

ATTI
DELLA
REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCCXII.

1915

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME XXIV.

2° SEMESTRE.



ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL DOTT. PIO BEFANI

1915

di una medesima costante c (n. 6), i nuovi valori $\bar{H}_i$ delle H_i sono, per le (5),

$$\bar{H}_i = H_i + ch_i,$$

cioè il sistema n^{plo} derivato è una combinazione lineare di quello corrispondente alle H_i e del primitivo dato dalle h_i .

In fine, per l'inversione di queste trasformazioni parallele basta osservare che, se si prendono $H_1, H_2, \dots, H_n$ date da un qualunque sistema di soluzioni delle (B), le equazioni (B*) per le W_i , insieme colle (13), formano un sistema di equazioni ai differenziali totali completamente integrabile.

Meccanica celeste. — Aggiunta alla Nota « Sul problema dei due corpi nel caso di masse variabili », del Socio PAOLO PIZZETTI ⁽¹⁾.

Nella mia Nota, pubblicata con questo titolo nel 2° fascicolo del presente volume dei Rendiconti, il paragone da me fatto dell'orbita effettiva con una orbita kepleriana difetta di generalità pel fatto che io ho supposto che, in quella posizione particolare da me assunta come iniziale, la velocità relativa delle due masse sia ortogonale al raggio vettore, mentre, come è chiaro, si possono immaginare orbite spiraliiformi, prive di afelii e di perielii. Di ciò mi fa giusta osservazione il chmo prof. Armellini in una sua gentile lettera.

Non è difficile conseguire la desiderata generalità modificando un poco il calcolo. Mi limito, per semplicità, al caso in cui risulti *ellittica* l'orbita kepleriana che serve di confronto (ossia quell'orbita kepleriana che corrisponde al valore iniziale M_0 della massa totale e ai valori iniziali del raggio vettore e del vettore velocità). È facile rifare il calcolo pei casi iperbolico e parabolico. Possiamo, nel caso in parola, determinare due quantità e_0 e γ tali che sia $0 < e_0 < 1$, $0 \leq \gamma \leq 2\pi$, e che i valori iniziali di r e di $\frac{dr}{d\theta}$ (mantengo le notazioni della precedente Nota) soddisfacciano alle relazioni

$$\frac{1}{r_0} = \frac{fM_0}{c^2} (1 + e_0 \cos \gamma) \quad \frac{1}{r_0^2} \left(\frac{dr}{d\theta} \right)_0 = \frac{fM_0}{c^2} e_0 \sin \gamma.$$

Si trova allora facilmente che le costanti A_0 e B_0 della mia formola (5) hanno i valori

$$A_0 = - \frac{fM_0}{c^2} e_0 \sin \gamma \quad B_0 = \frac{fM_0}{c^2} e_0 \cos \gamma,$$

⁽¹⁾ Pervenuta all'Accademia il 19 settembre 1915.

sicchè la (5) diventa

$$\frac{1}{r} = \frac{fM_0}{c^2} \{1 + e_0 \cos(\theta + \gamma)\} + \int_0^\theta g_\tau \sin(\theta - \tau) d\tau,$$

dopo di che i calcoli e i ragionamenti procedono come nella Nota in questione.

È facile, in realtà, immaginare dei casi in cui l'orbita effettiva non presenti nè afelii, nè perielii. Derivando la (1) rispetto a θ , si ha infatti

$$(2) \quad \frac{1}{r^2} \frac{dr}{d\theta} = \frac{fM_0}{c^2} e_0 \sin(\theta + \gamma) - \int_0^\theta g_\tau \cos(\theta - \tau) d\tau.$$

E, poichè il primo termine del 2° membro oscilla fra $\pm \frac{e_0 fM_0}{c^2}$, è chiaro

che la derivata $\frac{dr}{d\tau}$ non si annullerà mai, almeno a partire da un certo valore Θ di θ , quando, per $\theta \geq \Theta$, l'integrale del 2° membro si mantenga di segno costante ed in valore assoluto superiore ad $\frac{e_0 fM_0}{c^2}$. Un esempio semplice lo abbiamo quando supponiamo l'incremento della massa proporzionale al quadrato della anomalia. Posto infatti $\varphi = A\theta^2$, e quindi $g_\tau = A\tau^2$, si ha

$$\int_0^\theta g_\tau \cos(\theta - \tau) d\tau = 2A(\theta - \sin \theta).$$

Supposta la costante A positiva, il secondo membro è positivo e cresce indefinitamente con θ per valori positivi di θ , e soddisfa quindi alla indicata condizione.

Più generalmente, se la quantità φ , considerata come funzione dell'anomalia θ , ammette derivata, e se questa derivata cresce con θ in guisa che ad una variazione finita positiva di θ corrisponda una variazione positiva e di grandezza finita nella derivata stessa, non esisteranno apsi di partire da un certo valore positivo di θ . Infatti poniamo

$$\frac{d\varphi}{d\theta} = \psi(\theta) \quad \text{e quindi} \quad \frac{d\varphi_\tau}{d\tau} = \psi(\tau),$$

dove $\psi(\tau)$ è, per ipotesi, crescente indefinitamente con τ . Ricordando [formole (4) della precedente Nota] che φ si annulla con θ , abbiamo, coll'integrazione per parti,

$$(3) \quad \int_0^\theta g_\tau \cos(\theta - \tau) d\tau = \int_0^\theta \psi(\tau) \sin(\theta - \tau) d\tau = \\ = \int_0^\theta \psi(\theta - z) \sin z \cdot dz,$$

dove la $\psi(\theta - s)$ sarà decrescente al crescere di s . Posto $\theta = 2n\pi + \vartheta$ (dove n è intero positivo o nullo, e ϑ è compreso fra 0 e 2π) e spezzando l'integrale in $n + 1$ integrali negli intervalli rispettivi

$$(0, 2\pi), (2\pi, 4\pi), \dots, (2n\pi, 2n\pi + \vartheta),$$

si verifica facilmente che ognuno degli integrali ha valor positivo e differisce da zero di una quantità finita: sicchè l'ultimo membro della (3), al crescere di θ , diverrà maggiore di qualsiasi quantità assegnata.

Cristallografia. — *Sulla forma cristallina del trinitrotoluolo α .* Nota del Corrispondente E. ARTINI ⁽¹⁾.

È noto come in questi ultimi tempi sia riuscito, al prof. Körner e al suo collaboratore dott. Contardi, di preparare tre nuovi trinitrotoluoli, i quali, coi tre già conosciuti da parecchio tempo, completano la serie dei sei isomeri possibili per questo composto ⁽²⁾. Dato il grandissimo interesse che, dal punto di vista morfotropico, poteva presentare una serie così completa, ne intrapresi, anche per gentile sollecitazione dello stesso prof. Körner, lo studio cristallografico, integrandolo, naturalmente, con quello della più vasta coorte dei relativi prodotti di-nitro-alogeno-sostituiti, e dei tre trinitro-benzoli, uno solo dei quali, il simmetrico, era stato finora oggetto di indagine cristallografica. Alcuni dei risultati da me ottenuti furono già riferiti, in forma sommaria, a scopo di identificazione delle relative sostanze, nella seconda delle citate Note del prof. Körner; altri saranno fatti conoscere in breve. In via preliminare ritenni utile di riprendere in esame anche i prodotti antecedentemente noti; e fu bene, perchè appunto per il più conosciuto di tutti, l' α -trinitrotoluolo, potei rilevare come fossero affatto incompleti e gravemente inesatti i dati cristallografici accettati finora.

Benchè la sostanza sia nota da molti anni, e venga preparata su larghissima scala, per l'impiego che se ne fa come esplosivo, l'unico che l'abbia studiata cristallograficamente sembra essere, per quanto mi consta, il Friedländer ⁽³⁾.

⁽¹⁾ Pervenuta all'Accademia il 14 settembre 1915.

⁽²⁾ G. Körner e A. Contardi, *La trinitrobenzina vicinale 1.2.3, un nuovo trinitrotoluene, e prodotti dinitroalogeno-sostituiti corrispondenti* (Rendic. d. R. Accad. d. Lincei, seduta del 22 nov. 1914); idem idem, *Il quinto trinitrotoluene (s) e prodotti dinitroalogeno-sostituiti corrispondenti* (ibidem, seduta del 2 maggio 1915).

⁽³⁾ P. Friedländer, *Krystallographische Untersuchung einiger organischen Verbindungen*. Zeitschrift für Kryst., vol. III, ann. 1879, pag. 168.