

ATTI
DELLA
REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCCXIV.

1917

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME XXVI.

2° SEMESTRE.



ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL DOTT. PIO BEFANI

1917

denti piani polari, il luogo di queste rette è una rigata sviluppabile che può chiamarsi *rigata assiale*; questa ha evidentemente per piani tangenti i piani polari e quindi risulta tangente all'ellissoide d'inerzia ed è ad esso invariabilmente collegata. Si ha dunque questa semplice rappresentazione cinematica:

« Il moto del sistema si può riprodurre facendo rotolare l'ellissoide « centrale d'inerzia sul piano polare, mentre questo ruota intorno alla « sua retta di contatto con la rigata assiale ».

Fisica. — *Sulla scoperta delle leggi delle variazioni adiabatiche dello stato gazo.* Nota I di G. GUGLIELMO, presentata dal Socio P. BLASERNA ⁽¹⁾.

La relazione $pv^{\gamma} = \text{costante}$ fra le variazioni adiabatiche della pressione e del volume dei gaz perfetti fu, per molto tempo e da molti autori, attribuita a Poisson, ma taluni l'hanno attribuita invece a Laplace.

Avogadro (Mem. dell'Acc. delle Scienze di Torino, tomo 33, 1829) scrivendo pochi anno dopo la pubblicazione della formula, e combattendo le obiezioni che ad essa faceva Ivory, l'attribuisce a Poisson.

Cazin invece (Ann. de ch. et de ph., 1862) in uno studio importante sulla espansione e compressione dei gaz, chiama questa relazione e quella fra il volume e la temperatura, equazioni di Laplace e di Poisson, ritenendo quindi che nessuno dei due possa esserne considerato come l'unico autore incontrastato.

Nel trattato di Fisica di Jamin, interamente rifiuto da Bouty (4^a ediz., vol. II**, pag. 50), la formula suddetta viene attribuita a Laplace, ed in nota si osserva: « Poisson, a cui taluni autori attribuiscono questa formula, non ne ha dato che una dimostrazione inesatta ». [Laplace, *Mécanique céleste*, t. V, pag. 153; Poisson, *Traité de mécanique*, t. II, pag. 64 (640 invece); Journal de l'École Polytechnique, XIV cahier].

Confidando forse in questa affermazione, anche il Roiti (*Trattato di Fisica*, 5^a ediz., vol. I, pag. 483) attribuisce la formula a Laplace, e così fanno Chappuis et Berget (*Phys. générale*, vol. I, pag. 401, 2^a edizione) e Leduc (Journ. de phys., 1916, pag. 9) mentre Waltenhofen, Chwolson, Battelli e Cardani nei loro trattati l'attribuiscono a Poisson.

Finalmente il prof. Grassi, in una Nota recente (Rend. dell'Accad. dei Lincei, marzo 1916) citando l'affermazione di Bouty, precisa l'errore a cui essa accenna, osservando che esso « consiste essenzialmente nell'aver considerato dq/dp e dq/dv come derivate parziali, mentre noi oggi sappiamo che

(1) Pervenuta all'Accademia l'11 agosto 1917.

non lo sono » (?) « e sappiamo ciò appunto perchè siamo venuti a conoscere il principio dell'equivalenza; e nei trattati di termodinamica si procura sempre di mettere in evidenza che, in forza di questo principio, quella quantità che si chiama la variazione di calore, il dq , non è un differenziale esatto ».

« Il Poisson non conosceva il principio di equivalenza ed ha continuato, fino alla fine della sua dimostrazione, a considerare come derivate parziali di una medesima funzione q le due espressioni suddette ».

Non si può far carico all'autore di un'opera in cinque grossi volumi, cioè al Bouty, se in essa si trova un'opinione, esposta incidentalmente e molto brevemente, che è discutibile, ma che i limiti dell'opera, pur così estesa, impediscono di discutere a fondo. Tuttavia si deve notare che la suddetta affermazione riesce un po' ambigua a chi la consideri con qualche attenzione e senza preconcetti. Non vi si accenna alla priorità e si può credere che, secondo l'ordine naturale, Poisson abbia dato prima la dimostrazione inesatta e poi Laplace quella esatta, e così parrebbe perchè la seconda opera citata del Poisson è anteriore a quella di Laplace. Ma in tal caso non pare equo che autore di una formula debba dirsi non chi primo la trova ma chi primo ne dà una dimostrazione esatta. Si può credere invece che la dimostrazione di Laplace sia anteriore ed allora pare strano che Poisson, che non poteva ignorarla, voglia dare una dimostrazione inesatta e persistervi nelle due edizioni del suo trattato di Meccanica.

Aggiungasi che Poisson ha dato due dimostrazioni del tutto diverse della sua formula, e rimane dubbio se l'una o l'altra od entrambe siano inesatte.

Ho creduto utile di consultare le Memorie originali di Laplace e di Poisson (e di qualche contemporaneo) non tanto per chiarire chi sia il vero autore della formula (ciò che può parere ozioso) quanto per vedere come Laplace potesse dare una dimostrazione esatta di una formula che deriva immediatamente dall'espressione analitica del primo principio di Termodinamica, che egli non conosceva. Ne ho ricavato parecchie notizie e dimostrazioni poco note, di lettura non facile per la diversità ed indeterminazione di alcuni simboli, le quali mi pare opportuno di riassumere semplificandole notevolmente coll'uso delle notazioni odierne, ed anche col sostituire il volume specifico v , ora usato generalmente, alla densità ρ usata dai suddetti autori, ciò che semplifica le formule differenziali.

Come Poisson riferisce (Ann. de ch. et de ph., maggio 1823) già Lagrange nelle sue prime ricerche sulla teoria del suono (Memorie antiche dell'Acc. delle Sc. di Torino, vol. II, pag. 153, 1760) avendo ottenuto con un calcolo rigoroso la formula di Newton sulla velocità del suono, ed avendo dimostrato che, contrariamente all'opinione di Eulero, essa non dipende dall'ampiezza delle vibrazioni, aveva osservato che si potevano mettere d'ac-

cordo i risultati della formula e quelli delle esperienze nell'aria, supponendo che la pressione p dell'aria cresca più rapidamente della sua densità ρ , secondo la formula

$$(1) \quad \frac{p}{\rho^{4/3}} = \text{costante}, \quad \text{ossia} \quad p v^{4/3} = \text{costante}.$$

Egli però non potè dare nessuna ragione fisica che spiegasse questa deviazione dalla legge di Boyle $p v = \text{costante}$.

Laplace (dove e quando non risulta) trovò la causa di questa deviazione nel fatto che l'aria per effetto delle alternative e rapidissime condensazioni e rarefazioni prodotte dal passaggio delle onde sonore, rispettivamente si riscalda e si raffredda, e quindi alla variazione di pressione prodotta dalla variazione di densità e considerata nella legge di Boyle, si aggiunge quella prodotta dalla variazione di temperatura.

Poisson, come Laplace riferisce (*Meccanica celeste*, 2^a ediz. delle opere, vol. V, pag. 109) ha sviluppato questa spiegazione in una dotta Memoria (che è inserita nel *Journal de l'École Polytechnique*, cahier XIV, 1808, e che non ho potuto consultare) ed ha ottenuto per la velocità del suono la formula:

$$(2) \quad v = \sqrt{\frac{gh}{\rho} \left[1 + \frac{\alpha \omega}{(1 + \alpha \theta) \gamma} \right]}.$$

essendo g l'accelerazione della gravità, h , ρ , θ ed α la pressione, la densità, la temperatura ed il coefficiente di dilatazione termica dell'aria, ed ω l'aumento di temperatura che produce la piccola e rapidissima condensazione $\gamma = d\rho/\rho$.

Laplace (*Ann. de ch. et de ph.*, 1816) enuncia senza dimostrare il teorema che la velocità del suono nell'aria è uguale a quella che risulta dalla formula di Newton moltiplicata per $\sqrt{c_p/c_v}$.

In seguito (*Bulletin de la Soc. Philomatique*, 1821, pp. 165-166, *Mécanique céleste*, vol. V, libro XII, aprile 1823), supponendo che il calore sia un fluido che formi attorno alle molecole atmosfere che siano attratte da queste ma che si respingano fra loro, egli calcola la velocità del suono e dimostra così il suddetto teorema.

Inoltre, indicando con c_p , c_v quelle quantità di calore che, a pressione costante oppure a volume costante fanno crescere rispettivamente il volume specifico o la pressione della frazione α coefficiente di dilatazione o di aumento di pressione, egli pone:

$$(3) \quad c_p = \left(\frac{\partial q}{\partial v} \right)_p \alpha v \quad c_v = \left(\frac{\partial q}{\partial p} \right)_v \alpha p$$

e, difatti, se questi ∂v e ∂p fossero rispettivamente eguali ad αv e ad αp ,

ciò che corrisponderebbe per definizione al riscaldamento di 1°, si avrebbe $(\partial q)_p = c_p$, $(\partial q)_v = c_v$ (1).

Dividendo la prima per la seconda di queste uguaglianze, ed indicando con k il rapporto c_p/c_v , Laplace ottiene l'equazione a derivate parziali:

$$(4) \quad v \left(\frac{\partial q}{\partial v} \right)_p - kp \left(\frac{\partial q}{\partial p} \right)_v = 0$$

e supponendo k costante in conformità coi risultati dell'esperienza ed integrando, ricava:

$$(5) \quad q = \psi(pv^k) = A + Bf(pv^k)$$

dove A e B sono due costanti arbitrarie e ψ ed f due funzioni pure arbitrarie.

Nel caso di q costante Laplace (che suppone anche T costante?) ottiene l'equazione:

$$(6) \quad c_v \frac{dp}{p} + c_p \frac{dv}{v} = 0$$

che può scriversi anche $dp/p + kdv/v = 0$.

Non è supponibile che Laplace non vedesse che dalle relazioni (5) come anche dalla (6) risulta la relazione $pv^k = \text{costante}$, tuttavia egli non la ricavava mai, sia che non volesse uscire dal suo argomento (il calcolo della velocità del suono nell'aria), sia che la ritenesse senz'altro evidente, e senza importanza.

Rispondendo ad una lettera e ad osservazioni di Plana, nel maggio 1823, egli osserva, infatti, che la sua formula serve a calcolare il calore generato dalla compressione rapida dell'aria, ma questo cenno, il solo dal quale risulti che egli s'è occupato di questo argomento, non venne reso pubblico che venti anni dopo in una Memoria dello stesso Plana.

Sebbene Laplace ed i suoi contemporanei definiscano q come la quantità di calore posseduta da un corpo, tuttavia, siccome questa non è misurabile, nelle loro formule che sono basate sull'esperienza compare ciò che è misurabile, cioè la quantità di calore che esso corpo cede o riceve nelle condizioni che si considerano.

Anche riportandosi a quei tempi ed a quelle idee, si deve considerare come una svista se essi hanno considerato questo calore come funzione dello stato del corpo. Laplace lo considera espressamente come la somma del ca-

(1) Tuttavia queste definizioni di c_p e di c_v non sono rigorose (o almeno non sono d'accordo colle definizioni solite) che a 0°; difatti poichè $pv = RT$, $p(v + \delta v) = R(T + 1)$, $(p + \delta p)v = R(T + 1)$, gli aumenti di volume a pressione costante e di pressione a volume costante che produce il riscaldamento di 1° sono: $\delta v = R/p = v/T$, $\delta p = R/v = p/T$ e non come ammette Laplace αv ed αp , cioè v/T_0 e p/T_0 .

lore apparente e del calore latente; ora il primo fa variare lo stato del corpo (p. es. v e T del mercurio dei termometri), e l'altro non lo fa variare (altrimenti sarebbe apparente e non già latente) e quindi non può essere considerato come funzione di tale stato, nè può esser considerata come funzione di tale stato la somma suddetta, cioè q .

Fisica. — *Sul secondo postulato della teoria della relatività.*
Nota di QUIRINO MAJORANA, presentata dal Socio P. BLASERNA ⁽¹⁾.

La teoria della relatività sorse basandosi su due postulati fondamentali, ben conosciuti. Il primo afferma la impossibilità di scoprire il moto di un sistema senza riferire questo ad altri sistemi; in altri termini nega la realtà fisica del *moto assoluto*. Il secondo afferma che la velocità c di propagazione della luce nel vuoto, sia una costante universale. Entrambi questi postulati sono generalizzazioni di fatti o principii, già dapprima comunemente ammessi dai fisici. Così, il primo è, in certo modo, la estensione, anche ai fenomeni ottici od elettrici, di un principio della meccanica classica, estensione giustificata dall'esito negativo di talune esperienze (Michelson e Morley, Trouton e Noble) tendenti a scoprire il moto assoluto terrestre od il *vento di etere* traversante la materia terrestre. Il secondo postulato è la generalizzazione di un principio fondamentale nella teoria delle ondulazioni eternee e nell'elettromagnetismo. Questi due principii ben accettati, separatamente, ai cultori moderni di fisica, furono tratti da capitoli di questa disciplina assai disparati; e, una volta richiamati, la loro origine fu quasi dimenticata; una costruzione ingegnosa sorse poi sul loro connubio: la teoria della relatività. Questa, pur ripudiando, secondo Einstein ed altri, taluna delle concezioni teoriche che avevano servito di base alla formulazione del secondo postulato (l'etere), serve a spiegar bene l'insuccesso delle esperienze citate più sopra.

Ora, la nostra mente, abituata, come diceva Ritz, a « *sostanzializzare* » i fenomeni fisici, mentre afferra facilmente la essenza del primo postulato, non altrettanto fa col secondo; tanto più che, come si è detto, taluni fautori delle teorie relativistiche non ritengono necessaria la esistenza del mezzo eterneo di trasmissione, per spiegare la costanza di c . Inoltre, dal secondo postulato, o da una certa parte di esso, dipendono le conclusioni che appaiono artificiali o strane di tutta la teoria relativistica (*). Questo secondo postulato va inteso nel senso che un osservatore, misurante la velocità della luce proveniente da una sorgente luminosa, trova sempre lo stesso valore, per tale velocità, tanto che egli e la sorgente sieno in quiete *relativa* o

(1) Pervenuta all'Accademia il 1° settembre 1917.

(*) Carmichael, Phys. Rev., 1912, XXXV, pag. 168.