

ATTI  
DELLA  
REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCCXIII.

1916

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME XXV.

2° SEMESTRE.



ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL DOTI. PIO BEFANI

1916

# RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

*Seduta del 3 dicembre 1916.*

A. RÒITI, Vicepresidente.

MEMORIE E NOTE

DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

Chimica fisica. — *Sulle leggi di Gibb, Curie e Haüy relative ai cristalli.* Nota del Socio CARLO VIOLA.

La legge delle fasi di Gibb dà le condizioni di equilibrio di contatto fra il numero di componenti e il numero di fasi, deducendo il numero di variabili indipendenti in un sistema eterogeneo reversibile; in questa maniera le proporzioni dei singoli componenti in ogni fase rimangono inalterate, mentre variano le quantità di massa delle fasi stesse in rapporto con l'energia calorifica, che eventualmente può entrare nel sistema o uscire da esso.

Le leggi di Curie e di Haüy riguardano unicamente la forma, che deve assumere la fase cristallina in contatto con fasi amorfe, supposto l'equilibrio suddetto e supposte condizioni perfettamente reversibili. Queste leggi si unificano e si completano a vicenda.

Mettiamoci nel caso più semplice che vi siano due fasi isotropa e anisotropa, soluzione e cristallo ovvero fusione e cristallo in contatto ed in equilibrio stabile nel senso di Gibb; pressione  $p$  e temperatura  $T$  rimangono costanti. Per avere una trasformazione del sistema, è necessario farne variare l'energia calorifica, sottraendone o aggiungendone. Aumenti il cristallo e diminuisca la fase amorfa; una certa quantità di calore  $Q$  deve essere sottratta dalla fase amorfa alla temperatura  $T$ , ed una quantità  $q$  deve essere trasformata in tensione superficiale che chiameremo con  $E$ , e che è proporzionale all'aumento di superficie  $s$ , sicchè

$$E = \alpha s \quad \text{ed} \quad E = Aq,$$

essendo  $\alpha$  la costante di proporzionalità tra incremento di tensione superficiale ed aumento di superficie, o *costante di capillarità*, ed  $A$  il coefficiente meccanico del calore. Contemporaneamente una certa quantità di calore,  $Q'$ , passerà all'ambiente esterno avente la temperatura  $T'$ , minore di  $T$ , sicchè

$$q = Q - Q' \quad \text{e} \quad \Delta S = \frac{Q}{T} - \frac{Q'}{T'}$$

variazione dell'entropia. Per la reversibilità del sistema,  $S$  rimanendo costante, si ottiene

$$Q : Q' = T : T'$$

In conclusione, mentre una quantità  $Q'$  di calore cade dalla temperatura  $T$  alla temperatura  $T'$ , una parte  $q$ , è trasformata in tensione superficiale  $E$ , ed è pure sottratta alla fase amorfa. Il massimo effetto si deve ottenere quando  $q = Q \frac{T - T'}{T}$  è minimo, vale a dire quando è minima la tensione superficiale  $E$ , supposto dati  $T$  e  $T'$ , che è appunto condizione di equilibrio.

\* \* \*

Immaginiamo che il contorno del cristallo sia determinato da  $n$  facce, quali  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \dots, \sigma_i, \dots, \sigma_n$ , le cui grandezze d'area siano rispettivamente  $s_1, s_2, s_3, \dots, s_i, \dots, s_n$ , e le cui posizioni e luoghi siano individuate dalle rispettive distanze  $p_1, p_2, p_3, \dots, p_i, \dots, p_n$  in senso perpendicolare, e misurate a partire da un'origine  $O$  preso nell'interno del cristallo, che per ora rimane qualunque, ed in seguito sarà precisato.

Per quanto riguarda le costanti capillari delle dette facce, si suppone che esse non siano in generale le stesse, dato che in generale le quantità fisiche in un cristallo variano con la direzione, a cui esse si riferiscono. Le costanti capillari di  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \dots, \sigma_n$  sieno rispettivamente  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots, \alpha_n$ . Ciò posto, l'energia superficiale del cristallo è

$$(1) \quad E = \sum_{r=1}^{r=n} \alpha_r s_r,$$

e il suo volume

$$(2) \quad V = \frac{1}{3} \sum_{r=1}^{r=n} p_r s_r.$$

Nell'istante d'equilibrio,  $V$  non può variare pur variando le aree della superficie del cristallo, che indicheremo in generale con  $\delta s_r$ ; nè può variare

la tensione superficiale perchè è minima. In questo modo le condizioni di equilibrio sono così poste:

$$(3) \quad \sum_{r=1}^{r=n} \alpha_r \delta s_r = 0 \quad \text{e} \quad \sum_{r=1}^{r=n} p_r \delta s_r = 0 \quad (1);$$

ovvero chiamando con  $M$  una costante da determinarsi

$$(4) \quad \sum_{r=1}^{r=n} (p_r - M\alpha_r) \delta s_r = 0.$$

Osserviamo che le variazioni  $\delta s_r$  possono ritenersi indipendenti fino a quantità trascurabili di 2° ordine, sicchè le (4) si scindono nelle condizioni seguenti:

$$(5) \quad p_r = M\alpha_r \quad r = 1, 2, 3, \dots, n,$$

ovvero

$$(6) \quad p_1 : p_2 : p_3 \dots : p_n = \alpha_1 : \alpha_2 : \alpha_3 \dots : \alpha_n.$$

Possiamo ora introdurre le densità superficiali delle facce, ossia quantità di massa (molecoli, atomi o gruppi di essi) accumulata nell'unità di area, notando che le densità devono essere proporzionali inversamente alle costanti capillari. Invero essendo la costante capillare l'energia necessaria per accrescere la superficie dell'unità di area, essa sarà maggiore là dove la massa dovrà maggiormente diradarsi e viceversa. Chiamando con  $d_1, d_2, d_3, \dots, d_n$  le rispettive densità delle facce  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \dots, \sigma_n$ , in luogo delle (6), avremo le relazioni seguenti:

$$p_1 : p_2 : p_3 \dots : p_n = \frac{1}{d_1} : \frac{1}{d_2} : \frac{1}{d_3} \dots : \frac{1}{d_n},$$

ossia: *Gli accrescimenti totali perpendicolari alle facce di un cristallo sono proporzionali direttamente alle loro costanti capillari; ovvero inversamente alle loro densità.*

(1) Il volume elementare  $v = \frac{1}{3} p_r s_r$  varia di

$$\delta v = (s_r + \delta s_r) \delta p_r = s_r \delta p_r$$

per un aumento di  $\delta p_r$  e trascurando quantità piccole di 2° ordine. D'altra parte l'aumento totale del volume è

$$\delta v = \frac{1}{3} (p_r \delta s_r + s_r \delta p_r) = s_r \delta p_r,$$

ossia

$$p_r \delta s_r = 2s_r \delta p_r = 2\delta v,$$

che è appunto l'espressione sopra impiegata.

Questa è la legge di Curie<sup>(1)</sup>, che ha dato luogo a una lunga serie di ricerche, ove le esperienze di G. Wulff<sup>(2)</sup> si sono maggiormente diffuse.

Da qui segue che facce di eguale costante capillare o di eguale densità si trovano alla stessa distanza del centro O, e che questo rimane nel mezzo fra due facce parallele aventi la stessa densità. Con questo carattere è fissato la posizione del centro O, da cui si computano le distanze totali di accrescimento, e le relazioni (6) e (7) acquistano un significato.

Se si tien conto che quanto più crescono le distanze perpendicolari alle facce, e tanto più le facce diminuiscono di area, e viceversa, potremo dare alla legge di Curie la seguente forma più ovvia ma meno precisa:

*Le aree delle facce di un cristallo in equilibrio stabile sono inversamente proporzionali alle loro costanti capillari o direttamente alle loro densità.*

Di guisa che facce aventi la costante capillare piccola o densità grande saranno sviluppatissime; facce a costante capillare molto grande o densità piccola saranno piccolissime, rudimentali o affatto escluse.

Finora si è esaminato in quale modo subiscono accrescimento le facce nel senso perpendicolare, affinché il cristallo conservi in ogni istante l'equilibrio di contatto con la fase amorfa, ed il processo sia sempre reversibile secondo la legge di Gibb, ed il risultato è stato nel senso che le facce tanto più si sviluppano, quanto minore è la loro costante capillare, ossia quanto è maggiore la loro densità. Naturalmente da questo peculiare sviluppo avviene una selezione nella figura del cristallo nel senso che quelle facce maggiormente si amplificano e più frequentemente appaiono, le cui costanti capillari sono piccole e le densità grandi, di guisa che le facce saranno poco a poco eliminate, le cui costanti capillari sono grandi e le densità piccole. Certe facce sono dunque affatto escluse dal cristallo.

*Una siffatta figura del cristallo che soddisfa a queste condizioni, si chiama normale.*

Si intende che la figura normale non debba essere considerata da un punto di vista assoluto. Essa naturalmente dipende, almeno entro certi limiti, dalla soluzione con la quale il cristallo è in contatto, e da sostanze eterogenee, che influiscono sulle grandezze delle costanti capillari senza prendere parte alla sostanza cristallizzata.

(1) P. Curie, *Sur la formation des cristaux et sur les constantes capillaires de leurs diverses faces*. Bull. de la Société minéralogique de Fr. 1885, 8, 145; H. Hilton, *Mathematical Crystallography* etc. Oxford 1903, 105; id., *Ueber die Capillarsconstanten der Krystallflächen*. Centralblatt für Miner. etc. 1901, 753.

(2) G. Wulff, *Zur Frage der Geschwindigkeit des Wachstums und der Auflösung der Krystallflächen*. Zeitsch. f. Krystall. 34, 449-530.

\* \* \*

La legge di Curie definisce completamente una figura normale dei cristalli; ma occorrono a ciò le costanti capillari o le densità delle facce. Introducendovi invece un nuovo elemento, cioè gli indici individuanti le facce, si riesce a definire la figura normale dei cristalli in modo più preciso senza ricorrere alle costanti capillari, che non sono facili a determinarsi.

A questo oggetto introduciamo nelle relazioni (7) di Curie le aree specifiche in luogo delle densità, intendendo per area specifica di una faccia l'area avente l'unità di massa superficiale. Chiamando con  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$  le dette aree specifiche delle rispettive facce  $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n$ , scriveremo le relazioni di Curie (7) nel modo seguente:

$$(8) \quad p_1 : p_2 : p_3 : \dots : p_n = a_1 : a_2 : a_3 : \dots : a_n.$$

Per raggiungere l'intento sopra accennato, fra le  $n$  facce considerate o in modo più generale fra tutte le facce osservate nel cristallo in esame, quattro se ne estraggono  $\sigma_0, \sigma', \sigma'', \sigma'''$  soddisfacenti a queste due condizioni

- 1°) che abbiano le costanti capillari più piccole  $\alpha_0, \alpha', \alpha'', \alpha'''$ ;
- 2°) che tre di esse non giacciano in una zona.

Gli accrescimenti perpendicolari rispettivi siano  $p_0, p', p'', p'''$ , le loro aree specifiche  $a_0, a', a'', a'''$ .

Le proiezioni oblique di  $a_0$  sui piani  $\sigma', \sigma'', \sigma'''$  sieno rispettivamente  $a'_0, a''_0, a'''_0$  in guisa che con una somma geometrica si abbia

$$a_0 = a'_0 + a''_0 + a'''_0.$$

Consideriamo una qualsiasi faccia del cristallo,  $\sigma_r$ , la cui area specifica sia  $a_r$ , l'accrescimento perpendicolare  $p_r$ .

Le proiezioni oblique di  $a_r$  sui piani  $\sigma', \sigma'', \sigma'''$  siano rispettivamente

$$a'_r, a''_r, a'''_r$$

in guisa che con una somma geometrica si abbia

$$(9) \quad a_r = a'_r + a''_r + a'''_r.$$

In questa equazione si può introdurre

$$a'_r = h_r a'_0, \quad a''_r = k_r a''_0, \quad a'''_r = l_r a'''_0,$$

essendo  $h_r, k_r, l_r$  gli indici della faccia  $\sigma_r$ , esprimenti quante volte le proiezioni  $a'_0, a''_0, a'''_0$  sono contenute nelle rispettive proiezioni  $a'_r, a''_r, a'''_r$ .

Con ciò la (9) diviene

$$(10) \quad a_r = h_r a'_0 + k_r a''_0 + l_r a'''_0.$$

Analogamente proiettiamo l'accrescimento perpendicolare  $p_r$  della faccia  $\sigma_r$  sulle tre direzioni  $p', p'', p'''$ ; siano  $p'_r, p''_r, p'''_r$  le rispettive proiezioni o *componenti principali*. Adottando anche qui la somma geometrica per semplicità di calcolo, avremo

$$(11) \quad p_r = p'_r + p''_r + p'''_r.$$

La legge di Curie, condensata nelle relazioni (8) con la sostituzione delle (10) e delle (11), potrà essere espressa dalla relazione seguente:

$$(12) \quad p'_r + p''_r + p'''_r = C \{ h_r a'_0 + k_r a''_0 + l_r a'''_0 \}$$

essendo C una costante. Notando ancora che  $p'_r, p''_r, p'''_r$  sono fra loro indipendenti, come  $h_r, k_r, l_r$ , potremo scindere le relazioni (12) nelle tre seguenti:

$$(13) \quad \begin{cases} p'_1 : p'_2 : p'_3 : \dots : p'_n = h_1 : h_2 : h_3 : \dots : h_n \\ p''_1 : p''_2 : p''_3 : \dots : p''_n = k_1 : k_2 : k_3 : \dots : k_n \\ p'''_1 : p'''_2 : p'''_3 : \dots : p'''_n = l_1 : l_2 : l_3 : \dots : l_n \end{cases}$$

Si noti che le relazioni (7) e così ancora le (8) e le (10) hanno un significato, ove le densità  $d_1, d_2, \dots, d_n$  hanno un valore, ossia ove le facce secondo le quali avviene l'accrescimento, siano occupate da materia, vale a dire siano sedi di atomi, molecole o gruppi di essi. Stante questa condizione, gli indici delle dette facce sono razionali; infatti le aree  $a'_r, a''_r, a'''_r$  devono essere parti razionali di  $a'_0, a''_0, a'''_0$ . Possiamo dunque concludere:

*Gli indici delle facce in un cristallo normale sono razionali; le componenti principali degli accrescimenti perpendicolari alle facce sono proporzionali direttamente ai loro rispettivi indici.*

Questa è la legge di Haüy sulla *razionalità degli indici semplici*.

Da quanto precede emerge che la legge di Haüy è subordinata a queste due condizioni, ed allora solo può avere senso:

1) che le facce del cristallo siano riferite a facce fondamentali e a faccia unitaria aventi le costanti capillari più piccole, ciò che praticamente è messo in rilievo dal loro massimo sviluppo o frequenza;

2) che gli indici delle facce siano interi e primi fra loro, perchè qui essi hanno valore assoluto, ossia sono quoti fra i componenti principali dell'accrescimento di una qualsiasi faccia e quelli rispettivi della faccia unitaria.

Le facce di un cristallo tanto più crescono nel senso perpendicolare, quanto più grandi sono i loro indici e viceversa; di guisa che un cristallo trovantesi in equilibrio di contatto con una fase amorfa secondo la legge di Gibb, assume successivamente una figura tale, che infine le facce a indici piccoli predominano, e quelle a indici grandi si eliminano. La legge di

Hauy dunque precisa meglio la *figura normale* di un cristallo di quello che non lo faccia la legge di Curie, appunto perchè quella richiede uno speciale riferimento del cristallo, cioè in base a facce fondamentali e a faccia unitaria aventi le minime costanti capillari, questa fa astrazione da tali condizioni. Ma in conclusione le leggi di Curie e di Hauy hanno lo stesso contenuto; entrambi discendono dalla minima energia superficiale, che può essere raggiunta quando l'equilibrio è stabile e le fasi in contatto sono reversibili. Se la reversibilità non ha luogo in ogni singolo istante, la legge di Gibb non è applicabile, e la cristallizzazione non può seguire le leggi di Curie e Hauy. Naturalmente la legge delle fasi di Gibb è più generale di quelle di Curie e Hauy, riferentesi essa all'equilibrio stabile fra stati isotropi e anisotropi, senza riguardo della forma, queste all'equilibrio stabile di stati anisotropi con riguardo della forma, necessaria per l'equilibrio stesso. Così le leggi di Gibb, Curie e Hauy si completano a vicenda.

\* \* \*

Ogni *figura* del cristallo, che non soddisfa alle condizioni determinate dalla legge di Curie o dalla legge di Hauy è *anormale*.

La più importante anormalità nella *figura* dei cristalli, e alla quale molte si possono ricondurre, è questa che facce a indici grandi si sostituiscono con analogo sviluppo a quelle aventi indici semplici, le quali perciò rimangono rudimentali durante l'accrescimento del cristallo o affatto escluse dalla *figura* di esso. Siffatte facce si chiamano *vicinali* <sup>(1)</sup>, essendo esse vicine a quelle aventi la costante di capillarità piccola. Una tale anormalità nell'accrescimento dei cristalli è importantissima, perchè dall'insieme delle facce vicinali, osservate in un solo cristallo o in più, si deducono assai spesso e facilmente le posizioni delle facce a indici semplici, che sono tanto rare, quanto all'opposto sono frequenti le anormalità nell'accrescimento dei cristalli.

Arcangelo Scacchi nell'indicare questo fenomeno con *poliedria delle facce* <sup>(2)</sup> ha voluto precisare in quale rapporto di posizione stieno le facce vicinali intorno alle vere facce della *figura normale*.

Le ragioni di questa anormalità nello sviluppo dei cristalli sono varie, che non è qui il luogo di trattare. Solamente si può aggiungere che appena le fasi di un sistema eterogeneo o il sistema stesso si trova allo stato di equilibrio instabile o metastabile e quindi irreversibile, non è applicabile la legge di Gibb, nè può avere luogo la formazione di cristalli secondo la legge di Curie o di Hauy, e molteplici possono allora essere le figure anor-

(1) M. Websky, Zeitschr. deutsch. geol. Ges., 15, 677.

(2) A. Scacchi, *Sulla poliedria delle facce nei cristalli*. Nuovo Cimento, XII, Pisa, 1860.



mali dei cristalli. Perciò un brusco raffreddamento, una sopraffusione, una soprasaturazione ecc. e conseguente provocazione, devono necessariamente causare l'accrescimento anormale dei cristalli.

Poniamoci nel caso che uno di questi fatti sia avvenuto, e si richieda di ristaurare un cristallo nella sua figura normale. Appena situato il cristallo in contatto con la fase amorfa, con la quale può contrarre l'equilibrio stabile secondo la legge di Gibb, senza spesa nè guadagno di calore, dovrà necessariamente subire una deformazione nel senso di ricondurre la tensione superficiale al suo minimo valore in rapporto col volume del cristallo. E poichè quella non varia per le premesse fatte, ne verrà che il volume del cristallo dovrà aumentare a spese della fase amorfa, e contemporaneamente modificare il contorno pur mantenendo inalterata l'energia superficiale. Anche la formazione di geminati in luogo di cristalli semplici dovrebbe ristabilire l'equilibrio; ma di ciò in un'altra Nota.

\* \* \*

Consideriamo da ultimo i cristalli liquidi, di cui si dovrebbe esaminare in quale modo possono conservare l'equilibrio stabile in contatto con fasi amorse in istato reversibile, come vuole la legge di Gibb. Io non mi lusingo di avere risoluto completamente il problema, poichè esso dovrebbe essere trattato da un punto di vista generale. Non mi sembra però che le considerazioni che seguono siano prive di interesse. Le difficoltà del problema risiedono soprattutto in questo: supporre diverse le costanti capillari per le diverse direzioni e ammettere nello stesso tempo nel cristallo una perfetta mobilità.

La fase amorfa con la quale il cristallo si trovi in contatto sia liquida. Supponiamo naturalmente che le particelle dei due liquidi siano estremamente mobili sotto la più piccola azione esterna. La pressione che tenderà a deformare il cristallo liquido, è quella perpendicolare alla superficie  $s_r$  e deriva dalla tensione superficiale  $\alpha_r s_r$ . Essa ha il valore

$$h_r = \alpha_r s_r \left( \frac{1}{R'_r} + \frac{1}{R''_r} \right)$$

ed è diretta verso l'interno del cristallo, essendo  $R'_r$  e  $R''_r$  i principali raggi di curvatura della superficie  $s_r$ . Supposto una deformazione elementare in virtù di un leggero aumento  $\delta p_r$ , il lavoro prodotto da detta pressione sarà

$$\delta P = - \alpha_r s_r \left( \frac{1}{R'_r} + \frac{1}{R''_r} \right) \delta \gamma_r ;$$

e poichè

$$s_r \delta p_r = \frac{1}{2} p_r \delta s_r \quad (1),$$

si ha

$$\delta P = - \frac{\alpha_r p_r}{2} \left( \frac{1}{R'_r} + \frac{1}{R''_r} \right) \delta s_r .$$

(1) Vedi pag. 403, nota.

Supposto avvenuto l'equilibrio, il lavoro totale per una virtuale deformazione del cristallo sarà nullo; avremo cioè

$$(10) \quad P = - \sum_{r=1}^{r=n} \alpha_r p_r \left[ \frac{1}{R'_r} + \frac{1}{R''_r} \right] \delta s_r = 0.$$

Questa è la condizione a cui è subordinato il minimo della tensione superficiale, sicchè, in luogo delle (3), scriveremo:

$$(11) \quad \left\{ \begin{array}{l} \sum_{r=1}^{r=n} p_r \delta s_r = 0. \\ \sum_{r=1}^{r=n} \alpha_r \delta s_r = 0. \\ \sum_{r=1}^{r=n} \alpha_r p_r \left( \frac{1}{R'_r} + \frac{1}{R''_r} \right) \delta s_r = 0. \end{array} \right.$$

come condizione dell'equilibrio stabile.

Moltiplichiamo la prima di dette equazioni per una costante  $M'$ , la seconda per  $M''$  e la terza per  $M'''$ . Sommate indi insieme, e dato che le variazioni  $\delta s_r$  sono indipendenti, in luogo delle (11) avremo le seguenti  $n$  condizioni d'equilibrio,  $n$  essendo il numero delle facce considerate:

$$(12) \quad M' p_r + M'' \alpha_r + M''' \alpha_r p_r \left[ \frac{1}{R'_r} + \frac{1}{R''_r} \right] = 0 \quad r = 1, 2, 3 \dots n$$

Per semplicità, ma non per scemare la generalità del problema, facciamo  $R'_r = R''_r = R_r$ , e inoltre riduciamo a due le costanti. Con ciò le (12) prendono la forma più semplice

$$(14) \quad \frac{p_r}{\alpha_r} = N' + N'' \frac{p_r}{R_r}.$$

Limitiamoci al caso che si abbia da fare con cristalli liquidi piccolissimi, sicchè  $\frac{p_r}{\alpha_r} = \varepsilon_r$  sia una quantità poco diversa da zero. Con ciò al limite si ha

$$(14) \quad \frac{p_r}{R_r} = - \frac{N'}{N''} \quad r = 1, 2, 3 \dots n.$$

Si intende che i segni di  $N'$  e  $N''$  sono diversi, poichè tanto  $p_r$  quanto  $R_r$  sono positivi.

Le equazioni (14) dimostrano che  $p_r$  al limite è proporzionale a  $R_r$ . Ora questa condizione non è soddisfatta per nessuna superficie chiusa e continua

fuorchè per la sfera. Ma allora anche la costante capillare è la stessa per tutte le direzioni. Benchè ciò sembri in contraddizione con l'essenza e con la struttura del cristallo, poichè la densità superficiale non dovrebbe essere la stessa, nondimeno io credo si possa giustificare il risultato, supponendo che in seguito alla deformazione superficiale si formi sul contorno uno strato quasi isotropo. Queste deduzioni conducono alla seguente regola:

*La figura normale del cristallo liquido è la superficie sferica.*

Essa soddisfa al principio della minima energia superficiale come le leggi di Curie e Haüy, che determinano la figura normale dei cristalli solidi, con questa differenza che nei cristalli liquidi la minima energia superficiale è condizionata alla deformazione per effetto della tensione stessa, nei solidi, stante la loro resistenza, la deformazione è esclusa o trascurabile. Ogni altra figura di un cristallo liquido che non soddisfa al principio della minima tensione superficiale deve considerarsi anormale ed è perciò instabile.

Tra i liquidi assoluti e i solidi sono in mezzo certi stati fisici, che si chiamano molli o fluenti, fluenti perchè possono fluire sotto l'azione di deboli forze esterne. Vari sono i cristalli fluenti, i più conosciuti fra i quali gli oleati alcalini. Ora siffatti cristalli non possono assumere la figura sferica, poichè essi non si deformano facilmente, nè possono esplicitare una tale resistenza come i solidi, da comparire nella veste di poliedri. Le loro figure stanno in mezzo fra gli uni e gli altri.

Meccanica. — *Sulla teoria degli impulsi.* Nota del Corrisp.  
E. ALMANSI.

1. Dimostro in questa Nota alcuni teoremi sugli impulsi, i quali esprimono proprietà che non credo siano state ancora segnalate (Teor. I e II); ed altri teoremi noti ritrovo, o enuncio sotto una forma più generale, non escludendo (come si è fatto dalla maggior parte degli autori), il caso di vincoli *unilaterali*; caso che nella teoria degli impulsi è da ritenersi singolarmente importante, come quello che si presenta, per esempio, allorchè fra i corpi di un sistema hanno luogo degli urti.

Tenendo poi conto dei risultati ottenuti, formulo una legge generale relativa al modo di comportarsi, sotto l'azione di dati impulsi, di un sistema di corpi *anelastici*.

2. Sia S un sistema formato di  $n$  punti materiali, soggetti a vincoli. Noi supponiamo che nell'istante  $t_0$  un punto qualunque M del sistema riceva un impulso *diretto* (ossia dovuto a forze direttamente applicate) rappresentato dal vettore (P).

I vincoli nell'istante  $t_0$  potranno subire una variazione. Denoteremo con L i vincoli nell'istante successivo a  $t_0$ . Ai vincoli L (dei quali soltanto