	— 1,0

Dallo specchio si vede che la pressione nei primi minuti è aumentata nel rapporto di $\frac{11449}{7310} = 1{,}5$, indicando che l'anidride carbonica si è dissociata in ossigeno ed ossido di carbonio. L'assorbimento, da prima più rapido per la presenza dell'ossigeno, si mantiene poi sensibilmente proporzionale al tempo, quando il gas che viene assorbito è quasi del tutto costituito dall'ossido di carbonio, e soltanto a pressioni relativamente basse esso diminuisce, finchè cessa del tutto e la pressione diventa costante.

Dopo questo primo assorbimento di anidride carbonica, il tubo appariva già molto più stabile di prima: lasciati, cioè, gli elettrodi in riposo per molte ore, riprese bensì l'emissione dell'idrogeno (la cui presenza si rivelava per una leggera colorazione rosea del fiocco aderente al catodo), ma in quantità molto minore di quella che si aveva precedentemente. Ciò dimostrava che la quantità di ossido di carbonio assorbita dagli elettrodi non era ancora sufficiente per impedire del tutto l'emissione dell'idrogeno: ho quindi proseguito per parecchie volte di seguito a mandare, con lo stesso procedimento prima descritto, anidride carbonica nel tubo provocandone poi l'assorbimento col passaggio delle scariche: ho così potuto ottenere finalmente il tubo stabile per molte ore a quella pressione per la quale era anche massima la emissione dei raggi X.

Trovato in tal modo il processo per ottenere la stabilità di funzionamento dei tubi Röntgen, ho creduto opportuno di esaminare se fosse proprio

necessario, per avere l'assorbimento dell'anidride carbonica, di riscaldare preventivamente i tubi ed esaurirne gli elettrodi, ovvero se il processo avvenisse egualmente anche senza alcun preventivo trattamento. Ho per ciò staccato il tubo, col quale avevo fatto tutte le esperienze prima riportate, e ne ho saldato un altro nuovo di 12 cm. di diametro, che non aveva mai subìto alcun trattamento speciale e nel quale per ciò gli elettrodi erano sempre rimasti in contatto con l'aria atmosferica.

Fatta la massima rarefazione possibile, ho mandato nel tubo anidride carbonica a pressione piuttosto elevata; ed ho quindi fatto funzionare il rocchetto, mantenendo, al solito, l'anticatodo isolato. I fenomeni si presentarono in modo analogo a quelli osservati nel tubo precedente, dove gli elettrodi erano stati così lungamente esauriti: soltanto l'aumento iniziale della pressione fu molto superiore di quello che si avrebbe dovuto avere per la dissociazione dell'anidride carbonica, indicando che per il passaggio delle correnti del rocchetto si sprigionavano da principio quei gas che erano rimasti aderenti agli elettrodi per la loro lunga permanenza in contatto con l'aria atmosferica. Dopo cominciò il solito assorbimento che si protrasse fino al principio dei raggi X. Siccome però il tubo non si presenta del tutto stabile, ho mandato una seconda volta l'anidride carbonica. Nel seguente prospetto è riportata intera questa seconda serie: le lettere poste in testa alle varie colonne hanno lo stesso significato che nei quadri precedenti.

T	ΔT	w	P	ΔP	$\frac{\Delta P}{\Delta T}$
0		82,8	6856		
	50			+ 3345	+ 669
50		101,0	10201	— 101	— 2,0
	50				
100		100,5	10100	— 496	— 4,9
	100				
200		98,0	9604	— 484	— 4,8
	100				
300		95,5	9120	— 490	— 4,9
	100				
400		92,9	8630	— 512	— 5,1
	100				
500		90,1	8118	— 514	— 5,1
	100				
600		87,2	7604	— 565	— 5,6
	100				
700		83,9	7039	— 527	— 5,3
	100				
800		80,7	6512	— 506	— 5,1
	100				
900		77,5	6006	— 500	— 5,0
	100				
1000		74,2	5506	— 522	— 5,2
	100				
1100		70,6	4984	— 548	— 5,5
	100				
1200		66,6	4436	— 542	— 5,4
	100				
1300		62 4	3894	— 488	— 4,9
	100				
1400		57,5	3306	— 756	— 7,6
	100				
1500		50,5	2550	— 658	— 6,6
	100				
1600		43,5	1892		

T	ΔT	w	P	ΔP	$\frac{\Delta P}{\Delta T}$
1700		37,3	1391		
	100			— 501	— 5,0
1800		31,2	973		
	100			— 418	— 4,2
1900		26,6	708		
	100			— 465	— 2,6
2000		24,2	586		
	100			— 122	— 1,2
2100		22,9	524		
	100			— 62	— 0,6
2200		21,8	475		
	100			— 49	— 0,5
2300		21,3	454		
	100			— 21	— 0,2
2400		20,5	420		
	100			— 34	— 0,3
2500		20,0	400		
	100			— 20	— 0,2
2600		19,3	372		
	100			— 28	— 0,3
2700		18,7	350		
	100			— 22	— 0,2
2800		18,3	335		
	100			— 15	— 0,15
2900		17,9	320		
	100			— 15	— 0,15
3000		17,3	299		
	100			— 21	— 0,2
3100		16,8	282		
	100			— 17	— 0,17
3200		16,5	272		
	200			— 10	— 0,1
3400		16,0	256	— 16	— 0,08

Dopo altre 5 ore di funzionamento del rocchetto, la pressione da 256 (pari a 0,011 mm. di mercurio), è discesa, a 246 (pari a 0,020 mm. di mercurio); e a questo valore rimase stazionaria nei due giorni successivi, non ostante che le scariche avessero attraversato il tubo per oltre 12 ore.

Il tubo presentava l'aspetto dei soliti tubi Röntgen: l'emissione dei raggi X cominciò a rivelarsi, all'elettrometro, alla pressione di 392, pari a 0,033 mm. di mercurio, e alla pressione di 246 (pari a 0,020 mm. di mercurio) era già molto abbondante, così che, lasciando l'ago dell'elettrometro isolato per 5 secondi mentre le correnti del rocchetto passavano nel tubo, si aveva una deviazione di 80 divisioni per la carica portata dagli ioni prodotti dalla radiazione X. Anche coi tubi provenienti dalle fabbriche si ottennero, nelle stesse condizioni di corrente, deviazioni dello stesso ordine di grandezza: ma per quanto riguarda la relazione tra l'emissione dei raggi X e la pressione, riferirò in un'altra Nota, influendo molte circostanze sulla pressione corrispondente alla massima emissione dei raggi X.

Come ho già detto, altri gas vengono rapidamente assorbiti dagli elettrodi, oltre l'anidride carbonica; ma se con questi altri gas si possa ottenere la stabilità di funzionamento dei tubi Röntgen, è argomento di cui mi occuperò in seguito.

Matematica. — *Sopra un teorema d'unicità relativo alla equazione delle onde sferiche.* Nota di S. Zaremba, presentata dal Socio T. Levi-Civita.

1. Allargando un po' il significato d'un termine comunemente usato, chiameremo *equazione delle onde sferiche* l'equazione alle derivate parziali seguente:

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{\partial^2 u}{\partial x_i^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0. \tag{1}$$

Ci proponiamo di dimostrare un teorema fondamentale nella teoria di quegli integrali della (1), i quali si presentano nella fisica-matematica.

Considereremo le variabili

$$x_1, x_2, \ldots x_n, t \tag{2}$$

come le coordinate cartesiane ortogonali d'un punto in uno spazio euclideo (E) di $n+1$ dimensioni.

2. Siano

$$A_1, A_2, \ldots A_n, B \tag{3}$$

$n+1$ funzioni delle variabili (2), ben definite nell'interno e sul contorno (S) di un campo limitato (D), situato nello spazio (E).