ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCCXIV.

1917

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME XXVI.

1° SEMESTRE.

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL DOTT. PIO BEFANI

1917

Fisica matematica. — *Sulla teoria dei fenomeni luminosi nei mezzi cristallini uniassici*. Nota II del Corrisp. O. TEDONE.

V. — MEZZO CRISTALLINO UNIASSICO INDEFINITO

8. Supponiamo ora che il nostro mezzo cristallino si estenda all'infinito, in tutti i sensi, e che, in esso, non abbian luogo correnti di convezione, per cui sia dappertutto $u = v = w = 0$. Supponiamo, quindi, che, all'istante iniziale $t = 0$, sieno dati i valori $X_0, Y_0, \dots, W_0$ di $X, Y, \dots, W$, per ogni sistema di valori delle coordinate ξ, η, ζ e cerchiamo di determinare i valori delle stesse quantità per ogni sistema di valori delle coordinate stesse ad ogni altro istante t successivo all'istante iniziale. Questo problema ci vien subito risolto, per una parte, dalle formole generali (8) e (15), precedentemente costruite, se, in queste, oltre a porre $u = v = w = 0$, si suppone che la varietà a tre dimensioni a cui appartengono σ_3 e $\overline{\sigma}_3$ si riduca all'iperpiano $\tau = 0$; per l'altra parte, invece, ci vien risolto dalle formole (21) costruite nel piano $\xi = x$, $\eta = y$ del solito spazio a quattro dimensioni e adattate alle equazioni (16), (16′), nella stessa ipotesi $u = v = w = 0$ e nell'altra che la linea s a cui appartengono i punti P, Q, R sia la retta $\tau = 0$ del piano $\xi = x$, $\eta = y$ sopramenzionato.

Chiamando S lo spazio compreso nella sfera ordinaria di raggio Ct col centro nel punto (x, y, z) ed $\overline{S}$ lo spazio compreso nell'ellissoide

$$\varepsilon_3[(\xi - x)^2 + (\eta - y)^2] + \varepsilon_1(\zeta - z)^2 = c^2 t^2,$$

concentrico alla sfera precedente, possiamo scrivere, intanto, le due formole seguenti per W e Z

$$(22)\quad \left\{\begin{aligned} 4\pi W(x, y, z, t) &= 4\pi W_0(x, y, z) - \\ &\quad - \frac{\varepsilon_1}{c}\frac{\partial}{\partial t}\left[\frac{\partial}{\partial x}\int_S \frac{Y_0}{r}\,dS - \frac{\partial}{\partial y}\int_S \frac{X_0}{r}\,dS\right] + \\ &\quad + \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)\int_S \frac{W_0}{r}\,dS - \frac{\partial}{\partial z}\left[\frac{\partial}{\partial x}\int_S \frac{U_0}{r}\,dS + \frac{\partial}{\partial y}\int_S \frac{V_0}{r}\,dS\right], \\ \frac{4\pi}{\sqrt{\varepsilon_1}} Z(x, y, z, t) &= \frac{4\pi}{\sqrt{\varepsilon_1}} Z_0(x, y, z) + \\ &\quad + \frac{1}{C}\frac{\partial}{\partial t}\left[\frac{\partial}{\partial x}\int_{\overline{S}} \frac{V_0}{\overline{r}}\,d\overline{S} - \frac{\partial}{\partial y}\int_{\overline{S}} \frac{U_0}{\overline{r}}\,d\overline{S}\right] + \\ &\quad + \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)\int_{\overline{S}} \frac{Z_0}{\overline{r}}\,d\overline{S} - \frac{\partial}{\partial z}\left[\frac{\partial}{\partial x}\int_{\overline{S}} \frac{X_0}{\overline{r}}\,d\overline{S} + \frac{\partial}{\partial y}\int_{\overline{S}} \frac{Y_0}{\overline{r}}\,d\overline{S}\right]. \end{aligned}\right.$$

Determinate, così, W e Z, troviamo subito, per X e V,

$$
(23)\left\{\begin{aligned}
2X(z,t) &= X_0(z-Ct)+X_0(z+Ct)+\\
&\quad+\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_1}}[V_0(z-Ct)-V_0(z+Ct)]+\\
&\quad+\frac{c}{\varepsilon_1}\frac{\partial}{\partial y}\int_0^t\left\{W[z+C(t-\tau),\tau]+W[z-C(t-\tau),\tau]\right\}d\tau+\\
&\quad+C\frac{\partial}{\partial x}\int_0^t\left\{Z[z+C(t-\tau),\tau]-Z[z-C(t-\tau),\tau]\right\}d\tau,\\
2V(z,t) &= \sqrt{\varepsilon_1}[X_0(z-Ct)-X_0(z+Ct)]+V_0(z-Ct)+V_0(z+Ct)+\\
&\quad+C\frac{\partial}{\partial y}\int_0^t\left\{W[z+C(t-\tau),\tau]-W[z-C(t-\tau),\tau]\right\}d\tau+\\
&\quad+c\frac{\partial}{\partial x}\int_0^t\left\{Z[z+C(t-\tau),\tau]+Z[z-C(t-\tau),\tau]\right\}d\tau
\end{aligned}\right.
$$

nelle quali formole non abbiamo messi in vista i parametri x e y da cui le nostre quantità pure dipendono. Per Y ed U troviamo, invece, analogamente

$$
(23')\left\{\begin{aligned}
2Y(z,t) &= Y_0(z-Ct)+Y_0(z+Ct)-\\
&\quad-\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_1}}[U_0(z-Ct)-U_0(z+Ct)-\\
&\quad-\frac{c}{\varepsilon_1}\frac{\partial}{\partial x}\int_0^t\left\{W[z+C(t-\tau),\tau]+W[z-C(t-\tau),\tau]\right\}d\tau+\\
&\quad+C\frac{\partial}{\partial y}\int_0^t\left\{Z[z+C(t-\tau),\tau]-Z[z-C(t-\tau),\tau]\right\}d\tau,\\
2U(z,t) &= -\sqrt{\varepsilon_1}[Y_0(z-Ct)-Y_0(z+Ct)]+U_0(z-Ct)+U_0(z+Ct)+\\
&\quad+C\frac{\partial}{\partial x}\int_0^t\left\{W[z+C(t-\tau),\tau]-W[z-C(t-\tau),\tau]\right\}d\tau-\\
&\quad-c\frac{\partial}{\partial y}\int_0^t\left\{Z[z+C(t-\tau),\tau]+Z[z-C(t-\tau),\tau]\right\}d\tau
\end{aligned}\right.
$$

VI. — Centro luminoso in un mezzo uniassico.

9. Mettendoci dal punto di vista della teoria elettromagnetica della luce, diremo che un punto A, in un mezzo qualunque, è un centro lumi-

noso (più in generale, centro di scuotimento elettromagnetico) se all'interno di una piccolissima regione S, intorno al punto A, esistono delle masse elettriche vibranti (restando nel caso più generale, si può lasciare indeterminata la frequenza di queste vibrazioni) le quali restino continuamente all'interno della detta regione di spazio, e intendendo di considerare gli effetti prodotti dal movimento di queste masse elettriche a distanze finite da A e infinitamente grandi rispetto alle dimensioni di S.

Otterremo subito le formole atte a rappresentare il campo elettromagnetico dovuto al centro di scuotimento A, nel nostro caso, se, nelle formole generali, supponiamo che sia $X_0 = Y_0 = \cdots = W_0 = 0$, mentre u, v, w sieno diversi da zero soltanto all'interno della varietà cilindrica con le generatrici parallele all'asse t e di sezione normale S, per $t \geq 0$. Avremo così tre specie di campi elettromagnetici distinti da considerare supponendo che sia diversa da zero una sola delle tre quantità u, v, w all'interno della varietà cilindrica sopra menzionata. E, poichè le formole relative al caso in cui v solamente è diverso da zero si deducono da quelle relative al caso in cui è diversa da zero soltanto u, facendo rotare gli assi coordinati x, y, z, nel senso positivo, di un angolo retto, intorno all'asse z, ci restringeremo a trascrivere le formole relative ai due casi in cui è diversa da zero soltanto w, ovvero u.

Se chiamiamo x_0, y_0, z_0 le coordinate del centro luminoso A, nel caso in cui sia $u = v = 0$, $w \neq 0$, ponendo

$$\int_0^t d\tau \int_S \frac{W(\xi, \eta, \zeta, \tau)}{\bar{r}} dS = \frac{f(t)}{\bar{r}}$$

con $\bar{r} = \sqrt{\varepsilon_3 [(x - x_0)^2 + (y - y_0)] + \varepsilon_1 (z - z_0)^2}$,

avremo

$$(24) \qquad W = 0 \quad , \quad Z = \frac{\sqrt{\varepsilon_1}}{\varepsilon_3} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \frac{f\left(t - \frac{\bar{r}}{c}\right)}{\bar{r}},$$

mentre X, Y, U, V saranno date sempre dalle (23), $(\dot{2}\dot{3}')$ quando, in esse, si ponga $X_0 = Y_0 = U_0 = V_0 = 0$ e, per W e Z, le espressioni (24).

Nel caso, invece, in cui sia $v = w = 0$, $u \neq 0$, ponendo

$$\int_0^t d\tau \int_S \frac{u}{r} dS = \frac{F(t)}{r} \quad , \quad \int_0^t d\tau \int_S \frac{u}{\bar{r}} dS = \frac{F(t)}{\bar{r}},$$

$$r = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2},$$

possiamo scrivere

$$(25)\quad \begin{cases} W(x\,.\,y\,,z\,,t) = -\dfrac{1}{c}\,\dfrac{\partial^2}{\partial y\,\partial t}\,\dfrac{F\left(t-\dfrac{r}{C}\right)}{r}\,, \\[2ex] Z(x\,,y\,,z\,,t) = \dfrac{1}{\sqrt{\varepsilon_1}}\,\dfrac{\partial^2}{\partial x\,\partial z}\,\dfrac{F\left(t-\dfrac{\bar r}{c}\right)}{\bar r}\,, \end{cases}$$

mentre X, Y, U, V saranno ancora date dalle (23), (23′), sempre nella ipotesi che in esse si faccia $X_0 = Y_0 = U_0 = V_0 = 0$ e si pongano, per W e Z, le espressioni (25).

10. Possiamo aggiungere, allo scopo di dare più chiara ragione del perchè si riesca completamente alla integrazione delle equazioni del campo elettromagnetico, in un mezzo uniassico, che W e Z, in questo caso, soddisfano, rispettivamente, alle equazioni

$$(26)\quad \begin{cases} \left(\dfrac{\partial^2}{\partial t^2} - C\Delta^2\right)\dfrac{\partial W}{\partial t} = 0\,, \\[2ex] \left\{\dfrac{\partial^2}{\partial t^2} - c^2\left[\dfrac{1}{\varepsilon_3}\left(\dfrac{\partial^2}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2}{\partial y^2}\right) + \dfrac{1}{\varepsilon_1}\,\dfrac{\partial^2}{\partial z^2}\right]\right\}\dfrac{\partial Z}{\partial t} = 0\,. \end{cases}$$

Di queste equazioni si costruiscono immediatamente soluzioni con un punto singolare soltanto e, partendo da esse, si possono poi costruire soluzioni analoghe per le equazioni che sono state oggetto del nostro studio.

VII. — Formole di Kirchhoff e principio di Huygens.

11. In quest'ultima parte di questo nostro studio, supporremo che sia $u = v = w = 0$ ed, inoltre, che sieno soddisfatte le due relazioni

$$(27)\quad \varepsilon_1\left(\frac{\partial X}{\partial x} + \frac{\partial Y}{\partial y}\right) + \varepsilon_3\,\frac{\partial Z}{\partial z} = 0\,, \qquad \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} + \frac{\partial W}{\partial z} = 0\,.$$

Considereremo, quindi, una superficie ordinaria σ racchiudente una regione S dell'iperpiano $\tau = 0$ del nostro spazio a quattro dimensioni, ed assumeremo per la varietà a tre dimensioni dello stesso spazio alla quale appartengono σ_3 e $\bar\sigma_3$, quella costituita da S e dalla parte della varietà cilindrica a tre dimensioni che ha le generatrici parallele all'asse τ e per direttrice la superficie σ, sulla quale $\tau > 0$. E supporremo, anche, che la coordinata t sia così grande che le varietà coniche caratteristiche Γ e $\bar\Gamma$ che hanno il vertice comune nel punto (x, y, z, t), abbiano tutti i loro punti esterni a σ

e incontrino, quindi, l'iperpiano $\tau = 0$ sempre in punti diversi da quelli di S. In questa ipotesi, dalla (8), tenendo conto delle (26), avremo subito

$$
(27) \quad \begin{cases} W(x, y, z, t) = -\dfrac{\partial F_2}{\partial x} + \dfrac{\partial F_1}{\partial y} + \\[2mm] \qquad + \dfrac{1}{C^2}\dfrac{\partial^2 G_3}{\partial t^2} - \dfrac{\partial}{\partial z}\left(\dfrac{\partial G_1}{\partial x} + \dfrac{\partial G_2}{\partial y} + \dfrac{\partial G_3}{\partial z}\right) - \\[2mm] \qquad - \dfrac{1}{4\pi}\dfrac{\partial}{\partial z}\displaystyle\int_\sigma (U_0 \cos n\xi + V_0 \cos n\eta + W_0 \cos n\zeta)\dfrac{d\sigma}{r} \end{cases}
$$

nella quale formola è, ora,

$$
(27') \quad \begin{cases} F_1 = \dfrac{1}{4\pi}\displaystyle\int_\sigma \dfrac{d\sigma}{r}(V \cos n\zeta - W \cos n\eta)_{\tau = t - \frac{r}{C}}, \ldots \\[2mm] G_1 = -\dfrac{c}{4\pi}\displaystyle\int_\sigma \dfrac{d\sigma}{r}\int_0^{t-\frac{r}{C}} (Y \cos n\zeta - Z \cos n\eta)\, d\tau, \ldots \end{cases}
$$

ed U_0, V_0, W_0 indicano i valori di U, V, W sull'iperpiano $\tau = 0$. La formola (27) appartiene al tipo delle formole di Kirchhoff. Da questa si ottiene subito una formola che ha, com'essa stessa, inalterata la corrispondente nel caso dell'isotropia completa, notando che, in virtù delle equazioni del campo,

$$
G_1 = -\frac{c}{4\pi}\left\{\frac{\partial}{\partial z}\left(\int_S \frac{dS}{r}\int_0^{t-\frac{r}{C}} Y\, d\tau\right) - \right.
$$

$$
\left. -\frac{\partial}{\partial y}\left(\int_S \frac{dS}{r}\int_0^{t-\frac{r}{C}} Z\, d\tau\right)\right\} + \frac{1}{4\pi}\int_S \frac{dS}{r}\left|U\right|_0^{t-\frac{r}{C}}, \ldots
$$

e che si scrive

$$
(28) \quad \begin{cases} 4\pi W(x, y, z, t) = \dfrac{\partial}{\partial y}\displaystyle\int_\sigma \dfrac{d\sigma}{r}(V \cos n\zeta - W \cos n\eta)_{\tau = t - \frac{r}{C}} - \\[2mm] \qquad - \dfrac{\partial}{\partial x}\displaystyle\int_\sigma \dfrac{d\sigma}{r}(W \cos n\xi - U \cos n\zeta)_{\tau = t - \frac{r}{C}} - \\[2mm] \qquad - \dfrac{\varepsilon_1}{c}\dfrac{\partial}{\partial t}\displaystyle\int_\sigma \dfrac{d\sigma}{r}(X \cos n\eta - Y \cos n\xi)_{\tau = t - \frac{r}{C}} - \\[2mm] \qquad - \dfrac{\partial}{\partial z}\displaystyle\int_\sigma \dfrac{d\sigma}{r}(U \cos n\xi + V \cos n\eta + W \cos n\zeta)_{\tau = t - \frac{r}{C}}. \end{cases}
$$

Formole analoghe alle precedenti, valgono per Z. Di queste trascriveremo solo quella che corrisponde alla (28).

$$(29)\quad \left\{\begin{aligned} \frac{4\pi}{\sqrt{\varepsilon_1}} Z(x, y, z, t) = {} & \frac{\partial}{\partial y}\int_\sigma \frac{d\sigma}{\overline{r}}\left(Y\cos n\zeta - Z\cos n\eta\right)_{\tau = t - \frac{\overline{r}}{c}} - \\ & - \frac{\partial}{\partial x}\int_\sigma \frac{d\sigma}{\overline{r}}\left(Z\cos n\xi - X\cos n\zeta\right)_{\tau = t - \frac{\overline{r}}{c}} + \\ & + \frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}\int_\sigma \frac{d\sigma}{\overline{r}}\left(U\cos n\eta - V\cos n\xi\right)_{\tau = t - \frac{\overline{r}}{c}} - \\ - \frac{1}{\varepsilon_1}\frac{\partial}{\partial z}\int_\sigma \frac{d\sigma}{\overline{r}} & \left(\varepsilon_1 X\cos n\xi + \varepsilon_1 Y\cos n\eta + \varepsilon_3 Z\cos n\zeta\right)_{\tau = t - \frac{\overline{r}}{c}} . \end{aligned}\right.$$

Il principio di Huygens vale, dunque, per le componenti W e Z delle forze magnetiche ed elettriche secondo l'asse d'isotropia ed è rappresentato dalle formole (28) e (29). I valori di queste due quantità, in un punto (x, y, z), si possono sempre immaginare determinati dal sistema di valori che le sei quantità $X, Y, \ldots, W$ assumono su di una superficie fissa, arbitraria, separante il punto (x, y, z) dai centri di scuotimento elettromagnetico che producono il campo, ed, all'istante t, il valore di W, nel punto (x, y, z), dipende soltanto dalle condizioni elettromagnetiche in cui si trovano i diversi elementi $d\sigma$ della superficie σ, distanti di r dal punto (x, y, z), agli istanti corrispondenti $t - \frac{r}{C}$, mentre il valore di Z dipende dalle condizioni elettromagnetiche in cui si trovano gli stessi elementi di superficie agli istanti $t - \frac{\overline{r}}{c}$.

12. Cerchiamo, ora, che cosa si può dire, per quanto riguarda il principio di Huygens, sulle altre quattro quantità X, Y, U, V. Avvertiamo, intanto, che ci limiteremo a considerare soltanto X, potendosi estendere, facilmente, alle altre tre quantità quello che riusciremo a stabilire per X. Allo scopo indicato, consideriamo il piano $\xi = x, \eta = y$ del nostro solito spazio a quattro dimensioni e supponiamo, per evitare complicazioni inessenziali, che questo piano incontri la superficie σ in due soli punti A e B i cui corrispondenti valori di ζ indicheremo con ζ_1 e ζ_2 e sia $\zeta_1 < \zeta_2$. Lo stesso piano incontrerà la varietà cilindrica di cui abbiamo fatto uso nel num. prec. e che ha per direttrice la superficie σ, nelle due generatrici a e b le quali sono, naturalmente, parallele all'asse τ. Supponiamo, poi, che le costruzioni fatte per stabilire le (21), sieno state eseguite nel piano $\xi = x$, $\eta = y$ e che la linea s a cui appartengono i punti P, Q, R sia costituita dal segmento di retta $\overline{AB}$, tutto contenuto in S, e dalle due parti delle

rette a e b, passanti per gli estremi del segmento $\overline{AB}$, sulle quali $\tau > 0$. Ricordando che $u = v = w = 0$, troviamo subito

$$(30)\quad \left\{\begin{aligned} 2\sqrt{\varepsilon_1}\,X(z,t) = {} & (X\sqrt{\varepsilon_1} + V)_{\zeta=\zeta_1,\ \tau=t-\frac{z-\zeta_1}{C}} + \\ & + (X\sqrt{\varepsilon_1} - V)_{\zeta=\zeta_2,\ \tau=t+\frac{z-\zeta_2}{C}} + \\ & + \int_{\zeta_1}^{z} d\zeta \left(\frac{\partial W}{\partial y} + \frac{\partial Z}{\partial x}\sqrt{\varepsilon_1}\right)_{\tau=t-\frac{z-\zeta}{C}} + \\ & + \int_{z}^{\zeta_2} d\zeta \left(\frac{\partial W}{\partial y} - \frac{\partial Z}{\partial x}\sqrt{\varepsilon_1}\right)_{\tau=t+\frac{z-\zeta}{C}}. \end{aligned}\right.$$

In questa formola compaiono i valori di W e Z in tutti i punti del segmento $\overline{AB}$ interno ad S, ciascuno di questi valori in un istante corrispondente determinato. $X(x, y, z, t)$, com'è determinato dalla (30), si può, quindi, considerare come dipendente dalle condizioni eletttromagnetiche degli elementi della superficie σ in tutto un intervallo finito di tempo.

13. Ad evitare malintesi, mi permetto di aggiungere le considerazioni seguenti sulla nomenclatura seguìta a riguardo del principio di Huygens, sul significato e l'importanza di questo principio.

A rigore, si può parlare di un principio di Huygens ogni volta che ci troviamo in presenza di una determinata categoria di fenomeni di propagazione in un mezzo continuo. Però, si può, anche, parlare di una dimostrazione di un tale principio solo quando si è riusciti a costruire una teoria razionale dei fenomeni accennati per cui essi vengano a dipendere da certe equazioni che, di solito, sono alle derivate parziali. E la dimostrazione del principio di Huygens consisterà in un procedimento analitico con cui si deducono, dalle equazioni alle derivate parziali, le formole che rappresentano questo principio. Nel periodo empirico della scienza, un principio di Huygens può essere soltanto una ipotesi, più o meno giustificata dai fatti osservati e che è chiamato a sostituire, in parte almeno, la teoria dei fenomeni di propagazione a cui si riferisce (equazioni alle derivate parziali e loro formole d'integrazione).

Col passaggio della scienza dal periodo empirico a quello razionale, un principio di Huygens può ancora conservare molto valore a causa delle difficoltà che le equazioni alle derivate parziali possono offrire alla loro integrazione indefinita, o con condizioni ai limiti, mentre il principio stesso, com'è il caso dell'ottica, si presta bene a risolvere i problemi della natura indicata con approssimazione che si mostra sufficiente per molti scopi.

Come conseguenza di quello che è stato detto sopra, invece che ad una certa categoria di fenomeni di propagazione converrà riferirsi alle equazioni che li rappresentano e di esse dire se ammettono, o non ammettono, un principio di Huygens; e questo, mi pare, sia anche il punto di vista dell' Hadamard.

Per esprimere con la maggiore precisione il nostro pensiero, supporremo che si tratti di fenomeni di propagazione in uno spazio a tre dimensioni, traducibili in equazioni del primo ordine, nelle variabili indipendenti ξ, η, ζ, τ. Sarà, poi, facile generalizzare quello che andremo a dire agli altri casi. Ritorniamo, perciò, a considerare lo spazio a quattro dimensioni (ξ, η, ζ, τ) e la varietà σ_3, di questo spazio, formata dalla regione S dell' iperpiano $\tau = 0$, limitata dalla superficie σ, e dalla parte della varietà cilindrica avente per direttrice σ e le generatrici parallele all'asse τ, sulla quale sia $\tau > 0$. Se in tutti i punti di questa varietà σ_3 sono assegnati i valori delle incognite, il problema di esprimere, per mezzo di essi, i valori delle incognite stesse in ogni punto (x, y, z, t) con $t > 0$ e, aggiungiamo, con t sufficientemente grande come innanzi è stato indicato, è un problema, ordinariamente, possibile. Esso non è che un caso particolare del problema di Cauchy. Può, però, accadere che nelle formole che risolvono il nostro problema non compaiano, o si possano eliminare i valori delle incognite nei punti di S. In questo caso i valori delle incognite nel punto (x, y, z, t) sono espressi per mezzo dei valori che esse assumono sulla superficie σ in un certo intervallo di tempo, il quale intervallo varierà, in generale, col variare dell'elemento di σ a cui si riferisce. In questo caso si dirà che le nostre equazioni ammettono formole di Kirchhoff ed un principio di Huygens *in senso largo*. E si chiameranno, precisamente, formole di Kirchhoff relative alle nostre equazioni, le formole supposte, che dànno i valori delle incognite nel punto (x, y, z) all'istante t, per mezzo dei valori che le incognite stesse assumono su σ in determinati intervalli di tempo. (È da notare che i valori delle incognite, su σ, che compaiono nelle formole di Kirchhoff non possono darsi tutti ad arbitrio). Si dirà, poi, che sussiste, per le nostre equazioni, un principio di Huygens *in senso stretto*, o un principio di Huygens, senz'altro, se nelle formole di Kirchhoff, supposte, si possono far comparire soltanto i valori delle incognite su σ, a determinati istanti, dipendenti dalla posizione del punto (x, y, z), dall' istante t e dalla posizione degli elementi di σ.

Aggiungiamo che l'ultimo fatto, dato che accada, può accadere in due modi diversi. Nel primo, ed è questo il caso della formola di Kirchhoff propriamente detta, il contributo dato ai valori delle incognite nel punto (x, y, z), all' istante t, da ogni elemento di σ soddisfa alle equazioni del problema. Nel secondo di questi modi, le formole di Kirchhoff soddisfano alle equazioni nostre solo perchè i valori delle incognite nei punti di σ soddisfano alle equazioni stesse come funzioni di t e delle coordinate dell'elemento variabile di σ. Questo è appunto il caso delle equazioni di Maxwell.