ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCCXIII.

1916

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME XXV.

1° SEMESTRE.

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL DOTT. PIO BEFANI

1916

Chimica. — *Le due asparagine nei germogli.* Nota del Corrispondente A. PIUTTI.

Chimica fisiologica. — *Ricerche sul tessuto nervoso.* Nota I: *Proprietà chimiche e chimico-fisiche del succo nervoso,* del Corrispondente F. BOTTAZZI e di A. CRAIFALEANU.

Le Note precedenti saranno pubblicate nel prossimo fascicolo.

Matematica. — *Sull' equazione integrale di 1ª specie, con nucleo non-simmetrico.* Nota del prof. P. J. DANIELL, presentata dal Socio V. VOLTERRA.

Il metodo impiegato in questa Nota è analogo a quello del dott. A. Vergerio, esposto nella sua Nota: *Sull'equazione integrale di 1ª specie* (1).

Consideriamo l'equazione

$$g(s) = \int_a^b \mathrm{K}(s, t)\, h(t)\, dt\,. \tag{1}$$

Invece della successione definita dal dott. Vergerio, definiamo

$$\begin{aligned}
g_1(s) &= \int_a^b \mathrm{K}(t, s)\, g(t)\, dt \\
g_2(s) &= \int_a^b \mathrm{K}(s, t)\, g_1(t)\, dt \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots \\
g_{2n}(s) &= \int_a^b \mathrm{K}(s, t)\, g_{2n-1}(t)\, dt \\
g_{2n+1}(s) &= \int_a^b \mathrm{K}(t, s)\, g_{2n}(t)\, dt \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots
\end{aligned}$$

(1) Questi Rendiconti, vol. XXIII, 2° sem. (1914), pag. 385

Se la $n - r$ è pari, avremo

$$\int_a^b g_{n-r}(s)\, g_{n+r}(s)\, ds = \int_a^b ds\, g_{n+r}(s) \int_a^b \mathrm{K}(s\,,\, t)\, g_{n-r-1}(t)\, dt$$

$$= \int_a^b dt\, g_{n-r-1}(t) \int_a^b \mathrm{K}(s\,,\, t)\, g_{n+r}(s)\, ds$$

$$= \int_a^b g_{n-r-1}(t)\, g_{n+r+1}(t)\, dt\,;$$

se ìmpari, avremo

$$\int_a^b g_{n-r}(s)\, g_{n+r}(s)\, ds = \int_a^b ds\, g_{n+r}(s) \int_a^b \mathrm{K}(t\,,\, s)\, g_{n-r-1}(t)\, dt$$

$$= \int_a^b dt\, g_{n-r-1}(t) \int_a^b \mathrm{K}(t\,,\, s)\, g_{n+r}(s)\, ds$$

$$= \int_a^b g_{n-r-1}(t)\, g_{n+r+1}(t)\, dt\,,$$

e quindi, qualunque siano n e r, si deduce che

$$\int_a^b g_{n-r}(s)\, g_{n+r}\,(s)\, ds = \int_a^b g_{n-r-1}(s)\, g_{n+r+1}(s)\, ds\,.$$

Trasformando questa identità, abbiamo

$$\mathrm{V}_n^2 = \int_a^b \{ g_n(s) \}^2\, ds = \int_a^b n_{n-r}(s)\, g_{n+r}(s)\, ds\,,$$

e da quest' ultima equazione si procede precisamente come nell'articolo del Vergerio.

Se si ha

(2) $$g_2(s) = \text{cost.}\, g(s) = c\, g(s)\,,$$

si avrà

$$\mathrm{V}_{n+1} = \int_a^b g_2(s)\, g_{2n}(s)\, ds = c \int_a^b g(s)\, g_{2n}\,(s)\, ds\,,$$

ossia

$$\mathrm{V}_{n+1} = c\, \mathrm{V}_n\,,$$

$$c_n = \frac{\mathrm{V}_{n+1}}{\mathrm{V}_n} = c\,.$$

Reciprocamente, se tutte le costanti c_n sono uguali fra loro, $c_n = c$; ne segue che

$$g_2(s) = c\, g(s)\,.$$

In questo caso si ha ovviamente che

$$h(t) = \frac{1}{c}\, g_1(t) = \frac{1}{c} \int_a^b \mathrm{K}(s\,,t)\, g(s)\, ds$$

è soluzione della (1) [1].

Matematica. — *Su alcune particolari quartiche piane di genere 3.* Nota di A. Terracini, presentata dal Socio C. Segre.

Vorrei mostrare in questa Nota l'esistenza di particolari quartiche piane, senza punti multipli, i cui 24 flessi godono della notevole proprietà di potersi distribuire a 4 a 4 in 6 *catene*, in modo che i 4 flessi di ciascuna *catena* appaiono come vertici di un quadrangolo semplice, ogni flesso essendo la residua intersezione della quartica colla tangente nel flesso che cade nel vertice precedente [2]. Si tratta, come si vede, di una proprietà analoga a quella di cui gode la nota quartica di Klein [3], in cui i flessi si distribuiscono invece in otto catene di tre flessi ciascuna.

Il quadrangolo semplice, i cui lati, in un sistema di coordinate proiettive omogenee, hanno ordinatamente per equazione $x_1 = 0$, $x_2 = 0$, $x_3 = 0$, $x_1 + x_2 + x_3 = 0$, ha i suoi vertici nei 4 flessi di una catena, nel senso sopra indicato, per le C^4 rappresentate dall'equazione

$$x_1\, x_2\, x_3\, \mathrm{L} - k\, x_1\, x_2^3 - k(x_2 + x_3)^3\, x_2 + h\, x_1^3\, x_3 = 0,$$

dove

$$\mathrm{L} = l_1\, x_1 + l_2\, x_2 + l_3\, x_3\,,$$

$$k = \frac{l_1 + l_3 - 2l_2}{3} \quad , \quad h = \frac{l_1 + l_2 - 2l_3}{3}\,.$$

(1) Il prof. Evans nota che la funzione $\mathrm{G}_n(s)$ del Vergerio, per questo caso del nucleo non simmetrico, è identica alla funzione $g_{2n+1}(s)$ del Daniell. Però, la condizione $\mathrm{G}_2(s) = \Gamma_0\, \mathrm{G}(s)$ del Vergerio non è sufficiente perchè la funzione $h(t) = \mathrm{G}_1(t) / \Gamma_0$ sia soluzione della (1), come si vede dal caso particolare seguente:

$$\begin{aligned} g(s) &= \int_{-\pi}^{\pi} \mathrm{K}(s\,,t)\, h(t)\, dt \\ \mathrm{K}(s\,,t) &= \sin(s-t) \\ g(s) &= \sin s + \sin 2s \\ \pi^4\, \mathrm{G}(s) &= \mathrm{G}_2(s) = \pi^6 \cos s. \end{aligned}$$

(2) La questione dell'esistenza di queste e di altre quartiche congeneri si trova posta in Ciani, *Le curve piane di quart'ordine*, Giornale di Matematiche di Battaglini, vol. XLVIII, pp. 259-304 (ved. la pag. 302).

(3) Cfr. Klein, *Vorlesungen über die Theorie der elliptischen Modulfunctionen*, I Band, Leipzig 1890, Dritter Abschnitt, Kap. VI.