ATTI
DELLA
REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCCXIII.

1916

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME XXV.

2° SEMESTRE.

ROMA
TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL DOTT. PIO BEFANI

1916

la possibilità dell'aumento in altezza delle contrazioni muscolari sotto l'influenza dell'acido carbonico (ved. questa Nota VIII, parte 1ª). Ma negli altri casi, nei quali il muscolo era per $4/5$ della sua lunghezza immerso in liquido di Ringer, il transitorio aumento poteva esser dovuto a differenze della intensità degli stimoli che provocavano le contrazioni.

Fisica matematica. — *Sui moti di un liquido viscoso compatibili col moto traslatorio di un solido di rivoluzione immerso nel liquido stesso.* Nota di UMBERTO CRUDELI, presentata dal Corrispondente E. ALMANSI [1].

In una Nota inserita nei Rendiconti di questa R. Accademia (1° sem., 1911, pag. 341) il dott. Zondadari, inspirandosi ai metodi ed alle ipotesi del Basset [2] relativi allo studio dei moti lenti del liquido secondo piani passanti per l'asse di rivoluzione del solido, dimostra che lo studio di cotesti movimenti, nella supposizione che ciascuno di essi avvenga nello stesso modo in ognuno di quei piani, si traduce nell'integrazione di una complicata equazione alle derivate parziali del quarto ordine, alla quale soddisfa la funzione ψ di corrente. Precisamente egli dimostra che l'equazione in discorso resulta dalle due seguenti:

$$(1)\qquad \left\{\begin{aligned} &\frac{\partial\Omega}{\partial t} = \nu\left(\Delta^2\Omega - \frac{\Omega}{r^2}\right)\\ &\Omega = -\frac{1}{2}\left\{\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial\psi}{\partial r}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial\psi}{\partial z}\right)\right\},\end{aligned}\right.$$

mediante eliminazione di Ω.

Mi propongo qui di mostrare che, seguitando a denotare con r la distanza di un generico punto del liquido dall'asse di rivoluzione del solido, ed introducendo una nuova funzione $F(r, z, t)$ legata alla ψ mediante $\psi = r\frac{\partial F}{\partial r}$, la suddetta equazione può condursi alla seguente:

$$\frac{\partial\Delta^2 F}{\partial t} = \nu\Delta^4 F,$$

dove ν (rapporto fra viscosità e densità del liquido) è un'assegnata costante positiva.

(1) Pervenuta all'Accademia il 4 agosto 1916.
(2) *Treatise on Hydrodynamics*, vol. II.

Infatti, la seconda delle (1) potrà scriversi

$$\Omega = -\frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial r}\left\{\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial F}{\partial r}\right) + \frac{\partial^2 F}{\partial z^2}\right\}.$$

Per cui, tenendo presente che, nel nostro caso,

$$\Delta^2 F = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial F}{\partial r}\right) + \frac{\partial^2 F}{\partial z^2}, \tag{2}$$

resulta

$$\Omega = -\frac{1}{2}\frac{\partial \Delta^2 F}{\partial r}.$$

Quindi, sostituendo nella prima delle (1) ed osservando che, in virtù della (2), si ha

$$\Delta^2\left(\frac{\partial F}{\partial r}\right) = \frac{\partial \Delta^2 F}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial F}{\partial r},$$

si ottiene

$$\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{\partial \Delta^2 F}{\partial t}\right) = \nu\frac{\partial \Delta^4 F}{\partial r},$$

ovvero

$$\frac{\partial \Delta^2 F}{\partial t} = \nu \Delta^4 F + f(t, z).$$

Ma, supponendo che $h(t, z)$ sia, delle sole variabili t e z, funzione tale che

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial^2 h}{\partial z^2}\right) = \nu\frac{\partial^4 h}{\partial z^4} - f(t, z),$$

avremo

$$\frac{\partial \Delta^2(F+h)}{\partial t} = \nu \Delta^4(F+h).$$

E, poichè, essendo $\psi = r\frac{\partial F}{\partial r}$, l'aggiungere alla F una funzione delle sole variabili t e z non altera i caratteri del moto, sarà lecito, in conclusione, scrivere l'equazione indefinita

$$\frac{\partial \Delta^2 F}{\partial t} = \nu \Delta^4 F. \tag{3}$$

In una prossima Nota, integrerò la (3) nel caso particolare che il solido immerso sia sferico, prefissate la completa aderenza fra solido e liquido, la quiete del liquido all'infinito e la condizione iniziale.