ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCCXIII.

1916

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME XXV.

2° SEMESTRE.

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL DOTT. PIO BEFANI

1916

Questo bel fenomeno di inclusioni e sovrapposizioni di minerale su calcite secondo tre piani di simmetria vien riferito da W. I. Lewis [1] di calciti della località Matyasberg presso Budapest e appartenente alla Collezione di Cambridge.

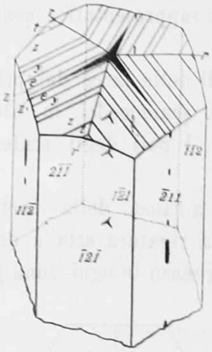

Fig. 3.

La fig. 372 (pag 407) del suo trattato sembra una riproduzione identica a quella di Andreasberg, con la sola differenza che il Lewis non parla di rigature sulle facce {110}. I tre solchi sono riempiti, dice il Lewis, di terra oscura, e si trovano nelle diagonali delle facce {110}.

Fisica matematica. — *Sopra un teorema di reciprocità relativo alla propagazione di correnti elettriche in un conduttore sottoposto all'azione di un campo magnetico.* Nota I della dottoressa Elena Freda [2], presentata dal Socio V. Volterra.

1. I risultati sperimentali, che sono stati ottenuti studiando le proprietà di un conduttore posto in un campo magnetico, hanno indotto ad affacciare l'ipotesi che il campo alteri temporaneamente le proprietà specifiche della sostanza sottoposta alla sua azione. Secondo tale ipotesi, la sostanza, anche se omogenea ed isotropa fuori del campo, per azione di quest'ultimo acquisterebbe proprietà elettriche diverse da punto a punto se il campo non è uniforme, e diverse nelle diverse direzioni uscenti da un punto, a seconda dell'angolo che le direzioni stesse formano con quella del campo. Se non si vuole escludere tale ipotesi, per studiare analiticamente la propagazione delle correnti elettriche in un mezzo a tre dimensioni sottoposto all'azione

(1) W. I. Lewis, *A treatise on crystallography*. Cambridge, 1899.
(2) Pervenuta all'Accademia il 1° luglio 1916.

di un campo magnetico, occorre dunque considerare mezzi non omogenei e anisotropi.

Riferendomi alla teoria elettronica del Drude, mi propongo appunto, in questo paragrafo, di stabilire le equazioni che individuano il movimento della elettricità in un conduttore di forma qualsiasi, non omogeneo, anisotropo, tenuto a temperatura costante e sottoposto all'azione di un campo magnetico non uniforme [1].

Siano $x\,y\,z$ tre assi che formino un triedro ortogonale destrorso. Siano $\frac{d\xi_1}{dt}\,\frac{d\eta_1}{dt}\,\frac{d\zeta_1}{dt}$, $\frac{d\xi_2}{dt}\,\frac{d\eta_2}{dt}\,\frac{d\zeta_2}{dt}$ le componenti delle velocità di uno ione positivo e di uno ione negativo, le cui cariche abbiano entrambi il valore assoluto e. Siano N_1, N_2 i numeri di ioni positivi e di ioni negativi per centimetro cubo della sostanza conduttrice. Le componenti $\gamma_x\,\gamma_y\,\gamma_z$ della densità di corrente sono legate alle componenti delle velocità degli ioni dalle relazioni

$$
(1)\quad \left\{\begin{aligned} &\gamma_x = e\left(N_1\frac{d\xi_1}{dt} - N_2\frac{d\xi_2}{dt}\right)\;;\quad \gamma_y = e\left(N_1\frac{d\eta_1}{dt} - N_2\frac{d\eta_2}{dt}\right);\\ &\gamma_z = e\left(N_1\frac{d\zeta_1}{dt} - N_2\frac{d\zeta_2}{dt}\right).\end{aligned}\right.
$$

Siano $eE_{1x}\;eE_{1y}\;eE_{1z}$, $-eE_{2x}\;-eE_{2y}\;-eE_{2z}$ le componenti delle f. e. m. totali che sollecitano rispettivamente uno ione positivo e uno ione negativo; $H_x\;H_y\;H_z$ le componenti del campo magnetico; $X = -\frac{\partial V}{\partial x}$, $Y = -\frac{\partial V}{\partial y}$, $Z = -\frac{\partial V}{\partial z}$ le componenti della forza elettrica la quale ammetta il potenziale V.

Per la legge di Ohm relativa ai mezzi anisotropi, le componenti delle velocità degli ioni sono legate da relazioni lineari alle componenti delle f. e. m. totali che li sollecitano. Si ha cioè

$$
(2)\quad \left\{\begin{aligned} \frac{d\xi_1}{dt} &= e(a_{11}\,E_{1x} + a_{12}\,E_{1y} + a_{13}\,E_{1z})\\ \frac{d\eta_1}{dt} &= e(a_{21}\,E_{1x} + a_{22}\,E_{1y} + a_{23}\,E_{1z})\\ \frac{d\zeta_1}{dt} &= e(a_{31}\,E_{1x} + a_{32}\,E_{1y} + a_{33}\,E_{1z}),\end{aligned}\right.
$$

[1] Per la risoluzione della stessa questione, nel caso di una lamina piana, omogenea ed isotropa disposta perpendicolarmente alle linee di forza di un campo magnetico uniforme, cfr. Corbino, Rend. Acc. dei Lincei, 1° sem. 1915, pag. 213.

$$(3)\quad \begin{cases} \dfrac{d\xi_2}{dt} = -e(b_{11}\,E_{2x} + b_{12}\,E_{2y} + b_{13}\,E_{2z}) \\ \dfrac{d\eta_2}{dt} = -e(b_{21}\,E_{2x} + b_{22}\,E_{2y} + b_{23}\,E_{2z}) \\ \dfrac{d\zeta_2}{dt} = -e(b_{31}\,E_{2x} + b_{32}\,E_{2y} + b_{33}\,E_{2z})\,. \end{cases}$$

I risultati sperimentali, che inducono ad ammettere un'alterazione delle proprietà specifiche di un conduttore per azione di un campo magnetico, inducono anche ad ammettere che tale alterazione non dipenda dal senso del campo. Riterrò perciò che i coefficienti N_1, N_2, a_{mn}, b_{mn} (i quali individuano le proprietà specifiche della sostanza), oltre che da $x\ y\ z$, possano eventualmente dipendere anche da $H_x\ H_y\ H_z$, ma non mutino quando si cambi segno a tutte e tre le componenti del campo.

Siccome il conduttore è mantenuto a temperatura costante, la f. e. m. totale che sollecita uno ione è la risultante della forza elettrica dipendente dalla distribuzione dei potenziali e della f. e. m. dovuta al movimento dello ione nel campo. Si ha perciò

$$(4)\quad \begin{cases} E_{1x} = X + H_y \dfrac{d\zeta_1}{dt} - H_z \dfrac{d\eta_1}{dt} \\ E_{1y} = Y + H_z \dfrac{d\xi_1}{dt} - H_x \dfrac{d\zeta_1}{dt} \\ E_{1z} = Z + H_x \dfrac{d\eta_1}{dt} - H_y \dfrac{d\xi_1}{dt} \end{cases} \qquad (5)\quad \begin{cases} E_{2x} = X + H_y \dfrac{d\zeta_2}{dt} - H_z \dfrac{d\eta_2}{dt} \\ E_{2y} = Y + H_z \dfrac{d\xi_2}{dt} - H_x \dfrac{d\zeta_2}{dt} \\ E_{2z} = Z + H_x \dfrac{d\eta_2}{dt} - H_y \dfrac{d\xi_2}{dt}\,. \end{cases}$$

Per mezzo delle (2), (3), (4), (5), si possono avere

$$\frac{d\xi_1}{dt}\ \frac{d\eta_1}{dt}\ \frac{d\zeta_1}{dt},\quad \frac{d\xi_2}{dt}\ \frac{d\eta_2}{dt}\ \frac{d\zeta_2}{dt}$$

espresse linearmente in funzione di X Y Z. Si ottengono cioè delle uguaglianze del tipo

$$(6)\quad \begin{cases} \dfrac{d\xi_1}{dt} = e(\alpha_{11}\,X + \alpha_{12}\,Y + \alpha_{13}\,Z) \\ \dfrac{d\eta_1}{dt} = e(\alpha_{21}\,X + \alpha_{22}\,Y + \alpha_{23}\,Z) \\ \dfrac{d\zeta_1}{dt} = e(\alpha_{31}\,X + \alpha_{32}\,Y + \alpha_{33}\,Z)\,, \end{cases}$$

$$
(7) \qquad \left\{
\begin{aligned}
\frac{d\xi_2}{dt} &= - e(\beta_{11}\,\mathrm{X} + \beta_{12}\,\mathrm{Y} + \beta_{13}\,\mathrm{Z}) \\
\frac{d\eta_2}{dt} &= - e(\beta_{21}\,\mathrm{X} + \beta_{22}\,\mathrm{Y} + \beta_{23}\,\mathrm{Z}) \\
\frac{d\zeta_2}{dt} &= - e(\beta_{31}\,\mathrm{X} + \beta_{32}\,\mathrm{Y} + \beta_{33}\,\mathrm{Z})\,.
\end{aligned}
\right.
$$

Posto

$$\alpha_{mm} = \frac{\mathrm{A}_{mm}}{\mathrm{A}} \quad , \quad \alpha_{mn} = \frac{\mathrm{A}_{mn}}{\mathrm{A}} \quad , \quad a_{mn} - a_{nm} = \delta_{mn} \qquad (m\,, n = 1\,, 2\,, 3),$$

$$a_{11}\,a_{22}\,a_{33} + a_{12}\,a_{23}\,a_{31} + a_{21}\,a_{32}\,a_{13} - a_{11}\,a_{23}\,a_{32} - a_{22}\,a_{31}\,a_{13} - a_{33}\,a_{12}\,a_{21} = \varrho\,,$$

si ha

$$
\begin{aligned}
\mathrm{A} = 1 &+ e\,\delta_{32}\,\mathrm{H}_x + e\,\delta_{13}\,\mathrm{H}_y + e\,\delta_{21}\,\mathrm{H}_z + e^2(a_{22}\,a_{33} - a_{23}\,a_{32})\,\mathrm{H}_x^2 + \\
&+ e^2(a_{33}\,a_{11} - a_{31}\,a_{13})\,\mathrm{H}_y^2 + e^2(a_{11}\,a_{22} - a_{12}\,a_{21})\,\mathrm{H}_z^2 + \\
&+ e^2[a_{21}\,a_{13} + a_{12}\,a_{31} - a_{11}(a_{23} + a_{32})]\,\mathrm{H}_y\,\mathrm{H}_z + \\
&+ e^2[a_{32}\,a_{21} + a_{23}\,a_{12} - a_{22}(a_{31} + a_{13})]\,\mathrm{H}_z\,\mathrm{H}_x + \\
&+ e^2[a_{13}\,a_{32} + a_{31}\,a_{23} - a_{33}(a_{12} + a_{21})]\,\mathrm{H}_x\,\mathrm{H}_y
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\mathrm{A}_{11} &= a_{11} + e[(a_{21}\,a_{13} - a_{12}\,a_{31}) - a_{11}\,\delta_{23}]\,\mathrm{H}_x + e^2\varrho\,\mathrm{H}_x^2\,; \\
\mathrm{A}_{22} &= a_{22} + e[(a_{32}\,a_{21} - a_{23}\,a_{12}) - a_{22}\,\delta_{31}]\,\mathrm{H}_y + e^2\varrho\,\mathrm{H}_y^2\,; \\
\mathrm{A}_{33} &= a_{33} + e[(a_{13}\,a_{32} - a_{31}\,a_{23}) - a_{33}\,\delta_{12}]\,\mathrm{H}_z + e^2\varrho\,\mathrm{H}_z^2\,.
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\mathrm{A}_{23} = a_{23} &+ e(a_{23}\,a_{32} - a_{22}\,a_{33})\,\mathrm{H}_x + e[(a_{21}\,a_{33} - a_{23}\,a_{13}) + a_{23}\,\delta_{13}]\,\mathrm{H}_y + \\
&+ e(a_{22}\,a_{13} - a_{23}\,a_{12})\,\mathrm{H}_z + e^2\varrho\,\mathrm{H}_y\,\mathrm{H}_z\,; \\
\mathrm{A}_{32} = a_{32} &- e(a_{23}\,a_{32} - a_{22}\,a_{33})\,\mathrm{H}_x - e(a_{12}\,a_{33} - a_{32}\,a_{13})\,\mathrm{H}_y - \\
&- e[(a_{22}\,a_{31} - a_{32}\,a_{12}) + a_{32}\,\delta_{12}]\,\mathrm{H}_z + e^2\varrho\,\mathrm{H}_y\,\mathrm{H}_z\,; \\
\mathrm{A}_{31} = a_{31} &+ e(a_{33}a_{21} - a_{31}a_{23})\,\mathrm{H}_x + e(a_{31}\,a_{13} - a_{33}\,a_{11})\,\mathrm{H}_y + \\
&+ e[(a_{32}\,a_{11} - a_{31}\,a_{21}) + a_{31}\,\delta_{21}]\,\mathrm{H}_z + e^2\varrho\,\mathrm{H}_z\,\mathrm{H}_x\,; \\
\mathrm{A}_{13} = a_{13} &- e[(a_{33}\,a_{12} - a_{13}\,a_{23}) + a_{13}\,\delta_{23}]\,\mathrm{H}_x - e(a_{31}\,a_{13} - a_{33}\,a_{11})\,\mathrm{H}_y - \\
&- e(a_{23}\,a_{11} - a_{13}\,a_{21})\,\mathrm{H}_z + e^2\varrho\,\mathrm{H}_z\,\mathrm{H}_x\,; \\
\mathrm{A}_{12} = a_{12} &+ e[(a_{13}\,a_{22} - a_{12}\,a_{32}) + a_{12}\,\delta_{32}]\,\mathrm{H}_x + e(a_{11}\,a_{32} - a_{12}\,a_{31})\,\mathrm{H}_y + \\
&+ e(a_{12}\,a_{21} - a_{11}\,a_{22})\,\mathrm{H}_z + e^2\varrho\,\mathrm{H}_x\,\mathrm{H}_y\,; \\
\mathrm{A}_{21} = a_{21} &- e(a_{31}\,a_{22} - a_{21}\,a_{32})\,\mathrm{H}_x - e[(a_{11}\,a_{23} - a_{21}\,a_{31}) + a_{21}\,\delta_{31}]\,\mathrm{H}_y - \\
&- e(a_{12}\,a_{21} - a_{11}\,a_{22})\,\mathrm{H}_z + e^2\varrho\,\mathrm{H}_x\,\mathrm{H}_y\,.
\end{aligned}
$$

I coefficienti β_{rs} si ottengono dai coefficienti α_{rs} cambiando e in $-e$ ed a_{mn} in b_{mn}.

Per mezzo delle (1), (6), (7), si possono esprimere $\dot\gamma_x\ \dot\gamma_y\ \dot\gamma_z$ in funzione di X Y Z, ossia in funzione delle derivate del potenziale V. Si ottiene

$$(8)\quad \begin{cases} \dot\gamma_x = -e^2\Big[(N_1\alpha_{11}+N_2\beta_{11})\dfrac{\partial V}{\partial x}+(N_1\alpha_{12}+N_2\beta_{12})\dfrac{\partial V}{\partial y}+ \\ \qquad\qquad +(N_1\alpha_{13}+N_2\beta_{13})\dfrac{\partial V}{\partial z}\Big] \\ \dot\gamma_y = -e^2\Big[(N_1\alpha_{21}+N_2\beta_{21})\dfrac{\partial V}{\partial x}+(N_1\alpha_{22}+N_2\beta_{22})\dfrac{\partial V}{\partial y}+ \\ \qquad\qquad +(N_1\alpha_{23}+N_2\beta_{23})\dfrac{\partial V}{\partial z}\Big]. \\ \dot\gamma_z = -e^2\Big[(N_1\alpha_{31}+N_2\beta_{31})\dfrac{\partial V}{\partial x}+(N_1\alpha_{32}+N_2\beta_{32})\dfrac{\partial V}{\partial y}+ \\ \qquad\qquad +(N_1\alpha_{33}+N_2\beta_{33})\dfrac{\partial V}{\partial z}\Big]. \end{cases}$$

La condizione

$$(9)\qquad \frac{\partial\dot\gamma_x}{\partial x}+\frac{\partial\dot\gamma_y}{\partial y}+\frac{\partial\dot\gamma_z}{\partial z}=0$$

fornisce l'equazione differenziale cui deve soddisfare V.

Detta n la normale alla superficie libera del conduttore in un suo punto qualunque, dalla condizione

$$\dot\gamma_n = 0$$

si deduce una condizione al contorno per V. Se lungo la superficie del conduttore ci sono due elettrodi di resistenza trascurabile tenuti a potenziali costanti V_1, V_2, per V si hanno anche le condizioni $V = V_1$ lungo una parte del contorno, $V = V_2$ lungo un'altra parte del contorno.

2. Tra le questioni che si possono esaminare a partire dalle equazioni stabilite, mi limito qui a considerare l'estensione che può farsi del seguente teorema di reciprocità dimostrato dal prof. Volterra [1]:

Una lamina metallica isotropa, piana o curva, omogenea o non omogenea, disposta secondo una superficie di livello di un campo magnetico, uniforme o non uniforme, sia munita di quattro elettrodi A B C D, *o puntiformi, o interni di area finita e resistenza trascurabile, o al contorno e pure di resistenza trascurabile. La differenza di potenziale che si stabilisce tra* C *e* D, *sotto l'azione di un determinato campo, quando una corrente d'intensità* I *entra per* A *ed esce per* B, *è uguale alla differenza di potenziale che si stabilisce tra* A *e* B *quando, col campo invertito, una corrente, pure d'intensità* I, *entra per* C *ed esce per* D.

[1] Rend. Accad. dei Lincei, 1° sem. 1915, pp. 220, 289, 378, 533.

Consideriamo un conduttore a tre dimensioni non omogeneo, anisotropo, fornito di quattro elettrodi A B C D e disposto comunque in un campo magnetico qualsiasi.

Siano V e $\dot\gamma$ il potenziale e la densità di corrente quando, col campo diretto $H_x\ H_y\ H_z$, la corrente entra ed esce per A e B; V_1 e $\dot\gamma_1$ il potenziale e la densità di corrente quando, col campo inverso $-H_x\ -H_y\ -H_z$, la corrente entra ed esce per C e D.

Sia S il contorno completo del conduttore o di una parte di esso. Nello spazio Σ, una o più volte connesso, limitato da S, supponiamo che V e V_1 siano regolari. Sia n la normale ad S rivolta verso l'esterno di Σ.

Per la (9), si ha

$$\int_S V_1 \dot\gamma_n \, dS = \int_\Sigma \left(\dot\gamma_x \frac{\partial V_1}{\partial x} + \dot\gamma_y \frac{\partial V_1}{\partial y} + \dot\gamma_z \frac{\partial V_1}{\partial z} \right) d\Sigma , \tag{10}$$

e, analogamente,

$$\int_S V \dot\gamma_{1n} \, dS = \int_\Sigma \left(\dot\gamma_{1x} \frac{\partial V}{\partial x} + \dot\gamma_{1y} \frac{\partial V}{\partial y} + \dot\gamma_{1z} \frac{\partial V}{\partial z} \right) d\Sigma . \tag{11}$$

Indichiamo con $\alpha'_{mn}\ \beta'_{mn}$ i valori che assumono i coefficienti α_{mn}, β_{mn}, che compaiono nelle equazioni (6), (7), (8), quando si ponga nelle loro espressioni, in luogo di $H_x\ H_y\ H_z$, $-H_x\ -H_y\ -H_z$.

Per ottenere le componenti di $\dot\gamma_1$ espresse in funzione delle derivate di V_1, basta sostituire nelle (8), $\dot\gamma_1$ a $\dot\gamma$, V_1 a V, α'_{mn} e β'_{mn} ad α_{mn} e β_{mn}.

Dalle (10) e (11), esprimendo le componenti di $\dot\gamma$ in funzione delle derivate di V e le componenti di $\dot\gamma_1$ in funzione delle derivate di V_1, si ottiene

$$\begin{aligned}
\int_S (V_1 \dot\gamma_n - V \dot\gamma_{1n}) \, dS = & \\
= -e^2 \int_\Sigma \Big\{ & [N_1(\alpha_{11} - \alpha'_{11}) + N_2(\beta_{11} - \beta'_{11})] \frac{\partial V_1}{\partial x} \frac{\partial V}{\partial x} + \\
& + [N_1(\alpha_{22} - \alpha'_{22}) + N_2(\beta_{22} - \beta'_{22})] \frac{\partial V_1}{\partial y} \frac{\partial V}{\partial y} + \\
& + [N_1(\alpha_{33} - \alpha'_{33}) + N_2(\beta_{33} - \beta'_{33})] \frac{\partial V_1}{\partial z} \frac{\partial V}{\partial z} + \\
& + [N_1(\alpha_{12} - \alpha'_{21}) + N_2(\beta_{12} - \beta'_{21})] \frac{\partial V_1}{\partial x} \frac{\partial V}{\partial y} + \\
& + [N_1(\alpha_{21} - \alpha'_{12}) + N_2(\beta_{21} - \beta'_{12})] \frac{\partial V_1}{\partial y} \frac{\partial V}{\partial x} + \\
& + [N_1(\alpha_{23} - \alpha'_{32}) + N_2(\beta_{23} - \beta'_{32})] \frac{\partial V_1}{\partial y} \frac{\partial V}{\partial z} + \\
& + [N_1(\alpha_{32} - \alpha'_{23}) + N_2(\beta_{32} - \beta'_{23})] \frac{\partial V_1}{\partial z} \frac{\partial V}{\partial y} + \\
& + [N_1(\alpha_{31} - \alpha'_{13}) + N_2(\beta_{31} - \beta'_{13})] \frac{\partial V_1}{\partial z} \frac{\partial V}{\partial x} + \\
& + [N_1(\alpha_{13} - \alpha'_{31}) + N_2(\beta_{13} - \beta'_{31})] \frac{\partial V_1}{\partial x} \frac{\partial V}{\partial z} \, d\Sigma .
\end{aligned} \tag{12}$$

Dalla (12) segue che, se in ciascun punto del conduttore sono soddisfatte le condizioni

$$(13)\qquad \begin{cases} N_1\alpha_{rr} + N_2\beta_{rr} = N_1\alpha'_{rr} + N_2\beta'_{rr}\,, \\ N_1\alpha_{rs} + N_2\beta_{rs} = N_1\alpha'_{sr} + N_2\beta'_{sr}\,, \end{cases} \qquad (r\,, s = 1\,, 2\,, 3)$$

si ha

$$(14)\qquad \int_S (V_1\dot{\gamma}_n - \gamma_{1n})\, dS = 0\,.$$

Perchè le (13) siano soddisfatte, qualunque siano in ciascun punto i valori di $H_x\; H_y\; H_z$, basta che in ogni punto del conduttore, per qualunque valore del campo, si abbia

$$(15)\qquad a_{rs} = a_{sr} \quad , \quad b_{rs} = b_{sr}\,.$$

Infatti in tale ipotesi, come si vede immediatamente, si ha $\alpha_{rr} = \alpha'_{rr}$, $\beta_{rr} = \beta'_{rr}$, $\alpha_{rs} = \alpha'_{sr}$, $\beta_{rs} = \beta'_{sr}$. [Se il campo non altera le proprietà specifiche della sostanza conduttrice, le (15) sono anche condizioni necessarie perchè, qualunque siano i valori di $H_x\; H_y\; H_z$, si verifichino le (13); se non si fa alcuna ipotesi sull'eventuale alterazione di proprietà specifiche dovuta al campo, non si può dire se le (15) siano o no condizioni necessarie].

Per $H_x = H_y = H_z = 0$, la condizione necessaria e sufficiente perchè siano soddisfatte le (13) è che in ogni punto del conduttore si abbia

$$(15)'\qquad N_1 a_{rs} + N_2 b_{rs} = N_1 a_{sr} + N_2 b_{sr}$$ (1).

Nel seguente paragrafo prenderò in esame le condizioni (15): per ora mi limito ad osservare che esse portano come conseguenza l'uguaglianza (14). È appunto da un'eguaglianza perfettamente analoga alla (14) che il prof. Volterra ha dedotto per una lamina il teorema di reciprocità sopra ricordato; per estendre questo teorema al caso di un conduttore a tre dimensioni, pel quale siano soddisfatte le condizioni (15), basta scegliere convenientemente nella (14) il contorno completo S.

Nel caso in cui i quattro elettrodi A B C D sono puntiformi, basta prendere come contorno completo S la superficie del conduttore e quattro sferette (o porzioni di sfere se si tratta di elettrodi situati sulla superficie del conduttore) aventi i centri nei punti occupati dagli elettrodi. Tenendo presente che lungo la superficie libera del conduttore si ha $\dot{\gamma}_n = \dot{\gamma}_{1n} = 0$, si vede facilmente come, facendo tendere a zero i raggi delle sferette, se l'intensità

(1) Ognuna delle condizioni (15)', relative al campo magnetico nullo, si spezza in due condizioni (15) se il campo non è nullo. Ciò è in relazione al fatto che, solo sotto l'azione del campo, si separano le traiettorie degli ioni delle due specie.

della corrente totale che attraversa il conduttore è uguale col campo diretto e col campo inverso, l'uguaglianza (14) dà luogo all'altra

$$V_C - V_D = V_{1A} - V_{1B} \tag{16}$$

che esprime il teorema di reciprocità (Detta d la distanza di un punto generico da un punto occupato da un elettrodo, si ammette che in quest'ultimo punto le funzioni V, V_1 siano finite o presentino un infinito di ordine inferiore a quello di $\frac{1}{d^2}$) [1].

Nel caso di quattro elettrodi a tre dimensioni, di resistenza trascurabile, innestati nella massa del conduttore, per passare dalla (14) alla (16), basta prendere come contorno completo S la superficie libera del conduttore e le superficie che esso ha in comune con gli elettrodi; nel caso di quattro elettrodi laminari al contorno e pure di resistenza trascurabile, basta far coincidere S con la superficie del conduttore.

Geofisica. — *Per la teoria della dispersione sismica* [2]. Nota di Emilio Oddone, presentata dal Socio E. Millosevich.

Varî anni or sono, uno dei più valenti sismologi teoretici, il principe B. Galitzin [3], di cui abbiamo appreso con dolore la recente immatura perdita, scriveva che, riprendendo le investigazioni di Lord Rayleigh [4] ed H. Lamb [5] sulle proprietà delle onde sismiche superficiali, ed introducendo nelle equazioni generali di elasticità un termine di frizione, si poteva giungere a delle velocità di propagazione funzione del loro periodo, e per tal modo arrivare al concetto fisico della dispersione sismica. La questione non era però ancora stata studiata, e tanto meno verificata, per mancanza di dati assolutamente sicuri e per la novità stessa del problema.

(1) Per un conduttore a tre dimensioni, isotropo, fornito di quattro elettrodi puntiformi, il teorema di reciprocità, nel caso del campo magnetico nullo, è stato stabilito dal prof. Volterra fin dal 1882. Nuovo Cimento, ser. III, vol. XI, pag. 188.

(2) Pervenuta all'Accademia il 1° luglio 1916.

(3) Princ. B. Galitzin, *The principles of instrumental Seismology. Printing-Office* dell'Imp. Acc. delle scienze di Pietrogrado, 1912.

(4) Lord Rayleigh, *On waves propagated along the plane surface of an elastic solid.* Scient. Papers, II, pag. 441, 1899.

(5) Horace Lamb, Phil. Trans. Roy. Soc. (Ser. A), vol. 203 (1904).