ATTI
DELLA
REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCCXIII.

1916

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME XXV.

2° Semestre.

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL DOTT. PIO BEFANI

1916

costituenti una piramide trigonale; le loro simmetriche hanno per simboli rispettivamente

$$(1\bar{2}\bar{2})\ ,\ (\bar{2}1\bar{2})\ ,\ (\bar{2}\bar{2}1).$$

Con la simboleggiatura a tre indici non sono dunque rappresentabili tutte le faccie aventi la stessa costante capillare, in guisa che i simboli risultino con gli stessi indici.

Nulladimeno Groth [1] adotta per tutte le classi del suo sistema trigonale la simboleggiatura a tre indici, che per le due classi trigonale e ditrigonale bipiramidale è assolutamente inapplicabile.

Matematica. — *Ancora sulla definizione di coppie terne ecc.* Nota di C. Burali-Forti, presentata dal Corrispondente R. Marcolongo [2].

Nella mia Nota dello stesso titolo (questi Rend., vol. XXV, ser. 5ª, 1° sem., fasc. 6°, pp. 405-413) sono incorso in un errore formale che è necessario correggere. Conservo le notazioni della Nota ora citata.

Per definire la coppia $(a\,,b)$ come operatore per la classe generale Elem, si deve porre, per $a \neq b$,

$$(1)\qquad \begin{cases} (a\,,b)\,a = a\ ,\ (a\,,b)\,b = \iota b \\ (a\,,b)\,x = \iota a \cup \iota b \quad \text{per } x \text{ diverso da } a \text{ e da } b\,; \end{cases}$$

mentre per $a = b$ valgono soltanto la *prima* e *terza* delle (1).

In tal modo $(a\,,b)$ risulta operatore tra gli *elementi diversi da a* e *classi*, e per gli *elementi eguali ad a* è l'*identità*.

Modificazione analoga per le terne ecc. Ad es., per $a\,,b\,,c$ diversi tra loro si porrà

$$(a,b,c)\,a = a\,,(a,b,c)\,b = \iota b\,,(a,b,c)\,c = \iota\iota c\,,(a,b,c)\,x = \iota a \cup \iota b \cup \iota c\,;$$

quando due soltanto degli a,b,c saranno eguali tra loro varranno la prima e quarta ed una sola delle due intermedie, e per $a = b = c$ varranno soltanto la prima e quarta.

La *posizione* di un elemento nella *coppia, terna,*... (primo, secondo, terzo,... elemento) è così determinata dall'operatore logico ι e dalle sue potenze. La definizione *generale* di *n-upla* richiede la conoscenza dei *numeri interi*, non però la definizione *particolare* di coppia, terna,... L'operatore

[1] Op. cit.
[2] Pervenuta all'Accademia il 4 settembre 1916.

logico ι, non considerato da Russell, è stato introdotto genialmente da Peano ed è di capitale importanza logica.

La dimostrazione della condizione $(a, b) = (a', b')$ rimane invariata (n. 6, pp. 411, 412), come pure rimangono invariate le altre considerazioni.

L'unica trasformazione che faccio alla prima Nota è dunque questa: pongo ora [la prima delle (1)]

$$(a, b)\, a = a$$

in luogo della

$$(a, b)\, a = \iota a \tag{2}$$

che avevo posta prima.

La ragione del cambiamento è facile a vedersi. Le (1) ove al posto della prima si ponga la (2), sono *simmetriche* rispetto ad a e b e quindi risulterebbe $(a, b) = (b . a)$ anche per $a \neq b$. Con le (1) invece si ha

$$(b, a)\, a = \iota a \,, \quad (b, a)\, b = b \,, \quad (b, a)\, x = \iota a \cup \iota b$$

e quindi $(a, b) \neq (b, a)$ quando sia $a \neq b$. Si noti che ponendo le (1) senza la condizione $a \neq b$, allora per la coppia (a, a) si avrebbe $(a, a)\, a = a$, ovvero $(a, a)\, a = \iota a$ secondochè l'elemento a cui si applica è il *primo* o il *secondo* della coppia; nè a togliere tale assurdo varrebbe affermare che, per definizione, si è ammesso che (a, b) è l'operatore *identità* soltanto *quando è applicato al primo elemento di* (a, b).

Si può notare che nella dimostrazione, già citata, della condizione $(a, b) = (a', b')$, si è *implicitamente* fatto uso della (1), poichè abbiamo distinto il *primo* dal *secondo* elemento della coppia, non soltanto come elementi, ma proprio come occupanti, rispettivamente, il primo e secondo posto; era però necessario togliere ogni equivoco logico formale il che si ottiene facilmente mediante l'operatore logico ι e le sue potenze.

Matematica. — *Hamiltoniani e gradienti di formazioni estensive nell'Analisi generale di Grassmann.* Nota di A. Del Re, presentata dal Socio V. Volterra [1].

In due Note successive dal titolo comune: *Gli hamiltoniani ed i gradienti nell'analisi generale ad n dimensioni di Grassmann* [2], presentate nelle sedute dei giorni 1 ed 8 del mese di luglio u. s. della R. Accademia di Napoli, e che compariranno nel fasc. luglio-agosto dei Rendiconti di essa, io ho definito certi *operatori* per uno spazio ad n dimensioni di Grassmann, e per funzioni scalari, che ho chiamati *hamiltoniani* e *gradienti* (anche, risp. *derivate esterne* e *derivate interne*): e la cui opportunità e portata ho messo

[1] Pervenuta all'Accademia il 23 settembre 1916.

[2] Tali Note verranno, nel seguito, indicate rispettivamente con N I, N II.