ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCCXIV.

1917

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME XXVI.

1° SEMESTRE.

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL DOTT. PIO BEFANI

1917

Meccanica. — *A proposito di una recente Nota del prof. Almansi.* Nota del Socio P. Pizzetti.

Nella sua Nota, *Sulla forma dello Sferoide terrestre, dedotta dalle misure di gravità*, il prof. Almansi dichiara (a piedi della pagina 359 di questi Rendiconti) che ai risultati da lui ottenuti non è giunto il prof. Helmert nella sua opera sulle teorie fisiche e matematiche della figura della Terra, discutendo lo stesso problema e seguendo, su per giù, il metodo da lui, Almansi, seguìto.

Questa dichiarazione può far sorgere il dubbio che vi sia contraddizione fra i risultati dati dai due egregi studiosi. Vale la pena, quindi, di far vedere come le formole dell'Almansi si deducano, immediatamente e senza sforzo alcuno, da quelle date dal Helmert a pag. 83 del 2° volume della citata sua opera. Scriviamo le formole (1) (2) (3) (4) di Helmert come segue:

$$g = g_a \left(1 + \mathfrak{b}\,\text{sen}^2 B - \frac{\mathfrak{b}_4}{4}\,\text{sen}^2 2B\right) \tag{1}$$

$$r = a \left\{1 - \mathfrak{a}\,\text{sen}^2 \varphi - \frac{\mathfrak{a}(\mathfrak{b} - \mathfrak{a}) + \mathfrak{d}}{4}\,\text{sen}^2 2\varphi \right\} \tag{2}$$

$$\mathfrak{a} = \frac{5}{2}\mathfrak{c} - \mathfrak{b} - \mathfrak{a}\left(\mathfrak{a} + \frac{1}{2}\mathfrak{c}\right) + \frac{2}{7}\mathfrak{d} \tag{3}$$

$$\mathfrak{d} = \frac{1}{3}(7\mathfrak{a}^2 - 4\mathfrak{a}\mathfrak{b} + \mathfrak{b}_4) \tag{4}$$

dove g_a indica la gravità all'equatore e B la latitudine geografica (che Almansi indica rispettivamente con g_0 e con φ_1), φ indica la latitudine geocentrica, e dove, per comodità di paragone, ho sostituito a $\text{sen}^4 B$ e $\text{sen}^4 \varphi$, che figurano nelle formole di Helmert, le loro espressioni per mezzo dei seni quadrati degli archi B, $2B$, φ, 2φ.

Il paragone delle formole (1) e (2) colle (1) e (3) a pag. 358 di questi Rendiconti, mostra che fra i simboli del Helmert e quelli dell'Almansi, passano le seguenti relazioni:

$$\mathfrak{a} = \alpha \qquad \mathfrak{b} = \gamma \qquad -\frac{1}{4}\mathfrak{b}_4 = \gamma' \qquad \frac{\mathfrak{a}(\mathfrak{b} - \mathfrak{a}) + \mathfrak{d}}{4} = \alpha' . \tag{5}$$

Di più il simbolo $\mathfrak{c}$ del primo corrisponde al λ del secondo.

Posto, coll'Almansi,

$$\frac{5}{2}\lambda - \gamma = \alpha_0 ,$$

la (3) dimostra che, *a meno di termini piccoli del 2° ordine*, la costante $\mathfrak{a}$ equivale alla α_0, e una tale espressione si può, *trascurando termini piccoli del 3° ordine*, sostituire nel 2° membro della (4). Si ha così

$$\mathfrak{d} = \frac{1}{3}(7\alpha_0^2 - 4\alpha_0\gamma - 4\gamma') = \frac{11}{3}\alpha_0^2 - \frac{10}{3}\alpha_0\lambda - \frac{4}{3}\gamma' . \tag{6}$$

Sostituendo nel 2° membro della (3) questa espressione di $\mathfrak{d}$ e ponendo, nello stesso 2° membro, per $\mathfrak{a}$ il valore approssimato α_0 (con che l'errore commesso sarà del 3° ordine) si ottiene:

$$\mathfrak{a} = \alpha_0 + \frac{\alpha_0^2}{21} - \frac{61}{42}\alpha_0\lambda - \frac{8}{21}\gamma'$$

che coincide colla espressione di α data dalla prima delle formole (4) di Almansi. Sostituendo poi nel 1° membro della nostra formola (5) per $\mathfrak{d}$ la espressione (6), per $\mathfrak{a}$ la α_0 (colla solita approssimazione), e per $\mathfrak{b}$ la $\gamma = \frac{5}{2}\lambda - \alpha_0$, si ottiene la espressione di α', identica a quella data da Almansi:

$$\alpha' = \frac{5}{12}\alpha_0^2 - \frac{5}{24}\alpha_0\lambda - \frac{1}{3}\gamma' .$$

Fisica terrestre. — *Sulla propagazione delle onde sismiche.* Nota II del Socio C. Somigliana.

I.

Come abbiamo già osservato nella Nota precedente, le equazioni che determinano gli angoli di emergenza di due onde associate

$$\operatorname{tg}^2\theta_a = \frac{\gamma_1^2}{\alpha_1^2} = \frac{b^2}{a^2}\eta - 1 \quad , \quad \operatorname{tg}^2\theta_b = \frac{\gamma_2^2}{\alpha_2^2} = \eta - 1 \,, \tag{1}$$

non hanno soluzioni reali quando $\eta < 1$, come avviene per la terza radice η_3 della equazione di Rayleigh. Dobbiamo ora esaminare quale possa essere il significato delle nostre soluzioni delle equazioni del moto in questo caso.

Se noi al posto delle costanti α_1, α_2 introduciamo due nuove costanti α'_1, α'_2 mediante le relazioni

$$\alpha_1 = i\alpha'_1 \qquad \alpha_2 = i\alpha'_2 \qquad\qquad (i = \sqrt{-1}) \tag{2}$$

le equazioni (1) si possono scrivere, ponendo al posto di η, la radice η_3,

$$\frac{\gamma_1^2}{\alpha_1'^2} = 1 - \frac{b^2}{a^2}\eta_3 \qquad \frac{\gamma_2^2}{\alpha_2'^2} = 1 - \eta_3 \tag{3}$$