

ATTI
DELLA
REALE ACCADEMIA DEI LINCEI
ANNO CCCXIV.

1917

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME XXVI.

1° SEMESTRE.



ROMA
TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL DOTT. PIO BEFANI

1917

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Seduta del 17 giugno 1917.

F. D' OVIDIO Presidente.

MEMORIE E NOTE

DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

Matematica. — *Sulla teoria delle omografie iperspaziali.*
Nota del Corrispondente F. ENRIQUES.

È noto che la teoria delle omografie in un S_n dipende dal sistema delle equazioni che danno i punti uniti, equazioni ove entra fra le incognite — accanto alle coordinate di codesti punti — anche un fattore di proporzionalità, ρ :

[illegible]

La via classica per lo studio di queste equazioni procede da Weierstrass, e vi si muovono i lavori di Segre e Predella, la trattazione colle operazioni distributive di Pincherle ecc. Essa consiste nell'eliminare le x_i , formando dunque la risultante caratteristica

$$D(\varrho) = \begin{vmatrix} a_{00} - \varrho & a_{01} & \dots & a_{0n} \\ a_{10} & a_{11} - \varrho & \dots & a_{1n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n0} & a_{n1} & \dots & a_{nn} - \varrho \end{vmatrix} = 0;$$

alle $n + 1$ radici, in generale semplici e distinte della $D(\varrho) = 0$, rispondono $n + 1$ punti uniti dell'omografia. Ma le varie circostanze particolari delle omografie tengono, non solo alla molteplicità delle radici di $D(\varrho) = 0$,

Q_{n-1}^2 contenente un S_{n-2} è un cono proiettante da un S_{n-1} una superficie di 2° ordine, e quindi contenente due sistemi di S_{n-2}).

Risulta dall'anzidetta proprietà fondamentale, anzitutto (con ragionamento induttivo da n a $n+1$) che i punti uniti, intersezioni delle quadriche (2) fuori di β , sono in generale $n+1$; in secondo luogo che, se vi sono varietà continue di punti uniti, queste sono lineari.

Ora, se la nostra omografia possiede un S_h di punti uniti, le varietà V_h , intersezioni di $n-h-1$ fra le nostre Q_{n-1}^2 , conterranno S_h come parte; le residue V'_h s'incontreranno generalmente in $n-h$ punti fuori dello S_h . In ogni caso codeste V'_h , soddisferanno ancora alla proprietà fondamentale delle V_h , e, in conseguenza di ciò, avranno a comune sempre varietà lineari; questa conclusione si estende al caso in cui le dette V' abbiano comune una varietà entro lo S_h : si definirà così un S_h di *punti uniti doppi* ecc.

Questo rapido cenno è sufficiente a fare comprendere la definizione generale degli spazi di punti uniti multipli, di cui si riconosce tosto l'accordo colla definizione di Predella.

Ma vorrei rilevare la precisione che si ottiene nel concetto degli *spazi di punti uniti infinitamente vicini*. Qui tale locuzione s'introduce nel senso proprio che le spetta secondo la teoria generale delle singolarità: infatti *l'esistenza di spazi di punti uniti dell'omografia corrisponde a quella di spazi di contatto o d'osculatione per le quadriche (2)* e quindi per le varietà, V , intersezioni di esse, che sono generate da spazi lineari.

Emerge in pari tempo come nella teoria delle omografie si presenti soltanto il caso di spazi (di punti uniti) infinitamente vicini, che risponde ai *punti infinitamente vicini su rami lineari*, di guisachè ci si riduce infine a caratterizzare le omografie di un S_r , aventi $r+1$ punti infinitamente vicini sopra un ramo lineare; le quali posseggono, come invarianti, delle curve razionali normali di S_r ⁽¹⁾.

Può apparire a prima vista strano che non si possano avere omografie con punti uniti infinitamente vicini, all'infuori dei casi in cui questi punti si lasciano definire mediante rami lineari. Ma la ragione di ciò apparisce chiara già dall'esame delle omografie piane: se si fanno avvicinare due punti uniti B e C ad un punto unito A , in direzioni diverse, l'omografia si riduce ad un'omologia speciale di centro A , il cui asse passa per A ; altrettanto avviene se si fanno avvicinare ad A i due punti uniti B e C , movendosi sopra un ramo di second'ordine.

⁽¹⁾ Già parecchi anni or sono, il sig. Fano ed io avemmo occasione di scambiarcene verbalmente questa proposizione, che avevamo indipendentemente osservata, e che può servire di fondamento e d'illustrazione alla riduzione dell'omografia a forma canonica. Una verifica analitica diretta della proposizione anzidetta, fu data dalla sig.^{ra} Maria So-stegni nella sua tesi di laurea presentata all'Università di Bologna nel 1914 (e non pubblicata).