ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCCXIV.

1917

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME XXVI.

1° SEMESTRE.

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL DOTT. PIO BEFANI

1917

Geofisica. — *Ancora sulla polodia.* Nota del Corrispondente V. CERULLI.

Fra le varie pretensiose ed erronee asserzioni contenute nella Nota di questo Rendiconto, dettata dal sig. Boccardi — della quale è piaciuto alla cortesia dell'illustre Consocio Levi-Civita farmi leggere il manoscritto — l'Accademia mi consentirà di rilevare, senza indugio, per dimostrarlo insussistente, l'appunto che il sig. Boccardi fa al metodo fin qui tenuto nel tracciamento della polodia, l'appunto, dico, di *non aver badato alla nutazione diurna.*

Si sa che i calcoli fatti finora in questo campo non erano intesi a descrivere tutte le accidentalità della curva polodica, bensì solo il suo *corso medio*, abbastanza complicato esso pure; ma potrebbe nascere il dubbio che trascurando tali accidentalità, oltre che nella rappresentazione grafica, anche nel calcolo delle coordinate medie del polo, giorno per giorno, queste ultime abbiano potuto risentirne qualche alterazione, cosicchè la polodia, quale la vediamo disegnata dal 1900 in qua, possa non essere in tutto e per tutto la genuina espressione del cammino del polo sopra la Terra.

La nutazione di cui qui si tratta è l'epiciclo che il polo dovrebbe descrivere, secondo la teoria, giornalmente attorno ad una posizione media, movendosi, non in senso diretto, come fa in generale il polo medio, bensì in senso contrario a quello in cui si compie la rotazione della Terra, vale a dire nel senso in cui sono contati gli angoli orari delle stelle e le longitudini terrestri. Se riferiamo quindi le coordinate del polo di rotazione ad un sistema cartesiano centrato nel polo geografico, ed il cui asse positivo delle x sia tangente al meridiano di Greenwich e l'asse positivo delle y tangente al meridiano che sta 90° ad occidente di Greenwich, e se indichiamo, inoltre, con μ il raggio dell'epiciclo polare e con ν la sua fase nell'istante in cui una qualunque delle stelle [1] impiegate per la misura della latitudine nelle 6 stazioni boreali, passa pel meridiano di Greenwich, le variazioni diurne delle coordinate del polo medio saranno da scrivere sotto la forma:

$$dx_0 = \mu \cos(\nu + K\lambda) \qquad dy_0 = \mu \sin(\nu + K\lambda)$$

dove λ è la longitudine rispetto a Greenwich, e contata verso Occidente,

[1] Per semplificare il discorso parlo di *stelle*, anzichè di *coppie talcottiane di stelle* poichè in sostanza la coppia equivale alla stella unica zenitale, osservata in entrambe le posizioni del Zenit-telescopio, ossia invertendo questo durante il passaggio.

della stazione in cui la stella culmina, e K un coefficiente numerico poco maggiore di 1.

La differenza $\varphi - \varphi_0$ fra l'altezza polare osservata in detta stazione e la latitudine geografica [1] dovrà, ciò posto, verificare l'equazione:

$$\begin{aligned}\varphi - \varphi_0 &= x \cos\lambda + y \sin\lambda = \\ &= [x_0 + \mu\cos(\nu + K\lambda)]\cos\lambda + [y_0 + \mu\sin(\nu + K\lambda)]\sin\lambda = \\ &= x_0\cos\lambda + y_0\sin\lambda + \mu\cos[\nu + (K-1)\lambda]\end{aligned}$$

x_0 ed y_0 denotando le coordinate del *polo medio del giorno*. L'ultimo termine per la piccolezza di μ e di $K - 1$ non si differenzia sensibilmente da $\mu\cos\nu$. È dunque una costante comune a tutte le stazioni internazionali nord, e che solo dipende dalla stella osservata. Chiamata z questa costante, le 6 stazioni forniscono quotidianamente, per ciascuna stella, 6 equazioni della forma: $\Delta\varphi = x_0\cos\lambda + y_0\sin\lambda + z$, ed è chiaro che questa forma non si altera, cioè il terzo termine resta sempre una costante, anche quando per ogni stazione si formi la media delle n equazioni rispondenti alle *n stelle di latitudine* osservate.

Risolvendo dunque le 6 equazioni di tipo

$$\varphi - \varphi_0 = x\cos\lambda + y\sin\lambda + z$$

troveremo le coordinate x ed y del polo medio di ciascun giorno senza verun pericolo che i loro valori abbiano a riuscir falsati per effetto della nutazione. Il pericolo ci sarebbe solo se la nutazione introducesse altri termini, oltre la costante z, paragonabili a questa ed agli altri due, e che noi li trascurassimo; mentre ponendo $\mu\cos[\nu + (K-1)\lambda] = \mu\cos\nu$ noi non trascuriamo che un termine in $\mu(K-1)$, vale a dire di secondo ordine.

Ora la formola dianzi scritta per $\varphi - \varphi_0$ è precisamente quella che si impiega per tracciare la polodia nel metodo delle stazioni internazionali. Il metodo stesso è dunque, almeno per quanto riguarda la nutazione, perfettamente corretto.

Ma l'elaborazione delle latitudini in base alla formola trinomia, oltre darci le coordinate del polo medio diurno indipendentemente dalla nutazione, ci ha anche insegnato che quest'ultima non ha un'amplitudine tale da poter essere avvertita, nello stato attuale della tecnica astronomica. In altre pa-

[1] La latitudine φ_0, costante per ogni stazione, è il valore che prenderebbe l'altezza polare se il polo di rotazione venisse a coincidere con l'origine fissa delle coordinate x, y. Questa origine è scelta in modo da star presso da poco nel centro delle spire della polodia, ed in essa si colloca il *polo geografico*, la cui posizione, per la indeterminatezza che le è propria, può, entro certi limiti, esser fissata ad arbitrio. Il polo geografico si chiama di solito *polo medio*, locuzione che nel testo abbiamo evitata per non far nascere confusione col polo medio diurno.

role: la polodia *vera* non si distingue dalla polodia *media*. Infatti, la fase ν variando rapidamente, di 15° circa in un'ora, se il z effettivamente risultante dal detto calcolo, ossia il termine di Kimura, provenisse dalla nutazione, o anche solo fosse $\mu \cos \nu$ parte cospicua di z, converrebbe che ogni giorno il z calcolato in media dal primo gruppo di stelle accennasse ad una differenza sistematica con quello dedotto dal secondo gruppo: ciò che non è affatto risultato finora essere il caso, tuttochè gli z si assoggettassero al più rigoroso e minuto esame, appunto per studiarne il periodo. Un periodo fu scoperto infatti, ma assai lento, di circa un anno.

È poi facilissimo vedere che le coordinate x ed y si determinano indipendentemente anche dalle variazioni del polo a periodo più corto di un giorno, nonchè dall'influsso lunare sulla verticale. Le prime, appunto per il corto periodo, si eliminano automaticamente dalle equazioni normali, ove si sommano, con completo pareggio delle più minute onde, i $\Delta\varphi$ delle diverse stazioni (1): il secondo, per essere sensibilmente eguale in tutte le stazioni internazionali, che lavorano sotto eguale latitudine e con le stesse stelle, si riversa, come la nutazione diurna, per intero sul termine z (2).

Anzichè, dunque, criticare il metodo di tracciamento della polodia, seguìto fin qui, dobbiamo riconoscere che non sarebbe facile concepirne un altro che più sapientemente provvedesse a rendere innocue tutte le benchè minime e le problematiche cause di errore.

La polodia così tracciata ha il pregio eminente di rappresentare il cammino del polo in modo del tutto sperimentale, *indipendentemente* cioè *da tutte le teorie della rotazione terrestre*, onde è un acquisto veramente prezioso così per la geofisica che per la meccanica celeste, cui porge il mezzo

(1) Si eliminerebbe anche una eventuale nutazione diurna in senso opposto al sopra considerato, che è proprio della Terra rigida.

(2) Per i periodi lunari della verticale può ripetersi lo stesso ragionamento fatto sopra per la nutazione. Se le loro amplitudini fossero accessibili ai nostri telescopî zenitali, il termine z risulterebbe diverso secondo che dedotto dall'una o dall'altra stella di ciascun giorno, e l'andamento degli z medî, in più di un decennio di lavori, avrebbe messi i detti periodi nella più perfetta evidenza. Così, l'opera internazionale delle latitudini ha creato nel termine z di Kimura un nuovo interessante problema, che non si risolve nè con l'ipotesi che il termine provenga dalla nutazione, nè con quella che lo facesse dipendere dall'azione lunare sulla verticale, o da entrambe queste cause unite insieme, entrambe le cause essendosi mostrate incapaci di dare effetti sensibili agli attuali mezzi di misura. Questo ultimo risultato potevamo aspettarcelo. Il zenit-telescopio non è il pendolo orizzontale, e nulla di più stolto del credere che quando un istrumento è impari ad un certo ordine di grandezze, si possa nondimeno arrivare a scoprir queste moltiplicando le misure. Vero è che il sig. Boccardi ci fa sapere di aver *messo in luce* variazioni di latitudine a breve periodo, *sfuggite* nel tracciamento della polodia, ma non ci dice come si assicurò che — almeno — gli *errori probabili* di tali variazioni, che vorremmo dire *osservate*, non superassero le variazioni stesse.

rigoroso di verificare teorie e calcoli, e presenta nuovi problemi *reali* da affrontare.

Il sig Boccardi estende la sua obbiezione, relativa alla nutazione diurna, anche al metodo, cui io accennava nella mia Nota del febbraio u. s., di determinar la polodia in base alle due componenti dello spostamento del Zenit in un'unica stazione. Ma se le misure si distribuiscono con qualche uniformità lungo il corso della giornata, facendole p. es. di 6 in 6, o di 8 in 8 ore ecc. ecc., è pur chiaro che la nutazione, anche supponendone percettibile l'ampiezza, viene a restare, nel medio, eliminata. Io chiamai questo metodo *puramente teorico*, ma seppi poi che ha già dato buoni risultati pratici a Pulkova ed a Leida, in epoche nelle quali il metodo tanto più sicuro delle stazioni internazionali non era stato ancora messo in opera.

Matematica. — *Affinità e superficie applicabili.* Nota di E. Bompiani, presentata dal Corrispondente Castelnuovo.

1. Nel costruire la teoria delle superficie applicabili di specie qualsiasi [1] mi sono imbattuto nella seguente questione:

« Dati due spazi affini, esistono in essi superficie corrispondenti applicabili di una determinata specie? ».

Si prevede che, fissata la specie ν dell'applicabilità, l'esistenza di tali superficie dipende dalla dimensione degli spazi che si pongono in corrispondenza affine, perchè se gli spazi hanno dimensioni abbastanza piccole, le condizioni poste dall'applicabilità possono portare all'uguaglianza dei due spazi, quindi delle due superficie. Il problema consiste dunque nel determinare un limite per la dimensione $r+1$ dei due spazi tale che al di sotto di esso non possano esistere superficie corrispondenti applicabili di specie ν.

Nella nostra teoria vedremo che il caso più interessante è quello in cui la risposta alla domanda formulata è negativa; ma anche prescindendo da questa teoria, per la quale il teorema che abbiamo in vista è fondamentale, mi pare che la questione abbia per sè interesse e d'altra parte il metodo è abbastanza semplice perchè se ne possa comprendere l'esposizione staccata dal resto della teoria.

2. Cominciamo da alcune osservazioni affatto elementari sull'affinità fra due S_{r+1}, siano S ed $\overline{S}$.

Scelti due $(r+1)$-edri ortogonali corrispondenti (come si può), le equazioni della trasformazione fra S ed $\overline{S}$ sono del tipo

$$\overline{X}_i = l_i X_i \qquad (i = 1, \dots, r+1).$$

[1] Per le deformazioni di specie ν vedi la mia Nota: *Basi analitiche per una teoria delle deformazioni delle superficie di specie superiore* [Rendic. Acc. dei Lincei, vol. XXV, serie 5ª, fasc. 9 (1916₁), pp. 627-634].