

ATTI
DELLA
REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCCXIII.

1916

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME XXV.

1° SEMESTRE.



ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL DOTT. PIO BEFANI

1916

- * 7. — È stato preso in conto il valore approssimato del moto proprio in declinazione, $\mu_{\delta} = -0''.16$, ricavato dai valori di questa coordinata desunti da WaZ 16954, AW 14673, GZ 2162 e da un valore ottenuto da confronti recentemente osservati (1914.6) all'equatoriale Dembowski.
- * 10. — Da AW 14652 si hanno per il 1914.0, per le due coordinate, i secondi seguenti:
26^s.63 57^{''}.1.
- * 31, * 32. — Da AW si hanno i secondi seguenti:

* 31 AW 15982 . . . 37^s.81 50^{''}.6
* 32 » 15986 . . . 45.15 59 .6.

- * 36, * 37. — Da AW e WaZ si hanno rispettivamente:

* 36 AW 15933 . . . 39^s.31 50^{''}.4 ; * 37 AW 15945 . . . 48^s.19 32^{''}.8
» WaZ 18907 . . . 39.55 46 .9 ; » WaZ 18943 . . . 48.49 34 .1.

Matematica applicata. — *Della volgarizzazione ed applicazione della fisica matematica in medicina* (1) Nota III del professore S. SALAGHI, presentata dal Socio RUFFINI.

In questa Nota continuo ad esporre la base teorica del tema di acustica fisiologica, che ho volgarizzato per i medici: *delle vibrazioni sonore in rapporto con la conformazione dell'organo dell'udito nell'uomo*. Nella Nota precedente riferii sulla parte riguardante l'energia di moto delle vibrazioni (2). Ora cercherò di valutare la perdita di carico che soffrono le vibrazioni stesse lungo il percorso del tubo ad asse spirale logaritmica che costituisce la chiocciola umana.

Nel moto dei liquidi entro tubi curvilinei avviene una perdita di carico a cagione della resistenza che il liquido scorrente o l'onda propagantesi nel liquido fermo incontra nei cambiamenti di direzione. Per gli usi della pratica v'è la seguente formula dedotta dalla esperienza, che fornisce i valori approssimativi per χ perdita di carico nei tubi curvilinei (3):

$$(1) \quad \chi = \left\{ 0,131 + 1,847 \left(\frac{d}{2r} \right)^{\frac{7}{2}} \right\} \frac{v^2}{2g}$$

(1) Lavoro eseguito nel Laboratorio di Terapia fisica della R. Università di Bologna.

(2) Rendiconti della R. Accademia dei Lincei, Classe di scienze fisiche matematiche e naturali, vol. XXV, 1° sem., pag. 747.

(3) Ing. dott. E. Zeni, *Idraulica*. Hoepli, 1911, pag. 88.

la quale può ridursi in funzione del solo raggio di curvatura r , considerando costanti il diametro d del tubo e la forza viva $\frac{v^2}{2g}$ ⁽¹⁾

$$(2) \quad \chi = A + \frac{B}{r^{\frac{7}{2}}}$$

e in funzione della curvatura R , trascurando la costante A per il suo piccolo valore di fronte a quello di $R^{\frac{7}{2}}$

$$(3) \quad \chi = k R^{\frac{7}{2}}$$

La formula è applicabile con approssimazione pure al tubo cocleare. Per tubi di diametro differente da quelli sperimentati da chi formulò la legge, v'è solo da introdurre qualche variante nelle costanti. Lo dice anche il Puppini, il quale ha fatto analoghe esperienze ⁽²⁾.

Questa formula, fornita dalla idraulica, si applichi ora ad un tubo ad asse spirale logaritmica, come è quello della chiocciola umana. V'è in tal caso da aggiungere un altro fattore c . Questo rappresenta l'effetto che hanno sulla perdita di carico le resistenze dipendenti dalle disposizioni anatomiche delle quali si parlò nella Nota precedente pubblicata in questi Rendiconti, a pag. 747.

Dalle già note variazioni, che offre la curvatura R da spira a spira, si calcoleranno i corrispondenti valori di $R^{\frac{7}{2}}$, i quali, all'infuori dei fattori k e c danno la perdita di carico. L'operazione è riportata nella tavola unita, sotto forma di esempio numerico. V'è notato, per riscontro, anche il decorso della frequenza e della energia delle vibrazioni nella estensione del campo uditivo. Alla curvatura R è assegnato come valore iniziale 1. Essa cresce da spira a spira in direzione del polo in progressione geometrica di ragione 2; $R^{\frac{7}{2}}$ in progressione geometrica di ragione $11.3137 = 2^{\frac{7}{2}}$.

⁽¹⁾ Quanto a $\frac{v^2}{2g}$, che qui si considera costante, occorre qualche spiegazione. Non sembrerebbe che dovesse essere costante, se dalle nostre esperienze è risultato che la energia che viene resa individualmente dalle vibrazioni sonore contro una data resistenza cresce di ottava in ottava, dagli acuti ai gravi, in progressione geometrica di ragione due. V'è però da avvertire che in eguale progressione, e parimente dagli acuti ai gravi, aumenta la *durata* delle vibrazioni medesime. La durata, essendo l'inversa della frequenza, viene ad equilibrare nella unità di tempo, lungo la scala dei suoni, l'effetto della forza viva sulla perdita di carico. Nello stesso senso parla il fatto messo in chiaro da ter Kuile, che l'energia totale dei corpi vibranti, a parità di altre condizioni, si mantiene costante per ogni grado ed ottava della scala dei suoni.

⁽²⁾ Ing. U. Puppini, *La perdita di carico nei gomiti ad angolo vivo*. Il *Monitore tecnico*, 1915, nn. 20 e 22.

I valori di R e di $R^{\frac{7}{2}}$ si riferiscono all'inizio di ogni spira. Dai valori ottenuti può per altro seguirsi, anche lungo le spire stesse, l'andamento di $R^{\frac{7}{2}}$. Se vi si colloca in un'altra colonna a destra, come si è fatto nella tavola, una progressione geometrica di ragione 2, avente gli stessi estremi di quelle relative alla frequenza ed alla energia delle vibrazioni, si osserverà che ad ogni due spire vi ricorrono numeri che si trovano nelle progressioni delle altre due funzioni. Nel giro delle due spire sono compresi sette termini della progressione. Ad ogni spira ne spettano tre e mezzo. Effettivamente, all'inizio delle spire di numero pari il valore di $R^{\frac{7}{2}}$ coincide con la media geometrica tra i corrispondenti termini contigui della colonna di destra.

Se la progressione geometrica della curvatura R , invece che da uno, come fa, cominciasse da altro numero, i risultati per R ed $R^{\frac{7}{2}}$ sarebbero proporzionali a quelli ottenuti. Il rapporto di proporzionalità è dato dal rapporto tra il nuovo primo termine ed uno (¹).

Nel suo accrescimento lungo le spire che si susseguono in direzione del polo, $R^{\frac{7}{2}}$ si mantiene dunque proporzionale alle altre due funzioni (energia e frequenza) delle vibrazioni: direttamente con la prima, inversamente con la seconda.

In questo esempio numerico si sono considerate cinque spire della curva logaritmica, per poter meglio verificare l'andamento della funzione $R^{\frac{7}{2}}$. Ma nella chiocciola umana ne sono usufruibili due soltanto dai medici designate col nome di giri spirali, basilare l'uno, apicale l'altro. Di più vi può essere una frazione della porzione sigmoidea del Ruffini, con la quale ha inizio il tubo cocleare: quella parte almeno in cui la curva assume un aspetto regolare.

Il campo uditivo, composto di circa dieci ottave che vanno da 16 vibrazioni comp. fino a 20000 al sec. (ved. tavola), sta tutto entro quei confini.

(¹) Fino ad ora, per semplicità, siamo partiti dalla curvatura $R=1$. Ma possiamo anche partire da una curvatura $R<1$, tanto più che, in realtà, all'inizio delle spire cocleari, ossia nella porzione sigmoidea del Ruffini, la curvatura è lievissima. Allora è $R^{\frac{7}{2}}<R<1$. E $\chi=kR^{\frac{7}{2}}$, essendo k poco diverso da 1, risulterà tanto più piccolo, quanto minore è R ; e potrà anzi essere piccolissimo, se molto piccolo è R .

Introducendo ora la nuova costante c , di cui si è parlato a pag. 788, cioè prendendo $\chi=c \times k \times R^{\frac{7}{2}}$, la perdita di carico viene a dipendere anche da questo coefficiente c . E, per quanto si sia preso molto piccolo R in modo da avere pure molto piccolo $k \times R^{\frac{7}{2}}$, la perdita di carico χ potrà risultare anche maggiore di 1 se il valore del coefficiente c è sufficientemente grande.

Dagli acuti ai gravi, già si è visto, all'inverso della frequenza, l'energia delle vibrazioni si raddoppia ad ogni ottava. Secondo i dati fisiologici, la localizzazione sensoriale dei toni nella chiocciola avviene, in direzione del vertice, procedendo per gradi dagli acuti ai bassi; l'ordine delle ottave vi è invertito. E così, in grosso, il giro basilare sarebbe per i suoni acuti, il giro apicale per i gravi.

Nella medesima lunghezza del tubo cocleare, in cui si svolge il campo uditivo, sono pure distribuite le resistenze al moto oscillatorio del liquido labirintico. La perdita di carico, che ne consegue, cresce, in direzione del vertice, in una progressione geometrica *proporzionale* a quella della energia delle vibrazioni acustiche lungo le dieci ottave del campo uditivo.

Applicazione dei fatti, qui acquisiti, alla fisiologia (1). — Considerando il modo di procedere proporzionale della energia e della perdita di carico, si è indotti a pensare che il moto vibratorio, nei giri spirali, si propaghi ad un tratto tanto più lungo del tubo cocleare in direzione del vertice, quanto maggiore è l'energia cinetica (2) delle vibrazioni, e maggiore quindi è la quantità di resistenza che possono superare, rispettivamente quanto più bassi sono i suoni. Anche qui il giro basilare sarebbe in complesso, come già si ammette, per i suoni acuti, il giro apicale per i gravi. Ma apparirebbe in fine la *ragione fisica* per cui i suoni si localizzano con quel dato ordine.

Questo modo di vedere, se pure tuttora allo stato di ipotesi, si presta bene alla interpretazione di fenomeni fisiologici. Così nelle presenti ricerche ha fatto riconoscere perchè, per es., i suoni molto intensi, le cui vibrazioni posseggono maggiore copia di energia cinetica, siano percepiti più bassi che non comporterebbe la frequenza delle loro vibrazioni; perchè l'orecchio sia relativamente più sensibile per i suoni acuti che non per i gravi; perchè nelle lesioni sperimentali fatte alla base della chiocciola (sul gomito della porzione sigmoidea del Ruffini) non si sia potuta ottenere sordità permanente circoscritta ai toni acuti, come vi sarebbe stata ragione di aspettare; perchè verso ai due estremi della scala musicale i suoni riescano meno distinti; e perchè assai prima di quelle zone estreme gli accordi consonanti comincino a farsi impuri e poi, a mano a mano, più confusi. Di queste importanti parti-

(1) S. Salaghi, *Sullo smorzamento dei suoni di differente altezza nel percorso cocleare* (con 3 figure). Archivio di fisiologia, vol. XIV, fasc. 1°, nov. 1915.

(2) Si intende l'energia iniziale, che è la massima. Nelle susseguenti vibrazioni l'energia va gradatamente indebolendosi. Il suo decrescere durante l'affievolirsi dei suoni mal si accorda con una localizzazione fissa dei medesimi, se non vi concorre qualche altra condizione: per es., la durata delle vibrazioni o altro. È una obbiezione che può sollevarsi contro la presente ipotesi.

colarità fisiologiche le teorie vigenti della audizione non avevano sempre saputo dare una spiegazione adeguata (1).

CONCLUSIONE.

Questo studio sulle vibrazioni sonore in rapporto con la conformazione dell'organo uditivo nell'uomo ci conduce ad ammettere le proposizioni seguenti:

1) Discendendo dai suoni acuti ai gravi, l'energia cinetica che rendono individualmente le vibrazioni contro una data resistenza cresce di ottava in ottava in progressione geometrica di ragione due, all'inverso della frequenza delle vibrazioni stesse, vale a dire all'inverso dell'altezza dei toni: fatto verificato sperimentalmente. Parte svolta nella Nota precedente.

La diversa modalità nell'estrinsecarsi della energia vibratoria secondo l'altezza dei toni, quale ebbe ad osservarsi nelle esperienze, è da distinguere dalla energia totale del corpo vibrante. Questa, a parità di altre condizioni, è eguale in ogni grado ed ottava della scala generale dei suoni.

2) La perdita di carico che soffrono le vibrazioni sonore lungo il tubo ad asse spirale logaritmica costituente la chiocciola umana cresce, dalla base al vertice dell'organo, in modo direttamente proporzionale alla energia delle vibrazioni medesime: fatto dimostrato col calcolo, mediante la teoria della spirale logaritmica e le formule dell'idraulica riferentisi al moto dei liquidi entro tubi curvilinei. Parte svolta nella presente Nota.

La localizzazione che si ammette nella chiocciola per i diversi toni procede, dagli acuti ai gravi, gradatamente dalla base verso al vertice. Ciò posto, dalla prima proposizione si vede che con questo medesimo ordine si propagano fino ai diversi livelli dell'organo le vibrazioni sonore conforme al grado della loro energia iniziale. Dalla seconda proposizione risulta che la perdita di carico, che esse soffrono per le resistenze incontrate lungo il tubo ad asse spirale, cresce pure col medesimo ordine dalla base al vertice. Sicchè lo sviluppo delle due funzioni — energia e perdita di carico — avviene nello stesso percorso e lunghezza del tubo cocleare e nella stessa direzione dalla base al vertice, che segue la localizzazione dei toni conformemente alla loro altezza.

L'aver trovato siffatta corrispondenza e proporzionalità tra energia e perdita di carico, pur avendo seguito due vie differenti d'indagine (l'esperimento ed il calcolo), è una riprova della bontà dei procedimenti usati.

(1) S. Salaghi, *Per la fisiologia dell'organo uditivo. Contributi di fisica medica* (con 1 tavola e 2 figure). *Bullettino delle scienze mediche*, n. 10, an. 1915.

TAVOLA.

Frequenza ed energia delle vibrazioni acustiche nella estensione del campo uditivo				Perdita di carico sofferta dalle vibrazioni acustiche lungo il percorso cocleare			
Numerazione delle ottave del campo uditivo	Frequenza delle vibrazioni complete	Direzione dell'accrescimento	Energia cinetica delle vibrazioni	Direzione dell'accrescimento	Numerazione delle spire in direzione del polo	R (curvatura)	$\frac{7}{R^2}$ (perdita di carico a meno di un fattore costante)
1 ^a	1	...	1	...	1 ^a spira (al suo inizio)	1	1
2 ^a	2	...	2	...	2 ^a spira (al suo inizio)	2	11,3137
3 ^a	4	...	4	...	3 ^a spira (al suo inizio)	4	128
4 ^a	8	...	8	...	4 ^a spira (al suo inizio)	8	1448,1408
5 ^a	16	...	16	...	5 ^a spira (al suo inizio)	16	16384
6 ^a	32	...	32	...			
7 ^a	64	...	64	...			
8 ^a	128	...	128	...			
9 ^a	256	...	256	...			
10 ^a	512	...	512	...			
	1024	...	1024	...			
	2048	...	2048	...			
	4096	...	4096	...			
	8192	...	8192	...			
	16384	...	16384	...			
	20000	...	20000	...			
							media geometrica
							16
							32
							64
							128
							256
							512
							1024
							media geometrica
							2048
							4096
							8192
							16384

... dai gravi agli acuti ...
... dagli acuti ai gravi ...