

ATTI
DELLA
REALE ACCADEMIA DEI LINCEI
ANNO CCCXIV.

1917

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME XXVI.

1° SEMESTRE.



ROMA
TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL DOTT. PIO BEFANI

1917

Geodesia. — *La base geodetica di Vallona.* — Nota del prof. LUIGI CARNERA, presentata dal Socio E. MILLOSEVICH.

Nei giorni 17, 20, 21, 22 e 23 aprile ultimi decorsi è stata misurata dal personale della R. Marina nella pianura del fiume Ducati, presso allo sbocco nella baia di Vallona, una base geodetica di 3458.7 metri, destinata a servire di fondamento alla triangolazione progettata per il rilievo cartografico dell'Albania, ed a venir collegata con la rete italiana nei pressi di Lecce. Riservando a speciale pubblicazione, che apparirà appena sia possibile negli Annali del R. Istituto Idrografico di Genova, la dettagliata relazione delle operazioni, ritengo non privo di interesse dare fin d'ora un cenno sommario dei lavori, e comunicare i risultati ottenuti dai primi calcoli.

Sembrami però anzitutto doveroso accennare qui che l'iniziativa di tali lavori è merito dell'ammiraglio Enrico Millo. Egli, coadiuvato dal tenente di vascello A. Zunino, volle si pensasse non solo a fare opera provvisoria, quale poteva esser richiesta dalle esigenze dell'attuale momento, ma si procedesse addirittura coi criteri della maggior precisione, onde provvedere anche ai bisogni futuri, accogliendo in ciò le vedute del direttore dell'Istituto Idrografico comm. Domenico Marchini. Questi poi apprezzando l'importanza dell'opera, volle aiutarla mettendo a disposizione della squadra non solo gli strumenti, ma inviando anche lo scrivente per dirigere quella parte dei lavori che richiedono speciale importanza, fra i quali appunto la misura della base.

La linea della base geodetica corre per un buon tratto quasi parallela alla strada che da Vallona si dirige verso la località di Ducati, e svolgendosi su di un terreno piano, attraversa il fiume stesso, e giunge alle prime colline ove sembra chiudersi la parte più orientale della vasta conca. Le catene di monti che corrono ai due lati della linea di base, quasi parallele, offrono ottimi punti di stazione per il rapido e razionale sviluppo della triangolazione. Misurato preventivamente il terreno con una cinta metrica da cento metri, nei punti fissati a distanza opportuna quali estremi di base, si costruirono, in apposite fosse, due monoliti in pietra e cemento, aventi una base quadratica di metri 1.50 di lato, e di un metro di altezza, in modo che il piano superiore risultasse circa 50 cm. al di sotto del livello del suolo. Nel centro della faccia superiore vennero murati i segnali individuanti i vari e propri estremi della base, costituiti da una scatola cilindrica di bronzo recante sul suo fondo un disco di agata. L'estremo è segnato dal centro di una croce incisa sull'agata stessa, nel quale si erge un sottile cilindretto di argento, di circa un centimetro di altezza. L'intervallo compreso fra questi due estremi venne diviso in sei sezioni di lunghezza

press'a poco eguale, in modo da riuscire misurabili con 24 successivi riporti dei fili di acciaio « invar » aventi una lunghezza di 24 metri. A segnare i termini di queste lunghezze vennero costruiti dei blocchi di calcestruzzo di forma pressochè cubica di 50 cm. di lato in modo che la faccia superiore risultasse a fior di terra, e nel centro loro venne murato un picchetto di legno duro, recante nella parte superiore una vite, dotata di un forellino verticale, atto a reggere una sottile punta metallica di un centimetro circa di altezza. Il forellino venne fatto in modo che la punta avesse a risultare esattamente nel piano verticale passante per gli estremi di base. Ognuna delle sezioni venne poi divisa alla sua volta in due parti eguali mediante piccoli, ma robusti banchetti di legno, destinati a reggere i teodoliti di allineamento.

Analoghi banchetti di legno vennero costruiti preventivamente ai lati della base in corrispondenza degli estremi di base e di sezione, per riferire mediante teodoliti laterali i punti mobili di riferimento ai punti a terra. Durante i lavori preparatori venne segnata su ogni banchetto l'esatta posizione in cui avrebbe dovuto trovarsi l'asse di rotazione verticale del teodolite per essere nel piano di allineamento della base, o nel piano ad essa normale a seconda che si trattava dei banchetti di allineamento o di quelli laterali. Così si rese facile e spedito il lavoro durante le operazioni di misura.

Il procedimento seguito nelle operazioni fu il seguente. Disposto un teodolite su di un banco di allineamento, e rettificato in modo da far segnare al filo centrale del reticolo il piano della base si disponevano i treppiedi portanti i punti mobili di riferimento in modo che questi fossero esattamente nel piano del filo. Si procedeva poi, mediante apposito livello a cannocchiale, alla determinazione dei dislivelli fra i successivi punti mobili di riferimento: indi servendosi successivamente di quattro fili, tenuti sospesi sugli appositi picchetti tensori, si misurava la distanza compresa fra i punti mobili, e finita la misura del segmento, se uno dei punti mobili si trovava al di sopra dei punti individuanti sul terreno gli estremi di sezione, con osservazioni angolari fatte mediante i teodoliti laterali si riferivano ai punti a terra le misure fatte sui punti mobili.

Non è qui il caso di accennare ai dettagli di queste singole operazioni, chè troppo sarebbe lunga la descrizione, mentre sommariamente la si trova già in relazioni di analoghi lavori fatti in altri paesi.

Dirò unicamente che le singole operazioni venivano eseguite da personale distinto, che attendendo sempre alle stesse cose assicurava grande rapidità di esecuzione, e precisione di risultati. All'allineamento dei treppiedi attesero il sottotenente di vascello Mezzadra, ed il tenente del genio ing. Ippolito, unitamente al disegnatore dell'Istituto Idrografico *O. Nasi. Il dislivello dei punti di riferimento venne determinato dal guardiamarina

di complemento S. Mereghini; le misure con i fili furono fatte dai tenenti di vascello Fr. Toscano e Br. Brivonesi, mentre le osservazioni per le riduzioni ai punti a terra vennero fatte dai tenenti del genio ing. Meloni ed ing. Alimento.

I fili di acciaio « invar » usati in queste operazioni furono quelli forniti anni or sono (nel 1913) dalla ditta J. Carpentier di Parigi portanti i numeri 412, 436, 437 e 451, di cui preventivamente era stata fatta una campionatura all'Ufficio internazionale di pesi e misure di Parigi. Essendosi usati però questi fili in molte occasioni, fra cui anche per misure speditive in Affrica, non sarebbe stato prudente considerare ancor validi i valori allora trovati, e si preferì, come è costante abitudine dell'Istituto Idrografico, eseguire una speciale campionatura preventiva sulle basi sperimentali di Marola (Spezia) e Genova, per assicurarsi, con le misure di controllo da eseguire a lavoro finito nelle stesse località, anche contro le eventuali e sempre temibili variazioni. Partendo dai valori delle lunghezze risultanti per i singoli fili da quelle campionature, si ottennero i seguenti valori per le lunghezze delle sezioni:

Misura di andata:

	Filo 412	Filo 436	Filo 437	Filo 451
	metri	metri	metri	metri
Sezione I	576.35824	576.35537	576.35488	576.35574
id. II	576.33242	576.33147	576.33218	576.33173
id. III	576.28156	576.28261	576.28069	576.27985
id. IV	576.24532	576.24465	576.24582	576.24584
id. V	576.70125	576.70094	576.70199	576.70180
id. VI	576.82706	576.82658	576.82825	576.82854

Misura di ritorno:

Sezione VI	576.82765	576.82805	576.83113	576.82655
id. V	576.70322	576.70357	576.70386	576.70369
id. IV	576.24820	576.24917	576.24948	576.25108
id. III	576.28590	576.28593	576.28477	576.28484
id. II	576.32718	576.32710	576.32651	576.32700
id. I	576.35467	576.35419	576.35523	576.35566

Da queste si ricavano per l'intera base i seguenti valori:

	Andata:	Ritorno:	A.-R.
	metri	metr	
Filo 412	3458.74585	3458.74682	— 0.97 millimetri
436	.74162	.74801	— 6.39 id.
437	.74381	.75098	— 7.17 id.
451	.74350	.74882	— 5.32 id.
MEDIA	3458.74370	3458.74866	— 4.96 id.

Considerando le lunghezze ottenute coi singoli fili, come valori indipendenti della lunghezza della base, e gli scarti del valore medio quali errori accidentali di misura, mentre in realtà contengono ancora quello sistematico della non esatta campionatura dei fili, si ottiene quale lunghezza definitiva della base il valore: metri 3458.74618, con un errore medio di ± 1.09 millimetri, che mentre è ancor lontano dal vero e proprio errore medio assoluto, perchè in esso non si è tenuto conto del grado di incertezza di cui è affetta la lunghezza accolta per i singoli fili, dà però un criterio sufficiente per giudicare della precisione, con cui vennero eseguite le misure sul terreno, e che è conseguibile con tali metodi. Paragonando questo valore con quelli analogamente ottenuti sia in Italia, che all'estero, facendo uso dei diversi tipi di strumenti (Bessel, Brunner, Ibañez, Repsold-Comstock, ecc.) si può asserire che solo in pochi e rari casi si è ottenuto valori così bassi per l'error medio accidentale di misura (Ivice: ± 0.32 mill. per chilometro di base misurata; Makon: ± 0.43 mill.; Madrideojos: ± 0.40 mill.; Strehlen: ± 0.76 mill.; Catania ± 0.85 e ± 0.47 ecc.). Nel tempo stesso poi, essendo stata fatta la misura di andata e ritorno in sole 33 ore di lavoro effettivo di misura, risulta che la velocità media è stata di circa 210 metri all'ora, superata solo in occasione della base di Meppen, mentre si ebbero velocità di soli 86 metri in quella di Grossenhain, di 125 e 187 in quelle di Königsberg e Gottinga, di 40 in quella di Strehlen, di 120 in quelle di Mahon ed Ivice, di 70 in quelle americane del nord, e di 56 nelle più recenti francesi. Questi due fatti giustificano pienamente l'uso dei fili di acciaio « invar » anche nelle misure di basi geodetiche di precisione, essendo apparso evidente che pur di usare le precauzioni necessarie a tali generi di lavori, l'errore che può risultare per ciò che riguarda le misure non è di ordine di grandezza superiore a quello che si può avere con altri sistemi. La parte più debole del sistema rimane sempre nella sicurezza relativa che si può avere nella invariabilità assoluta della lunghezza dei fili: l'aver usato però contemporaneamente quattro fili ritengo possa esser sufficiente a svelare va-

riazioni di tal genere: e lo studio accurato dei risultati offrirà campo nella relazione definitiva di chiarire questo punto.

Per ora si può asserire ad ogni modo, che per opera della Marina italiana è stata compiuta, anche in mezzo al fragore delle armi, una delle operazioni più delicate della geodesia operativa, conseguendo risultati che non sono per nulla inferiori ai lavori più precisi fatti sia da noi che presso le altre nazioni del mondo.

Matematica. — *Un tipo semplice di reti di reciprocità degeneri di 1^a specie tra spazi ad n dimensioni.* Nota di EUGENIO G. TOGLIATTI, presentata dal Socio C. SEGRE (1).

1. Una reciprocità tra un S_n ed un S'_n :

$$(1) \quad \sum a_{ij} x_i y_j = 0 \quad (i, j = 0, 1, \dots, n)$$

si dice *degenere di specie $h+1$* (e la chiameremo una S_h -reciprocità) quando il determinante $|a_{ij}|$ è di rango $n-h$; essa possiede allora, in S_n ed S'_n rispettivamente, un S_h ed un S'_h di punti singolari. Se a_{ij} sono forme lineari di parametri $\lambda_0, \lambda_1, \dots$, e se $|a_{ij}|$ è di rango $n-h$ per valori generici di questi, la (1) rappresenta un *sistema lineare* di S_h -reciprocità, che diremo *di specie $h+1$* . Esso si dirà *completo* quando non esiste un sistema lineare della stessa specie e di dimensione maggiore che lo contenga.

Dei teoremi delle due Note citate riportiamo i seguenti:

Per un fascio di S_h -reciprocità tra S_n ed S'_n esistono in S_n ed S'_n due spazi S_m, S'_m , tali che $S_m(S'_m)$ contiene tutti gli $S_h(S'_h)$ singolari ed ha, in tutte le reciprocità del fascio, lo stesso $S'_{n-m+h}(S_{n-m+h})$ corrispondente passante per S'_m (per S_m). Ed i luoghi degli spazi singolari (supposti variabili sì in S_n che in S'_n) sono rispettivamente una U_{h+1}^{n-h} ed una $V_{h+1}^{m'-h}$ appartenenti ad S_m ed S'_m .

Ad es. per $h=0$, si ottengono, come luoghi dei punti singolari, delle curve razionali normali; per $h=1$, i luoghi delle rette singolari sono delle rigate razionali normali; ecc.

I sistemi lineari completi di reciprocità degeneri tra due piani π, π' sono i seguenti: 1^o) sistema ∞^2 , di 2^a specie, delle reciprocità che hanno in π (o π') una data retta singolare; 2^o) sistema ∞^5 , di 1^a specie, delle reciprocità che hanno in π (o π') un dato punto singolare; 3^o) sistema ∞^4 , di 1^a specie, delle reciprocità in cui si corrispondono due rette, date rispettivamente in π, π' ; 4^o) rete delle S_0 -reciprocità definite dalle

(1) Questa Nota si collega ad altre due, in corso di stampa negli Atti dell'Acc. di Torino, vol. 52 (1916-17): *Sui fasci di reciprocità degeneri tra spazi ad n dimensioni; Su alcune classi di sistemi lineari di reciprocità degeneri tra spazi ad n dimensioni.*