

ATTI
DELLA
REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCCXIII.

1916

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME XXV.

1° SEMESTRE.



ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL DOTT. PIO BEFANI

1916

OSSERVAZIONE. — Nell'enunciato *b*) si può supporre che la $n_1(x)$, $n_2(x)$, ..., $n_n(x)$, ... converga solo in misura verso la $n(x)$.

8. Supponiamo le $u_n(x)$ monotone e, per es., non decrescenti. Allora, eccettuato un insieme E , di misura nulla, le $u'_n(x)$, $u'(x)$ esistono finite e sono ≥ 0 ; e siccome, supponendo $u(x) = \sum u_n(x)$, è

$$u(x+h) - u(x) = \sum \{u_n(x+h) - u_n(x)\} > \sum_1^r \{u_n(x+h) - u_n(x)\},$$

nel complementare di E è $u' \geq \sum_1^r u'_n(x)$, onde $\sum u'_n(x)$ converge quasi dappertutto. È poi

$$\sqrt{h^2 + \{u(x+h) - u(x)\}^2} > \sqrt{h^2 + \left\{ \sum_1^r u_n(x+h) - \sum_1^r u_n(x) \right\}^2},$$

e quindi, ad ogni poligonale inscritta in $y = \sum_1^r u_n(x)$, ne corrisponde una di maggior lunghezza inscritta in $y = u(x)$. La lunghezza di $y = \sum_1^r u_n(x)$ tende dunque a quella di $y = u(x)$. Dal teorema del numero precedente scende perciò, come corollario, il teorema di Fubini ricordato nell'introduzione.

Storia della meccanica. — *Sulle origini della scienza dell'elasticità*. Nota del prof. G. VACCA, presentata dal Socio V. VOLTERRA.

1. Una delle idee più comuni e fondamentali nella meccanica moderna ⁽¹⁾ è quella di *elasticità*. Questa idea astratta ha parole che la rappresentano in tutte le lingue viventi moderne ⁽²⁾; fa anzi parte della lingua comune, tanto che anche i bambini l'adoperano con perfetta familiarità.

⁽¹⁾ L'insufficienza della storia della meccanica, specialmente per quanto riguarda l'origine e l'evoluzione dei diversi concetti di questa scienza, è stata opportunamente rilevata in: Vito Volterra, *Lectures delivered at the Clark University (Trois leçons sur quelques progrès récents de la physique mathématique)*, Worcester, Mass., 1909, pag. 28.

⁽²⁾ In italiano, francese ed inglese si adoperano la parola *elasticità* ed i suoi derivati, seguendo l'uso del primo inventore. I Tedeschi hanno introdotto le parole *Federkraft*, *Spannkraft*, *Schnellkraft*, e simili. La parola *elasticità*, bandita dal grande dizionario dei Grimm, ricompare però nelle necessarie spiegazioni di queste parole: secondo lo stesso dizionario, queste son tutte parole recenti, adoperate soltanto da Kant e da Goethe.

Nelle lingue orientali (giapponese, cinese, arabo) mancavano nella lingua classica parole corrispondenti alla nuova idea; nei dizionari moderni del secolo XIX, in queste lingue, sono state a questo scopo introdotte nuove parole o circumlocuzioni imitate dalle lingue europee.

Pure, quest'idea mancò agli antichi, sebbene essi adoperassero archi e balliste; come pure mancò ai numerosi popoli nei primordi dell'incivilimento, anche a quelli che conobbero molte proprietà di corpi elastici sfuggite agli europei (1).

Gli antichi, infatti, avevano bensì distinto i corpi in molli e duri; avevano anche osservato che alcuni corpi, dopo esser stati deformati o comunque compressi, ritornano allo stato primitivo; ma non avevano saputo, o non interessava loro astrarre da questi fenomeni quella idea astratta che noi adoperiamo per descriverli, parlando cioè della loro *forza elastica*.

Nell'antichità classica, del resto, i corpi elastici non si presentavano spesso all'osservazione degli studiosi.

L'arco e la lira (2), per la molteplicità stessa delle loro parti, e delle operazioni necessarie ad adoperarli, distraevano dall'attenzione degli studiosi la considerazione di quella proprietà che appare a noi fondamentale nella loro costruzione.

Nelle opere meccaniche di Archimede i corpi sono considerati come perfettamente rigidi.

2. Verso la fine del secolo XIV si cominciarono a costruire in Europa e probabilmente a Firenze i primi orologi a molla (3).

Gli artefici di Norimberga svilupparono, perfezionarono forse, la costruzione di molle per orologi da tasca, e per i fucili a ruota. Queste molle (4) colpirono assai l'attenzione degli scrittori del Rinascimento. Annibal Caro (5), in

(1) Specialmente interessanti sono i popoli dell'Indocina i quali adoperano da molti secoli la *cerbottana* (franc. *sarbacane*, ingl. *sumpitan*), parola che noi abbiamo appreso dagli Arabi, e questi dai Persiani; ed inoltre l'acciarino pneumatico, col quale ancor oggi alcuni popoli semi-inciviliti dell'Asia orientale si procurano il fuoco.

(2) In un oscuro passo di Eraclito, indicatomi dal prof. Festa, si parla della *πάλιντροπος ἀρμονία... τόξον καὶ λύρη*.

(3) Ciò risulta ad esempio da un grazioso sonetto di Gaspare Visconti, da lui pubblicato nel 1493 in Milano in un volume di *Ritmi* (riprodotto in Phil. Argelati, *Bibliotheca Scriptorum Mediol.*,... praemittitur J. A. Saxii... *Historia* literario-typogr. mediolan... Mediolan., 1745, tom. I, col. 360):

« Si fanno certi orologi piccoli e portativi (scrive il Visconti), che con poco di artificio sempre lavorano, mostrando le ore, e molti corsi de' Pianeti, e le feste, sonando « quando il tempo lo ricerca, ... ».

La descrizione di un orologio, piuttosto confusa, dovuto ad un artefice fiorentino Lorenzo Vulparia, si trova nella lettera dell'agosto 1484 di Angelo Poliziano a Fr. Casa (Politiani, *Opera*, tom. I, Lugduni, 1573, pag. 117).

(4) Girolamo Cardano, nelle sue opere *De rerum varietate* e *De Subtilitate* (ristampate in: Hieron. Cardani, *Opera*, Lugduni, 1663, tom. III, pag. 187, 363...) parla a lungo delle molle degli orologi (che chiama: *horologii mola*) e delle loro proprietà. È curiosa la ragione che egli dà dello *stancarsi* delle molle: « Mola semper fit debilior quia est « res inanimata, quae summum laborem patitur; animata enim cibo reficitur ».

(5) Ann. Caro, *Lettere*, ediz. dei classici ital., vol. 3°, Milano 1807, pag. 192. Nella sua *Apologia*, pubblicata a Parma nel 1558, il Caro pose nel frontespizio una molla d'archibugio a ruota col motto *vim vi*.

una sua lettera alla duchessa d'Urbino del 14 ottobre 1563, dà una descrizione complessa, ma precisa che credo opportuno di riprodurre allo scopo di mostrare come, senza l'idea di elasticità, si possa, con lungo giro di frase, descrivere il modo d'agire delle molle:

« La molla è un instrumento dell'arti meccaniche di molto potere e di meraviglioso effetto, essendo immobile per sè, ed avendo forza da muovere l'altre cose, e di regolare anche il moto conforme al celeste [negli orologi]; ed è tale, che quanto più si strigne, e si travaglia, tanto è di più forza, e di più virtù, e lasciandosi stare non opera ».

Le molle di varie forme diventarono d'uso comune nel secolo XVI, e forse è in questo secolo soltanto che le molle, le spirali specialmente, cominciarono ad essere usate nei più svariati congegni, sebbene da un oscuro passo di Vitruvio si possa indurre che già i Greci le avessero conosciute ⁽¹⁾.

Più recente ancora è l'introduzione, dall'America in Europa, della gomma elastica o caucciù.

3. Il primo corpo, nel quale fu riconosciuta la virtù elastica, fu l'aria. Convorrà quindi ricordare rapidamente gli sforzi complessi e successivi di molti uomini, allo scopo di renderci conto delle sue proprietà e di descriverle.

Erone Alessandrino, accettando le idee dei più antichi filosofi greci i quali dimostravano che l'aria è un corpo (poichè, ad esempio, un otre chiuso, pieno d'aria, resiste, come se dentro vi fosse qualche cosa), paragona ⁽²⁾ l'aria all'arena delle spiagge. L'aria, egli dice, consta di innumeri corpi (*σώματα*) che si toccano in qualche punto, come i grani d'arena, ma lasciano interposti dei vani vuoti (*κενὰ διαστήματα*), simili a quelli (pieni d'aria) che stanno interposti tra i grani dell'arena.

Nelle opere di Filone da Bisanzio ⁽³⁾ si trovano alcuni interessanti esperimenti sull'aria, che conviene descrivere:

A) un vaso vuoto a bocca stretta (come un'anfora egizia) immerso nell'acqua, colla bocca rivolta in basso, non si riempie d'acqua, finchè non si fora il fondo con un piccolo buco, e finchè da questo buco non è uscita l'aria contenuta nel vaso:

B) se un vaso di vetro, corneo, o di altra materia trasparente, della stessa forma del precedente, si immergè nell'acqua in modo che si riempia, e poi lo si solleva, colla bocca in basso, in modo che questa rimanga sempre immersa, il vaso rimane pieno d'acqua. Ma se si fa un foro piccolo quanto

⁽¹⁾ Vitruvii, *de architectura* libri X, ed. Rose, Lipsia, Teubner, 1889, pag. 241. Vitruvio parla delle *versationes anisocyclorum* degli scorpioni, una specie di strumento bellico per lanciar frecce. L'acuto veneziano Daniele Barbaro, nel suo commento a Vitruvio, suppone che *anisociclo* volesse indicare una molla a spirale.

⁽²⁾ Heronis Alexandrini *opera*, vol. I, ed. Schmidt, Leipzig, Teubner, 1899; *Pneumatica*, pag. 6.

⁽³⁾ *ibid.*, pp. 460, 462, 476, 480.

si voglia, in alto, in modo che possa entrarvi l'aria, l'acqua nel vaso scende al livello di quella esterna;

C) se una candela, il cui piede è immerso nell'acqua, si ricopre con un vaso come il precedente, in modo che la bocca del vaso sia chiusa dall'acqua, dopo pochi momenti la candela consuma in parte l'aria del vaso, la candela si spegne, e l'acqua sale entro il vaso;

D) se un recipiente fatto ad imbuto rovesciato, avente la bocca chiusa da un fondo bucherellato, si immerge nell'acqua, lasciando aperto il piccolo orificio del collo, esso si riempie d'acqua. Ma, se dopo aver chiuso questo orificio con un dito, si estrae l'imbuto dall'acqua, il recipiente rimane pieno d'acqua; e l'acqua non esce dai fori del fondo, se non si dà adito superiormente all'aria sollevando il dito.

4. Questi esperimenti passarono inosservati per molti secoli finchè un vero precursore di Galileo, Giov. Battista della Porta ⁽¹⁾, nel 1601, dopo aver diligentemente studiato le opinioni degli antichi, ebbe ripresa le ipotesi di Erone sulla costituzione intima dell'aria, paragonandola, oltrechè all'arena, alle spugne asciutte, o ai ritagli di corna, i quali, se non compressi, riprendono la loro forma e grandezza. Per dimostrare questa proprietà dell'aria egli procede ai seguenti esperimenti:

A) se in una palla di ferro vuota, nella quale è praticato un foro in cui è infilata una cannuccia di stagno, si soffia colla bocca, è possibile di comprimervi dentro altra aria;

B) è possibile, pure aspirando colla bocca, di estrarre da quella palla una certa quantità dell'aria in essa contenuta, senza che nessun'altra sostanza possa penetrarvi: quindi l'aria può esser compressa o dilatata per mezzo di una forza;

C) se in una canna da fucile si immette una bacchetta il cui estremo sia ben oliato in modo che l'aria non possa sfuggire: se si chiude col dito il piccolo buco inferiore (per cui si dà fuoco), in modo che l'aria non possa sfuggire, si proverà gran fatica a far penetrare la bacchetta nella canna, poichè l'aria vi si comprime; e se, quando non si può comprimere più oltre, si abbandona la bacchetta, questa, con grande forza e rumore, è gettata fuori;

D) se invece, aperto lo spiraglio inferiore, si spinge la bacchetta nel fondo del fucile, si chiude poi lo spiraglio, e si cerca di estrarre poi la bacchetta, in parte vi si riesce; ma quando, dopo grande sforzo, è estratta fuori per un certo tratto, se la si abbandona, torna dentro con impeto, e con strepito picchia nel fondo, perchè allora l'aria era estremamente rarefatta, e non permetteva una rarefazione maggiore.

L'operetta del Porta, tradotta nel 1606 in italiano e in spagnuolo, ebbe grande diffusione in Europa.

(1) Io. Bapt. Portae neapolitani *Pneumaticorum libri tres*, Neapoli, apud Carlinum, 1601.

Pochi anni dopo, Galileo faceva nuove ed importanti esperienze ed osservazioni.

Nei *Discorsi e dimostrazioni intorno a due nuove scienze*, pubblicati nel 1638, osserva che la vescichetta che i pesci hanno in corpo, piena d'aria, permette ai pesci di equilibrarsi in acqua di diversa salsedine, e di diversa densità.

Nella stessa opera osserva, poi, che l'aria *patisce di essere assaissimo condensata*, e si riesce, dopo averla forzatamente messa in un fiasco, ad avere un'idea del rapporto tra il suo peso e quello dell'acqua.

Pure a Galileo si devono i primi tentativi di costruire delle palline con cera e frammenti di piombo, di tale densità da poter rimanere ad una data profondità nell'acqua, senza però riuscirvi, ma dando però evidentemente origine a quel termometro a palline costruito nei primi mesi del 1648, inviato allora a Roma, e descritto poi per disteso nei *Saggi di naturali esperienze* dell'Accademia del Cimento (1).

È infine dovuta a Galileo la segnalazione della famosa osservazione che l'acqua non può essere estratta colle pompe aspiranti se non ad una limitata altezza.

È da questa osservazione di Galileo che il Torricelli fu tratto, nel 1643, alle sue celebri esperienze con una canna di vetro ripiena di mercurio, la quale lo convinse che era la pressione esterna dell'aria la sola causa della ascensione del mercurio nel barometro.

5. Nei primi mesi del 1648, ripetendosi a Parigi le esperienze del Torricelli, che in tutta Europa avevano destato grande ammirazione ed avevano dato luogo a discussioni in gran parte oziose, venne in mente al Roberval l'idea di porre una piccola vescica di pesce chiusa, nella sommità, alquanto allargata, di una canna di vetro. Riempita di mercurio la canna, e rovesciata in un bagno di mercurio, questa vescica, rimasta nel vuoto barometrico, si gonfiava (come rettamente interpretarono il giovane Huygens, gli accademici fiorentini, e tutti gli spiriti lucidi che avevano ben capito i ragionamenti del Torricelli) per l'espansione di quella poca aria rimasta entro la vescica.

In quello stesso anno 1648, giunti a Roma i termometri a palline degli accademici del Cimento, due italiani poco noti oggi, ma entrambi ingegni acuti, costruirono, sembra indipendentemente l'un dall'altro, quello strumento che oggi a torto si chiama *diavolo di Cartesio*, ma che è assai atto a dimostrare, ad un tempo, la compressibilità dell'aria e la *resistenza certissima dell'acqua alla compressione*. È questo il titolo di un opuscolo pubblicato il 26 luglio 1648 da Raffaello Magiotti da Montevarchi,

(1) *Saggi di naturali esperienze*, pag. 15 dell'ediz. di Firenze del 1841: quinto termometro.

allievo, assieme col Torricelli, di Benedetto Castelli. In questo breve scritto il Magiotti parla della *forza* dell'aria compressa, e rileva come gli archibusi a vento (costruiti verso la metà del secolo XVI) la pongano in evidenza.

Il dotto medico Tommaso Cornelio da Cosenza, venuto a Roma, ed ivi allievo di Michelangelo Ricci, in una sua lettera, pure stampata a Roma nel 1648, intitolata *Epistola qua motuum illorum qui vulgo ob fugam vacui fieri dicuntur, vera causa per circumpulsionem ad mentem Platonis explicatur* », tenta di dar spiegazione della pressione atmosferica.

La spiegazione, del Cornelio, della pressione atmosferica (alla quale sola egli rettamente attribuisce, seguendo il Torricelli, l'ascesa del mercurio nel barometro, ed i moti delle palline di varia densità che salgono o scendono nell'acqua allorchè questa si comprime più o meno dall'esterno) consiste nella costituzione stessa dell'aria la quale è da lui paragonata non solo alle spugne, ma anche, e piuttosto alla lana.

6. Tre anni dopo, nel 1651, il medico Giovanni Pecquet, da Dieppe, pubblicava una sua *Dissertatio anatomica de circulatione sanguinis*. Questo scritto ha per scopo di rendersi conto, più esattamente di quanto prima Cesalpino e poi Harvey avessero detto, per qual ragione il sangue penetri nel cuore allorchè questo si dilata. La sola *gravità* dell'aria pareva insufficiente al Pecquet. Egli pertanto rassomigliava nuovamente l'aria ad un cumulo di spugne o, meglio, di lana, riempiente tutta la terra, più compressa in basso, e meno in alto, il quale cumulo, per la sua spontanea dilatazione che egli chiama *elaterè* ⁽¹⁾, comprime tutti i corpi in essa immersi. Egli è quindi il primo a parlare, più volte, di quella che egli chiama *virtù elastica, forza della virtù elastica (elasticae virtutis robur)*, e, più semplicemente *forza elastica (vis elastica)* dell'aria.

La felice introduzione di questa nuova idea diede origine in tutta Europa, a nuove esperienze.

Gli accademici del Cimento, i quali malvolentieri accettavano l'introduzione di nuove parole, ma erano avidi di nuove idee, chiamarono (nei loro *Saggi di naturali esperienze*) *forza di molla* dell'aria questa nuova specie di forza immaginata dal Pecquet.

7. Ma è soprattutto a Roberto Boyle che si devono le più importanti ricerche sulla proprietà elastica dell'aria. Nei suoi *New experiments physico-mechanical touching the SPRING OF THE AIR and its effects*, opera pubblicata ad Oxford nel 1660, ed ivi pure nello stesso anno tradotta in latino col titolo « *Nova experimenta... de vi aëris elastica; de elatere et gravi-*

(1) Dal greco (*ελατήρ* impulsore, agitatore). Il nome *ελατήριον* è quello di un purgante estratto da una zucca selvatica. Pure direttamente dalla parola *ελαστικός* proviene il nostro *elastico*.

tate aëris», si parla subito non solo dell'elasticità dell'aria, ma anche di *corpi elastici*. Le particelle singole dell'aria sono dal Boyle concepite come altrettante particelle elastiche, simili alle molle spirali od ai peli della lana.

Spinto quindi dal desiderio di conoscer meglio questa forza elastica inerente all'aria, è tratto a sperimentare e ad osservare quella che oggi noi chiamiamo, a buon dritto, legge di Boyle.

8. Comincia così lo studio delle proprietà elastiche dei gas che, pochi anni dopo (nel 1730), Daniele Bernoulli spiegherà con più feconda ipotesi. Comincia pure così con Boyle l'osservazione della elasticità dei corpi solidi, lo studio dei quali sorge con le prime considerazioni di calcolo infinitesimale, e, pur avendo i suoi primi inizi nello studio della resistenza delle travi iniziato da Galileo, trova il suo primo sviluppo nello studio della curva elastica iniziato da Giacomo Bernoulli e poi completato da Eulero.

9. Prima però di porre termine a queste considerazioni, converrà dire qualche cosa intorno ad Ottone Guericke, poichè a torto, mi sembra, il Mach vorrebbe attribuirgli il merito di aver osservato l'elasticità dell'aria ⁽¹⁾.

Non ostante la strana ipotesi del Gerland ⁽²⁾, è pressochè certo che le esperienze del Guericke non risalgono, come egli stesso dice, e come dice il suo amico G. Scott ⁽³⁾, se non a qualche anno prima del 1654, anno nel quale egli faceva in Ratisbona i suoi vistosi *esperimenti magdeburgici*. Le idee del Guericke sono poco chiare. Egli pretende che l'aria, compressa in un vaso resistente di ferro, possa diventare un liquido simile all'acqua ⁽⁴⁾ pre-

⁽¹⁾ E. Mach, *Die Mechanik in ihrer Entwicklung*, 4^a ediz., Lipsia, Brockhaus 1911, pag. 123: « Die von Guericke beobachtete Spannkraft der Luft wurde von Boyle und später von Mariotte genauer untersucht ».

⁽²⁾ E. Gerland, *Geschichte der Physik*, ...durchgesehen von Dr. H. v. Steinwehr, München und Berlin, 1913, pagg. 486-487.

Il Gerland vorrebbe far risalire al periodo dal 1632 al 1638 le prime esperienze del Guericke! Prima di Torricelli e di tutti gli altri studiosi europei! Lo stesso Guericke che il Boyle chiama *generoso*, si sarebbe opposto ad un così evidente anacronismo.

Il Gerland, riferendosi ad un articolo di G. Berthold (*Wiedemanns Ann.*, Bd. XX, Leipzig 1883, pag. 349), parla di una lettera del 1799 (20 floréal, an. VII), del matematico Cristiano Kramp, la quale dice che « In Cölln selbst ist bereits... eine *guerickeische Luft Pump*, von ihm selbst gemacht und in Jahre 1641 dem Magistrate von Cölln zum Präsent geschick... ». Questa macchina però, ora nè a Colonia, nè in nessun altro luogo si trova, e non si conosce nessun documento che ne parli. Ed è inoltre assai inverosimile che il Guericke facesse con gran pompa, come cosa nuova, l'esposizione della sua invenzione a Ratisbona nel 1654, se già tredici anni prima aveva regalato alla città di Colonia la sua macchina. Siccome però non c'è ragione di dubitare della buona fede del Kramp, l'ipotesi più verosimile è che questi abbia letto male e che, invece di 1641, fosse scritto, ad esempio, 1671.

⁽³⁾ P. Gasparis Schotti S. T. *Mechanica hydraulico-pneumatica*, Francoforte 1657.

⁽⁴⁾ Ottonis de Guericke *Experimenta... magdeburgica*, Amsterdam 1672; cfr. pagg. 72, 116, 118.

tende che il vuoto, che faceva colla sua pompa, fosse più perfetto del vuoto torricelliano, ecc.

Il merito del Guericke rimane soltanto quello, piuttosto meccanico, di aver costruito una prima macchina pneumatica. Questa macchina però, subito perfezionata dal Boyle, fu da questi adoperata con assai maggior sagacia ed intento scientifico. Nei suoi tentativi di spiegazione dei fenomeni, anche il Guericke parla dell'*elatore* dell'aria, la parola introdotta dal Pecquet e largamente usata dal Boyle: il che dimostra, come del resto egli afferma, che l'opera sua fu pensata e scritta nel 1663, sebbene sia stata pubblicata soltanto nel 1672.

Matematica. — *Sulla definizione di coppie, terne, ecc.* Nota di C. BURALI-FORTI, presentata dal Corrisp. R. MARCOLONGO.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

Chimica. — *Nuove ricerche intorno all'azione degli ossidanti sui sali cerosi* (1). Nota di G. A. BARBIERI, presentata dal Socio G. CIAMICIAN.

In alcune Note (2) precedenti ho studiato l'azione dell'acido nitrico sui sali cerosi. Le ricerche descritte in questa Nota riguardano l'ossidazione dei sali cerosi mediante il permanganato potassico e i persolfati.

Lo studio delle condizioni nelle quali il cerio passa da trivalente a tetravalente, sotto l'azione degli ossidanti, ha interesse, tanto per la preparazione dei sali cerici, quanto dal punto di vista analitico, perchè tutti i metodi di dosamento, di separazione e di purificazione del cerio si fondano sulla proprietà, che ha questo elemento, di dare composti del tipo RX_4 , proprietà che lo distingue da tutti gli altri elementi del suo gruppo.

Le ricerche con l'acido nitrico ebbero, come corollario, la preparazione dei nuovi sali cerici: lo iodato, il selenito, l'arseniato monoacido e il biacido. Le ricerche col permanganato e coi persolfati, riferite in questa Nota, mi condussero a trovare nuovi metodi di dosamento e di separazione del cerio.

(1) Lavoro eseguito nell'Istituto di chimica generale dell'Università di Ferrara.

(2) G. A. Barbieri, Rendiconti Accad. Lincei 1907, I, 393-401-644, Berichte chem. Gesell. 43₂₃₁₄ (1910).