ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCCXIII.

1916

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME XXV.

2° SEMESTRE.

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL DOTT. PIO BEFANI

1916

solco trasverso prescutellare con una serie trasversale di 6 fossette; metanoto leggermente carenato nel mezzo sulla parte anteriore; propodeo (fig. 2) fornito di due carene posteriori convergenti tra di loro a poca distanza dal margine posteriore e continuanti in una carena mediana che va scomparendo alla parte anteriore, ai lati di essa, o della superficie che la continua, esistono due serie di fossette; esso è fornito anche di due carene sublaterali, a lato interno delle quali, a livello degli stigmi, esistono poche fossette; le superficie submediane del propodeo sono lisce o quasi; gli stigmi sono piuttosto piccoli e rotondeggianti. Ali anteriori (fig. 3) con la discoidale più piccola della prima cubitale, seconda cubitale lunga e stretta.

Addome subovale col primo tergite leggermente carenato ai lati e rugoso nel mezzo, i seguenti lisci e forniti di un piccolo numero di setole brevi. Ovopositore più corto dell'addome e diretto in dietro e molto leggermente in alto.

Maschio simile alla femmina con antenne composte di 36-37 articoli.

Habitat. India settentrionale-occidentale: Cherat. Parassita di *Dacus oleae* var. *asiatica* Silv.

Osservazione. — Questa specie di *Opius* è molto vicina all'*O. concolor* Szèpl. ed all'*O. dacicida* Silv., ma si può distinguere oltre che per piccole differenze di colore, per il propodeo liscio, o quasi, sulle superficie submediane e per la discoidale e la seconda cubitale più strette.

Matematica. — *Sulla soluzione generale di una classe di equazioni di composizione.* Nota II di Giulio Andreoli, presentata dal Socio V. Volterra [1].

In una precedente Nota, abbiamo assegnata la forma generale delle soluzioni dell'equazione di composizione:

$$\text{(A)} \qquad \overset{\times\times}{f}(\overset{\times\times}{n}) = a_1 n + a_2 \overset{\times\times}{n}{}^2 + \cdots a_m \overset{\times\times}{n}{}^m = 0\,,$$

ove le a sieno delle costanti, nell'ipotesi che l'equazione algebrica

$$\text{(1)} \qquad f(\xi) = a_1 \xi + a_2 \xi^2 + \cdots + a_m \xi^m = 0$$

avesse tutte radici distinte (e che in conseguenza fosse $a_1 \neq 0$).

In questa Nota assegneremo la forma generale della soluzione nel caso che la (1) ammetta radici multiple.

1. Supponiamo dapprima che la (1) non abbia come radice multipla il valore $\xi = 0$: e che quindi sia ancora $a_1 \neq 0$.

[1] Pervenuta all'Accademia il 23 settembre 1916.

Potremo segnare allora

$$f(\xi) = \xi(\xi-\alpha)^r(\xi-\beta)^s(\xi-\gamma)^t\ldots(\xi-\mu)^r\,; \tag{2}$$

poniamo inoltre

$$\left\{\begin{array}{l} f_1(\xi) = \dfrac{f(\xi)^r}{(\xi-\alpha)^r} = \xi(\xi-\beta)^s(\xi-\gamma)^t\ldots \\ f_2(\xi) = \dfrac{f(\xi)}{(\xi-\beta)^s} = \xi(\xi-\alpha)^r(\xi-\gamma)^t\ldots \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \end{array}\right.$$

Poniamo poi

$$\overset{\times\times}{f_1}(\overset{\times\times}{n}) = \chi_1^{(0)}\ ;\ \overset{\times\times}{f_2}(\overset{\times\times}{n}) = \chi_2^{(0)}\ldots.$$

ed inoltre

$$\left\{\begin{array}{l} (\overset{\times\times}{n}-\alpha)^\rho\,\overset{\times\times}{f_1}(\overset{\times\times}{n}) = \chi_1^{(\rho)} \\ (\overset{\times\times}{n}-\beta)^\rho\,\overset{\times\times}{f_2}(\overset{\times\times}{n}) = \chi_2^{(\rho)}\,. \\ \ldots\ldots\ldots \end{array}\right. \tag{3}$$

Si può subito osservare che in conseguenza delle (2) e di (A) sarà

$$\chi_1^{(\rho)} = 0 \ \text{ se } \ \rho \geq r \quad ; \quad \chi_2^{(\rho)} = 0 \ \text{ se } \ \rho \geq s\,;\ldots$$

Inoltre tutte le χ devono essere permutabili fra loro, perchè si esprimono come combinazioni lineari a coefficienti costanti delle potenze di composizione di n.

Formiamo ora la tabella di moltiplicazione delle χ.

È evidente che noi possiamo scrivere identicamente

$$\left\{\begin{array}{l} \overset{\times\times}{f_1}(\overset{\times\times}{n}) = f_1(\alpha) + (n-\alpha)\dfrac{f_1'(\alpha)}{1!} + (\overset{\times\times}{n}-\alpha)^2\dfrac{f_1''(\alpha)}{2!} + \cdots \\ \overset{\times\times}{f_2}(\overset{\times\times}{n}) = f_2(\alpha) + (n-\beta)f_1'(\beta) + (\overset{\times\times}{n}-\beta)^2\dfrac{f_2''(\beta)}{2!} + \cdots \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \end{array}\right. \tag{4}$$

Si avrà quindi:

$$\overset{\times\times}{\chi_1}^{(p)}\,\overset{\times\times}{\chi_1}^{(q)} = (\overset{\times\times}{n}-\alpha)^p\,\overset{\times\times}{f_1}(\overset{\times\times}{n})\,\overset{\times\times}{\chi_1}^{(q)} = (\overset{\times\times}{n}-\alpha)^q\,\overset{\times\times}{f}(\overset{\times\times}{n})\,\overset{\times\times}{\chi_1}^{(p)}\,,$$

e quindi sostituendo alla $\overset{\times\times}{f_1}(\overset{\times\times}{n})$ il suo sviluppo dedotto dalla (4) e tenendo conto delle (3), si trae, anche per le altre $\chi_2, \chi_3, \ldots$

$$\left\{\begin{array}{l} \overset{\times\times}{\chi_1}^{(p)}\,\overset{\times\times}{\chi_1}^{(q)} = f_1(\alpha)\,\chi_1^{(p+q)} + \dfrac{f_1'(\alpha)}{1!}\,\overset{\times\times}{\chi_2}^{(p+q+1)} + \cdots \\ \overset{\times\times}{\chi_2}^{(p)}\,\overset{\times\times}{\chi_2}^{(q)} = f_2(\beta)\,\chi_2^{(p+q)} + \dfrac{f_2'(\beta)}{1!}\,\overset{\times\times}{\chi_2}^{(p+q+1)} + \cdots \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \end{array}\right. \tag{5}$$

ove $f_1(\alpha), f_2(\beta), f_3(\gamma), \ldots$ sono tutte diverse da zero.

D'altra parte si ha anche

$$\overset{\times\times}{\chi}{}_1^{(p)}\,\chi_2^{(q)} = (\overset{\times\times}{n}-\alpha)^p\,\overset{\times\times}{f}_1(\overset{\times\times}{n})\,\overset{\times\times}{\chi}{}_2^{(q)} = (\overset{\times\times}{n}-\beta)^q\,\overset{\times\times}{f}_2(\overset{\times\times}{n})\,\overset{\times\times}{\chi}{}_1^{(p)} =$$

$$= (\overset{\times\times}{n}-\alpha)^p\,(\overset{\times\times}{n}-\beta)^q\,\overset{\times\times}{f}_1(\overset{\times\times}{n})\,\overset{\times\times}{f}_2(\overset{\times\times}{n})\,;$$

ma, è facile vedere che si può porre

$$\begin{cases} \overset{\times\times}{f}_1(\overset{\times\times}{n}) = (\overset{\times\times}{n}-\beta)^s\,\overset{\times\times}{f}_{12}(\overset{\times\times}{n}) \\ \overset{\times\times}{f}_2(\overset{\times\times}{n}) = (\overset{\times\times}{n}-\alpha)^r\,\overset{\times\times}{f}_{12}(\overset{\times\times}{n}) \\ \overset{\times\times}{f}(\overset{\times\times}{n}) = (\overset{\times\times}{n}-\alpha)^r\,(\overset{\times\times}{n}-\beta)^s\,\overset{\times\times}{f}_{12}(\overset{\times\times}{n}), \end{cases}$$

e quindi avremo

$$\overset{\times\times}{\chi}{}_1^{(p)}\,\overset{\times\times}{\chi}{}_2^{(q)} = (\overset{\times\times}{n}-\alpha)^p\,(\overset{\times\times}{n}-\beta)^q\,(\overset{\times\times}{n}-\alpha)^r\,(\overset{\times\times}{n}-\beta)^s\,[\overset{\times\times}{f}_{12}(\overset{\times\times}{n})]^2 =$$

$$= \overset{\times\times}{f}(\overset{\times\times}{n})\,[(\overset{\times\times}{n}-\alpha)^p\,(\overset{\times\times}{n}-\beta)^q\,\overset{\times\times}{f}_{12}(\overset{\times\times}{n})] = 0\,.$$

Ripetendo lo stesso ragionamento per indici qualunque, avremo

$$(5^{bis}) \qquad \chi_h^{(p)}\,\chi_k^{(q)} = 0 \qquad (h \neq k)\,.$$

2. Scelto ora una qualunque soluzione della (A) i nuclei χ soddisfano alle (5), (5bis). Si vede poi, che dato un sistema di nuclei χ soddisfacenti alle (5), (5bis), essendo le χ combinazioni lineari delle potenze della n, se ne ricava reciprocamente che la n, se esiste, deve essere una combinazione lineare delle χ, a coefficienti costanti ed indipendenti dalla particolare scelta del sistema χ. Bisogna inoltre dimostrare che effettivamente scelto un qualunque sistema χ e formata quella combinazione lineare ora detta, si ottiene una soluzione. Questa sarà evidentemente la soluzione generale della (A).

Cominciamo anzitutto dall'osservare che, in virtù delle (5bis), si ha successivamente

$$(6) \qquad \begin{cases} n = \Sigma a_\rho\,\chi_1^{(\rho)} + \Sigma b_\rho\,\chi_2^{(\rho)} + \cdots = \nu_1 + \nu_2 + \cdots \\ \overset{\times\times}{n}{}^2 = \{\Sigma a_\rho\,\overset{\times\times}{\chi}{}_1^{(\rho)}\}^2 + \{\Sigma b_\rho\,\overset{\times\times}{\chi}{}_2^{(\rho)}\}^2 + \cdots \\ \overset{\times\times}{n}{}^3 = \{\Sigma a_\rho\,\overset{\times\times}{\chi}{}^{(\rho)}\}^3 + \{\Sigma b_\rho\,\overset{\times\times}{\chi}{}_2^{(\rho)}\}^3 + \cdots \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \end{cases}$$

ed anche:

$$\overset{\times\times}{f}(\overset{\times\times}{n}) = \overset{\times\times}{f}(\Sigma a_\rho\,\overset{\times\times}{\chi}{}^{(\rho)}) + \overset{\times\times}{f}(\Sigma b_\rho\,\overset{\times\times}{\chi}{}^{(\rho)}) + \cdots = \overset{\times\times}{f}(\nu_1) + \overset{\times\times}{f}(\nu_2) + \cdots$$

Ora, per le (5), $\overset{\times\times}{f}(\Sigma a_\rho \overset{\times\times}{\chi}{}_1^{(\rho)})$ non è altro che una certa combinazione lineare delle $\overset{\times\times}{\chi}{}_1^{(\rho)}$, e così le altre.

Bisogna dunque avere:

$$[\Sigma A_\rho \overset{\times\times}{\chi}{}_1^{(\rho)}] + [\Sigma B_\rho \overset{\times\times}{\chi}{}_2^{(\rho)}] + \cdots = 0$$

con A, B costanti.

Questa non può essere soddisfatta che solo se si ha:

$$\begin{cases} \Sigma A_\rho \chi_1^{(\rho)} = \overset{\times\times}{f}(\overset{\times\times}{\nu}_1) = 0 \\ \Sigma B_\rho \chi_2^{(\rho)} = \overset{\times\times}{f}(\overset{\times\times}{\nu}_2) = 0 . \\ \cdots\cdots\cdots \end{cases}$$

Basta infatti moltiplicarla successivamente per $\chi_1^{(0)}, \chi_1^{(1)}, \ldots$ perchè spariscano tutti i termini contenenti le $\chi_2, \chi_3, \ldots$

Resta quindi:

$$(7) \qquad \begin{array}{ll} [\Sigma_\rho A_\rho \overset{\times\times}{\chi}{}_1^{(\rho)}] \overset{\times\times}{\chi}{}_1^{(\sigma)} = 0 & (\sigma = 0, 1, 2, \ldots) \\ [\Sigma B_\rho \overset{\times\times}{\chi}{}_2^{(\rho)}] \overset{\times\times}{\chi}{}_2^{(\sigma)} = 0 & (\sigma = 0, 1, 2, \ldots). \\ \cdots\cdots\cdots & \end{array}$$

Queste portano come conseguenza $A_\rho = 0$, $B_\rho = 0, \ldots$ Infatti, se ad esempio A_ρ fosse quella fra le A diverse da zero avente l'indice più basso, basterebbe considerare la equazione (7) corrispondente a $\sigma = r - \varrho + 1$: per avere subito

$$A_{\rho+1} \cdot \chi_1^{(r-1)} = 0 ,$$

e quindi $A_{\rho+1} = 0$ in contraddizione con l'ipotesi.

3. Quindi in luogo di studiare la soluzione generale noi ci fermiamo a studiare quella particolare dedotta dal sistema delle χ_1 (supponendo quindi nulle le $\chi_2, \chi_3, \ldots$).

Le χ_1 soddisfano al quadro di moltiplicazione

$$(8) \qquad \overset{\times\times}{\chi}{}_1^{(p)} \overset{\times\times}{\chi}{}_1^{(q)} = f_1(\alpha) \overset{\times\times}{\chi}{}_1^{(p+q)} + \frac{f_1'(\alpha)}{1!} \overset{\times\times}{\chi}{}_1^{(p+q+1)} + \cdots$$

È facile vedere che esiste una combinazione

$$\xi_1^{(p)} = \alpha_0 \chi_1^{(p)} + \alpha_1 \chi_1^{(p+1)} + \cdots$$

tale che

$$\xi_1^{(p)} \xi_1^{(q)} = \xi_1^{(p+q)} .$$

Infatti dalle (8) si trae, mutando q in $q+h$, moltiplicando per le α_h e sommando

$$\overset{\times\times}{\chi}{}_1^{(p)}\,\overset{\times\times}{\xi}{}_1^{(q)} = f_1(\alpha)\,\overset{\times\times}{\xi}{}^{(p+q)} + \frac{f(\alpha)}{1!}\,\overset{\times\times}{\xi}{}_1^{(p+q+1)} + \cdots$$

e quindi ancora, facendo variare p e sommando dopo aver moltiplicato per le h:

$$\overset{\times\times}{\xi}{}_1^{p}\,\overset{\times\times}{\xi}{}_1^{(q)} = f_1(\alpha)\,\alpha_0\,\overset{\times\times}{\xi}{}_1^{(p+q)} + \left(\frac{f'(\alpha)}{1!}\,\alpha_0 + \frac{f(\alpha)}{1}\,\alpha_1\right)\overset{\times\times}{\xi}{}^{(p+q+1)} +$$

$$+\left(\frac{f''(\alpha)}{2!}\,\alpha_0 + \frac{f'(\alpha)}{1!}\,\alpha_1 + \frac{f(\alpha)}{1}\,\alpha_2\right)\overset{\times\times}{\xi}{}^{(p+q+1)} + \cdots$$

da cui si possono ricavare le $\alpha_0, \alpha_1, \ldots$

Reciprocamente si vede che le χ si possono esprimere linearmente mediante le ξ con la formola analoga

$$\chi_1^{(p)} = \omega_0\,\xi^{(p)} + \omega_1\,\xi_1^{(p+1)} + \cdots$$

Quindi segue che la ν_1 si esprimerà linearmente mediante le ξ_1, la ν_2 con le ξ_2 ecc., e quindi la n mediante tutte le ξ.

Le ξ si riducono allora ad avere un quadro di moltiplicazione molto semplice: cioè

$$(9)\qquad \begin{cases} \left[\overset{\times\times}{\xi}{}_1^{(0)}\right]^2 = \xi_1^{(0)}\ ;\ \overset{\times\times}{\xi}{}_1^{(0)}\,\overset{\times\times}{\xi}{}_1^{(1)} = \overset{\times}{\xi}{}_1^{(1)}\ ;\ \xi^{(p)} = \overset{\times\times}{\xi}{}^{p}\ ;\ \overset{\times\times}{\xi}{}^{r} = 0 \\ \left(\overset{\times\times}{\xi}{}_2^{(0)}\right)^2 = \xi_2^{(0)}\ ;\ \xi_2^{(0)}\,\xi_2^{(1)} = \xi_1^{(1)}\ ;\ \xi_2^{(p)} = \overset{\times\times}{\xi}{}_2^{p}\ ;\ \overset{\times\times}{\xi}{}_2^{s} = 0 \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ \overset{\times\times}{\xi}{}_h^{(p)}\,\overset{\times\times}{\xi}{}_k^{(q)} = 0 \qquad\qquad (h \neq k)\,. \end{cases}$$

Da queste equazioni ne segue che le $\xi_h^{(0)}$ sono nuclei di Lalesco.

Quindi essi sono della forma $\Sigma\,\varphi_i(x)\,\psi_i(y)$ con φ e ψ formanti sistema biortogonale.

Inoltre, tenuto conto che

$$\overset{\times\times}{\xi}{}_h^{(0)}\,\overset{\times\times}{\xi}{}_h^{(1)} = \overset{\times\times}{\xi}{}_h^{(1)} = \overset{\times\times}{\xi}{}_h^{(1)}\,\overset{\times\times}{\xi}{}_h^{(0)}\,,$$

si deduce subito che

$$\Sigma\,\varphi_i(x)\int \psi_i(s)\,\xi_h^{(1)}(sy)\,ds = \xi^{(1)}(xy)$$

$$\Sigma\int \xi_h^{(1)}(xs)\,\varphi_i(s)\,ds\cdot\psi_i(y)\,ds = \xi_h^{(1)}(xy)\,,$$

da cui ne segue che:

$$\xi_h^{(1)}(xy) = \Sigma\, a_{ij}^{(h)}\, \varphi_i(x)\, \psi_j(y)\,.$$

Si nota poi subito che

$$\overset{\times\times}{\xi}{}_h^{(\rho)}(xy) = \Sigma\, a_{ij}^{(h,\rho)}\, \varphi_i(x)\, \psi_j(y)\,,$$

ove fra le matrici $A^{(h)} = \|a_{ij}^{(h)}\|$, $A^{(h,\rho)} = \|a_{ij}^{(h,\rho)}\|$ sussiste la relazione:

$$\|A^{(h,\rho)}\| \equiv \|A^{(h)}\|^{\rho}\,.$$

Quindi, per essere $\overset{\times\times}{\xi}{}_1^{r} = 0$, dovrà essere $\|A^{(1)}\|^r \equiv \|0\|$; e così $\|A^{(2)}\|^s \equiv \equiv \|0\|$ ecc.

Ora il nucleo ν_1 (e analogamente $\nu_2, \nu_3, \ldots$) si presenta sotto la forma

$$\nu_1 = \alpha_{10}\, \xi_1^{(0)} + \alpha_{12}\, \xi_1 + \alpha_{12}\, \overset{\times\times}{\xi}{}_1^{2} + \cdots + \alpha_{1r}\, \overset{\times\times}{\xi}{}_2^{r}\,.$$

Ma

$$f_1(\nu_1) = \overset{\times\times}{f}_1(\alpha_{10}\, \overset{\times\times}{\xi}{}_1^{(0)} + \alpha_{11}\, \xi_1 + \alpha_{12}\, \overset{\times\times}{\xi}_2 + \cdots) =$$

$$= \overset{\times\times}{f}_1(\alpha_{10}\, \overset{\times\times}{\xi}{}_1^{(0)}) + \frac{\overset{\times\times}{f}_1(\alpha_{10}\, \overset{\times\times}{\xi}{}_0^{0})}{1!}(\alpha_{11}\, \overset{\times\times}{\xi}_1 + \alpha_{12}\, \overset{\times\times}{\xi}{}_1^{2} + \cdots) +$$

$$+ \frac{\overset{\times\times}{f}{}_1''(\alpha_{10}\, \overset{\times\times}{\xi}{}_1^{0})}{2!}(\alpha_{11}\, \overset{\times\times}{\xi}_1 + \alpha_{12}\, \overset{\times\times}{\xi}{}_1^{2} + \cdots)^2 + \cdots;$$

e si vede subito che

$$\overset{\times\times}{\varphi}(\alpha_{10}\, \overset{\times\times}{\xi}{}_1^{(0)}) \cdot (\alpha_{11}\, \overset{\times\times}{\xi}_1 + \cdots)^{\rho} = g(\alpha_{10}) \cdot (\alpha_{11}\, \overset{\times\times}{\xi}_1 + \cdots)^{\rho}\,.$$

Si ha quindi

$$f(\nu_1) = f(\alpha_{10})\, \xi_1^0 + f_1'(\alpha_{10})\, (\alpha_{11}\, \overset{\times\times}{\xi}_1 + \cdots) + f_1''(\alpha_{10})\, (\alpha_{11}\, \overset{\times\times}{\xi}_1 + \cdots)^2 + \cdots$$

Si può subito notare una combinazione lineare delle ξ non può essere mai identicamente nulla e che inoltre:

$$(\alpha_{11}\, \overset{\times\times}{\xi}_1 + \alpha_{12}\, \overset{\times\times}{\xi}{}_1^{2} + \cdots)^{r+l} = 0 \qquad (l \geq 0)\,.$$

Occorre quindi che:

$$f_1(\alpha_{10}) = f_1'(\alpha_{10}) \ldots f_1^{(r-1)}(\alpha_{10}) = 0\,.$$

Ossia α_{10} deve essere proprio la radice α_1 e le altre α devono essere arbitrarie.

4. Nel caso poi che fosse $a_1 = a_2 = \cdots a_l = 0$; $a_{l+1} \neq 0$, con un ragionamento analogo a quelli fatti finora, si vedrebbe comparire un nucleo Ω ortogonale a tutte le g, e tale che $\overset{\times\times}{\Omega}{}^{l} = 0$.

Quindi chiamati $g', g'', g''', \ldots$ *dei nuclei di Lalesco; definite le matrici*

$$\|a^{(1)}_{hk}\| \equiv A_1 \; ; \; \|A_1\|^r \equiv \|0\|$$
$$\|a^{(2)}_{hk}\| \equiv A_2 \; ; \; \|A_2\|^s \equiv \|0\|$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots$$

Chiamati $\Gamma_1, \Gamma_2, \ldots$ *i nuclei*

$$\Sigma a^{(1)}_{hk} \varphi'_h(x) \psi'_k(y) \; . \; \Sigma a^{(2)}_{hk} \varphi''_h(x) \psi''(y), \ldots$$

la soluzione generale della (A) *è data da*

$$[\alpha g' + \beta g'' + \gamma g''' + \cdots] + \Sigma \alpha_{pq} \overset{\times\times}{\Gamma}{}^q_p + \Omega$$

con le α, *costanti arbitrarie.*

Per $l = r = s = \cdots = u = 1$ si ritrovano i risultati della Nota precedente.

Meccanica Celeste. — *Ricerche sopra le perturbazioni del satellite di Nettuno* (1). Nota II di G. Armellini, presentata dal Corrispondente A. Di Legge (2).

1. Come fu detto nella Nota I, noi ci proponiamo di ricercare se le perturbazioni secolari del satellite di Nettuno possano essere spiegate ammettendo l'esistenza di un secondo satellite rimasto ancora sconosciuto a cagione della sua piccola massa. A tale scopo indichiamo con P il piano invariabile del sistema formato da Nettuno e dai due satelliti, l'osservato e l'ipotetico, e scegliamo come unità fondamentali il giorno solare medio, il semidiametro equatoriale, e la massa del pianeta. Chiamiamo poi con K^2, m, n, a, p, e, i, ω il coefficiente attrattivo, la massa, il moto e la distanza media, il parametro, l'eccentricità, l'inclinazione e il modo ascendente del satellite *noto*, indicando con le stesse lettere accentate m', n' ecc. i corrispondenti elementi relativi al satellite *sconosciuto*.

Assumeremo il senso delle rotazioni in modo che n risulti positiva, e conteremo le inclinazioni ed i nodi assumendo P come piano fondamentale.

2. Osserviamo che noi possiamo sempre supporre che anche n' sia positiva essendo $i < \frac{\pi}{2}$, il moto di m' sarà diretto o retrogrado secondo che si ha

$$i' < \frac{\pi}{2} \quad \text{oppure} \quad i' > \frac{\pi}{2}.$$

(1) Pervenuta all'Accademia il 31 ottobre 1916.

(2) Rendiconti, serie 5ª, vol. XXIV, 1° sem., 1915, pag. 569.