ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCCXIV.

1917

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME XXVI.

1° Semestre.

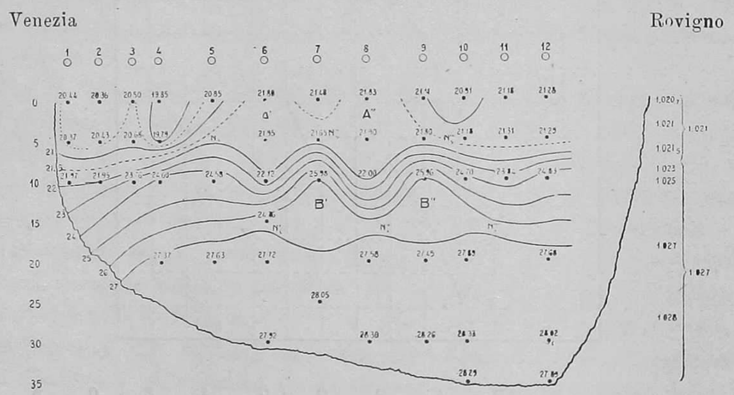
ROMA
TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL DOTT. PIO BEFANI

1917

Fisica terrestre. — *Le onde interne e le sesse dell'Adriatico superiore.* Nota di EMILIO ODDONE, presentata dal Socio E. MILLOSEVICH.

Le isoterme, isoaline ed isopicne presentano talora, nello strato di salto dei mari interni, delle ondulazioni regolari, gli studî sulle quali sono sunteggiati nei trattati di oceanografia. Ondulazioni di tale specie furono trovate nell'Alto Adriatico durante la crociera della R. nave Ciclope nell'agosto 1911 e vennero recentemente studiate dal prof. L. De Marchi [1]. Il vicino grafico riproduce dal detto studio le linee di egual densità nel tratto adriatico della trasversale Venezia-Rovigno, addì 17 agosto 1911, e mostra le ondulazioni in regione di salto, tra due strati: uno inferiore, profondo una ventina di metri circa, a peso specifico medio maggiore; l'altro superiore, spesso circa dieci metri, a peso specifico minore.



I cerchietti, lungo le ascisse, indicano le stazioni sulle cui verticali si eseguirono le osservazioni. Le cifre sulle ordinate, alla sinistra, danno le profondità del mare in metri. I numeri interni esprimono i pesi specifici, o densità relativa, in millesimi della parte decimale ad es. per 20,44 leggere 1,02044. In base alle constatazioni della figura, abbiamo ritenuto nei calcoli, che i due fluidi sovrapposti avessero gli spessori più approssimati di $21^m,9$ l'inferiore; $8^m,1$ il superiore, e rispettivamente i pesi specifici medi di 1,027 e 1,021.

Per ricavare il periodo dell'ondulazione, il prof. De Marchi, in prima valutazione, impiega l'espressione

$$\text{(1)} \qquad T = \frac{\lambda}{V} = \frac{l}{4V}$$

(1) L. De Marchi, *Onde interne e propagazione di marea nell'Adriatico superiore.* Atti del R. Istituto Veneto di sc. lett. ed arti, vol. LXXV, parte 2ª, 1915-16.

nella quale λ è la lunghezza media delle onde osservate, l la larghezza dell'alto bacino adriatico (100.000^m), V la velocità dell'onda.

L'espressione di V toglie ai lavori teoretici di Stokes [1] e Lamb [1], per cui

$$(2) \qquad V = \sqrt{g \frac{\varrho_i - \varrho_s}{\frac{\varrho_i}{h_i} + \frac{\varrho_s}{h_s}}}.$$

Sostituendo alle lettere i valori spettanti all'Alto Adriatico addì 17 agosto 1911, V assume un valore intorno a $0{,}6\ ^m/_s$ e per la (1) viene

$$(1^{bis}) \qquad T = \frac{l}{4}\sqrt{\frac{1}{gh_i h_s}}\sqrt{\frac{\varrho_i h_s + \varrho_s h_i}{\varrho_i - \varrho_s}} = 42.500^s \text{ circa.}$$

Il buon accordo tra tale periodo e quello teorico di marea semi-diurna, è per il prof. De Marchi la rivelazione che « le osservate ondulazioni sono « vere onde di marea, che al passaggio sotto uno strato di acqua più dolce « accentuano notevolmente la loro ampiezza e rallentandosi sensibilmente, di- « minuiscono sensibilmente di lunghezza ». Egli perciò esclude che dette onde interne abbiano per causa le sesse trasversali, giacchè in tal caso il loro periodo T' calcolato con la formola di Schmidt [2]:

$$(3) \qquad T' = 2l\sqrt{\frac{\frac{\varrho_i}{h_i} + \frac{\varrho_s}{h_s}}{ng(\varrho_i - \varrho_s)}}$$

verrebbe poco meno di tre volte tanto.

Prima di accettare questa conclusione, ho voluto esaminare di nuovo il problema.

Abbiamo due strati sovrapposti, i quali costituiscono due sistemi che hanno virtualmente due gradi di libertà e possono prendere due modi indipendenti di oscillazione intorno lo stato d'equilibrio. Cosa accade quando un'onda investe i due sistemi?

L'onda li influenza entrambi, ed, attraverso modificazioni del moto dei due, dovute al reciproco vincolo, appare un terzo sistema a lungo periodo.

I moti vincolati dei due primi sistemi, fluido superiore e fluido inferiore, possiamo scriverli sotto la forma:

$$(4) \qquad x_s = x_s^* \sin\frac{2\pi}{T_s^*}t \qquad x_i = x_i^* \sin\left(\frac{2\pi}{T_i^*}t + \beta\right)$$

dove β è una differenza di fase costante.

(1) H. Lamb, *Hydrodynamics*, terza ed. 1906, pag. 354, University press, Cambridge.

(2) W. Schmidt, *Stehende Schwingungen in der Grenzschicht zweier Flüssigkeiten.* Sitz. ber. der math. naturw. Cl. der k. Ak. der Wiss., 117 Bd., 1908, Wien.

Possiamo anche scriverli così:

$$
(4^{bis}) \qquad \left\{
\begin{aligned}
x_s &= x_s^\star \sin\left(\frac{\frac{2\pi}{T_s^\star}+\frac{2\pi}{T_i^\star}}{2}\, t + \frac{\frac{2\pi}{T_s^\star}-\frac{2\pi}{T_i^\star}}{2}\, t\right) \\
x_i &= x_i^\star \sin\left(\frac{\frac{2\pi}{T_s^\star}+\frac{2\pi}{T_i^\star}}{2}\, t - \frac{\frac{2\pi}{T_s^\star}-\frac{2\pi}{T_i^\star}}{2}\, t + \beta\right)
\end{aligned}
\right.
$$

Le (4^{bis}) rappresentano i moti dei due primi sistemi aventi un egual periodo:

$$
\frac{2}{\frac{1}{T_s^\star}+\frac{1}{T_i^\star}}
$$

ed una differenza di fase $\left(\frac{2\pi}{T_s^\star}-\frac{2\pi}{T_i^\star}\right) t - \beta$ variabile col tempo.

Ne segue che i moti saranno ora concordanti ed ora dissonanti e l'intervallo di tempo, perchè i movimenti siano o non siano concordanti, verrà espresso dalla

$$
(5) \qquad \theta = \frac{T_s^\star\, T_i^\star}{T_s^\star - T_i^\star}\,.
$$

Sorge quindi nei due fluidi una terza ondulazione a periodo θ tanto più lenta, quanto minore è la differenza $T_s^\star - T^\star$. Il modo col quale abbiamo ricavato θ, esclude si possa avere la propagazione lenta, senza una prima e seconda ondulazione rapida di cui essa è la conseguenza [1].

I moti in un piano verticale normale alla sezione rappresentata dalla figura, hanno analogie con quelli del sistema che si può realizzare dal complesso di due pendoli verticali sovrapposti. Se applichiamo ai due pendoli, inferiore e superiore, gli indici i ed s ed indichiamo con T, l ed m il periodo avanti l'accoppiamento, la lunghezza e la massa, dopo l'accoppiamento si trova:

$$
(6) \qquad T_i^\star = T_i\left(1 + \tfrac{1}{2}\,\frac{\frac{m_s}{m_i}\, l_s}{l_i - l_s}\right) \quad ; \quad T_s^\star = T_s\left(1 - \tfrac{1}{2}\,\frac{\frac{m_s}{m_i}\, l_i}{l_i - l_s}\right)
$$

nell'ipotesi che $\frac{m_s}{m_i}$ sia molto piccolo [2]. Pel fatto che i due periodi $T_i^\star$

[1] Se i due primi sistemi non fossero reciprocamente vincolati, il terzo sistema a lungo periodo sarebbe irreale o stroboscopico.

[2] A. Garbasso, *Vorlesungen über Spektroskopie*, Leipzig, J. A. Barth, 1906, pag. 65; idem, *La struttura degli atomi materiali*. Atti della Soc. It. per il progresso delle scienze. Riunione, 1908, pag. 123.

e T_s^* non vengono identici, si rivela in ogni pendolo il fenomeno dei battimenti, la cui durata corrisponde all'espressione (5) già detta, ossia al lento periodo del terzo sistema.

Anche nel caso idrodinamico, è molto piccolo il rapporto

$$\frac{m_s}{m_i} = \frac{8.1 \times 1.021}{21.9 \times 1.027} = 0.36$$

e possiamo adattare ad esso le formole (6) e (5). Basteranno calcoli approssimati, essendo la nostra una dimostrazione e non una misura assoluta.

I liquidi inferiore e superiore, se soli, avrebbero oscillato coi periodi:

$$(7) \qquad T_i = \frac{l}{4\sqrt{gh_i}} = 1689^s \quad ; \quad T_s = \frac{l}{4\sqrt{gh_s}} = 2778^s .$$

Per le lunghezze l_i ed l_s metto le cifre che corrispondono ai periodi delle (7). Avremo:

$$(8) \qquad \left\{ \begin{aligned} \frac{l_s}{l_i - l_s} &= \frac{h_s}{h_i - h_s} = \frac{T_i^2}{T_s^2 - T_i^2} = 0.59 \\ \frac{l_i}{l_i - l_s} &= \frac{h_i}{h_i - h_s} = \frac{T_s^2}{T_s^2 - T_i^2} = 1.59 \end{aligned} \right.$$

Le (6) forniscono

$$(6^{bis}) \qquad \left\{ \begin{aligned} T_i^* &= 1689\,(1 + \tfrac{1}{2}\,0.36 \times 0.59) = 1865^s \\ T_s^* &= 2778\,(1 - \tfrac{1}{2}\,0.36 \times 1.59) = 1950^s \end{aligned} \right.$$

Ed avremo per la (5)

$$\theta = 42.500^s .$$

Ripetuto il ragionamento per tutte le sezioni verticali, si arriva ad un'onda per cadun liquido, del periodo θ, sfasate tra loro di 180°. Tale periodo è quello del terzo sistema lento, che troviamo corrispondere al periodo T della (1^{bis}), quale ottenemmo sostituendo alle lettere le identiche cifre rispettive.

Il fenomeno che nei pendoli è di battimento, viene nel caso idrodinamico mascherato dal moto fluido discontinuo della superficie comune.

Le velocità corrispondenti alle onde dei due primi sistemi rapidi, a periodo di 1865 e 1950^s, ottengo rispettivamente colla formola (1):

$$(9) \qquad V_i = \frac{l}{4\,T_s^*} = 13{,}4 \quad ; \quad V_s = \frac{l}{4\,T_i^*} = 12{,}8 \ {}^{m}/_{s}.$$

La velocità del sistema lento vale la differenza:

$$V_i - V_s = 0{,}6\ {}^{m}/_{s}\,,$$

e corrisponde al valore V della formola (2) di Stokes e Lamb.

Figura un'onda del periodo di 42.500^s, ma l'oscillazione è dovuta a concomitanti oscillazioni, di periodi molto più brevi, nei due fluidi sovrapposti. Abbiamo l'onda del sistema lento che viaggia colla velocità di $0{,}6\ {}^{m}/_{s}$ ma è una velocità differenza delle grandi velocità che hanno le onde dei due primi sistemi. Mentre l'A. ritiene trattarsi di un'onda di marea che avanza lentissima per l'Alto Adriatico, si tratta invece di un'onda differenziale, conseguenza di onde, le quali corrono con velocità venti volte circa maggiore [valori delle (9)].

Nella trasversale Venezia-Rovigno sono quattro onde del sistema lento, che a svolgersi impiegano 4×42.500^s. Durante questo intervallo, le onde dei primi sistemi, alle velocità rispettive di 12,8 e 13,4 ${}^{m}/_{s}$ percorreranno 2176 e 2278 Km. La trasversale è solo lunga 100 Km, ne consegue che dette onde la percorreranno circa 20 volte in cifra tonda, dando luogo alle onde stazionarie di una sessa quadrinodale.

Tutta l'interpretazione del fenomeno delle onde interne va modificata e ritenuta sostanzialmente diversa da quella data nella citata Memoria.

Respinto il fenomeno della propagazione, ed accettato quello di sessa [1], raddoppia la lunghezza d'onda, che da $\lambda = \frac{l}{4}$ va a $\lambda = \frac{2l}{4} = 50.000^m$; raddoppiano i periodi dei primi sistemi, cosicchè da 1907^s [media delle (6^{bis})] $= 32^{mp}$ salgono a $\frac{2l}{4V} = 64^{mp}$; e raddoppia il periodo θ del terzo sistema lento, che da 42.500^s va a 85.000^s; questa volta in ottimo accordo colla formola teorica (3) che W. Schmidt propose per le sesse.

Ai tempi della figura, il primo stadio della propagazione è già superato e siamo a quello delle onde stazionarie, a nodi migratori.

Nello strato superiore, dei quattro nodi, uno è alle estremità della trasversale e gli altri tre sono indicati nella figura alle lettere N'_s N''_s N'''_s. Sempre nello strato superiore, nell'area centrale che ha all'incirca la forma di una lemniscata ed è nella figura occupata dal liquido a densità uniforme poco inferiore ad 1.022, le due ali A′ ed A″ della lemniscata sono i ventri

[1] La causa della sessa è qui fuori discussione; probabilmente sta in relazione alle agitate condizioni meteoriche di quei giorni. Dalla mezzanotte del 16 al 17 soffiò vento fresco del primo quadrante, che si mantenne tutto il 17, assumendo nelle ore meridiane forza da **4 a 6** e determinando un mare così grosso da costringere la spedizione austriaca sulla Najade a sospendere le sue osservazioni lungo la trasversale Ravenna-Lussimpiccolo.

dell'onda lenta (periodo 85.000^s) inviluppo delle onde relativamente rapide (periodo 2×1950^s) che andarono e tornarono lungo la superficie inferiore dello strato superiore.

Nello strato inferiore vediamo i nodi alle lettere $N_i' \, N_i'' \, N_i'''$. Le zone B' e B'' accennano ai ventri di un'onda lenta (periodo circa 85.000^s) inviluppo d'onde relativamente rapide (periodo 2×1865^s) che andarono e tornarono lungo la superficie superiore dello strato inferiore.

I ventri A', A'' dell'onda inviluppo superiore sono sfasati di 180°, cioè in opposizione di fase su quelli B', B'' dell'onda inviluppo inferiore, ad un intervallo eguale a circa $\theta/2 = 42.500^s$.

Non credo che le ampiezze massime delle onde abbiano occupato lo spazio che i ventri accennano nella figura. Essi sono in parte il risultato della convettività. Anche oscillazioni piccole bastano a rimescolare le masse liquide. Il lettore può ricordare quel che capita quando si fa oscillare trasversalmente una corda polverosa tesa orizzontalmente. Si produce ai ventri una nube di polvere, che esagera l'ampiezza reale d'oscillazione della corda. Nella figura l'uniformità della densità indica il rimescolìo ai ventri, mentre ai nodi sussiste il gradiente di densità proprio di quel tempo. Ai nodi le densità vanno rapidamente decrescendo verso l'alto. È 1.024 a 10^m di profondità, 1.021$_4$ a 5^m, 1.0207 alla superficie. Il valore della densità nei ventri (0.021$_8$) è la media circa delle densità che sovrastano e sottostanno ai nodi.

Il risultato del mio studio è, in conclusione, contrario all'affermazione fatta dal Petterson (¹), e sostenuta dal prof. De Marchi, che le ondulazioni nello strato di salto siano onde progressive provenienti da maree di alto mare. La soluzione, quale in questa Nota ho proposto, appoggia invece le idee di John Murray (¹) e di L. M. Wedderburn (¹) che si tratti di sessa.

Sussistesse anche la risonanza tra il periodo lento del terzo sistema e l'onda diurna di marea, dovrebbe nondimeno, il fenomeno delle onde interne, considerarsi di sessa, giacchè furono le onde di sessa a generare le onde lente.

Pur non avendo ricorso alle formole più esatte del Chrystal, abbiamo trovato che il periodo della sessa fu di 64^{mp} circa. Ora risulta da tre mie pubblicazioni (*) che i periodi delle sesse non sono innumeri, ma si stringono attorno a cifre tra loro legate da relazioni, che sono un bell'esempio dell'armonia che regge i fenomeni cinematici del mare. Ad esempio Pola e Venezia mostrano un periodo di 30 a 31^{mp} e Venezia anche quello di 60^{mp}.

(¹) O. Krümmel, *Handbuch der Ozeanographie*, vol. II, cap. IX, J. Engelhorns, Stuttgart, 1911.

(*) E. Oddone, *Il problema delle ondulazioni secondarie di mare e delle sesse*, Boll. Soc. Sismol. It., vol. XII, 1908; idem, *Per lo studio delle cause del fenomeno delle sesse*, questi Rendiconti, vol. XIX, fasc. 3°, 1910; idem, *Alcune osservazioni idrodinamiche su di un piccolo modello di mare Adriatico*. Ann. dell'Uff. Centr. di Meteorol. e Geod., vol. XXXII. Parte I^a. 1910.