

ATTI
DELLA
REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCCXV.

1918

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME XXVII.

1° SEMESTRE.



ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL DOTT. PIO BEFANI

1918

con un errore medio della semiamplitudine $= \pm 0''.006$. Questa sinusoidale, che è naturalmente più vicina alla verità che le quattro precedenti, ci mostra, oltre un avvicinamento della fase iniziale al valor teorico, anche una decisa tendenza della semiamplitudine ad annullarsi o, se vogliamo, ad abbassarsi verso il valor minimo voluto dalla teoria ($0''.008$).

Possiamo dunque conchiuderne che le misure di Pino Torinese, lungi dal lasciar apparire decuplicato l'effetto lunare sulla latitudine, non fanno che confermarne l'evanescenza (¹).

Fisica. — *Sul funzionamento del rocchetto di induzione con gli interruttori di tipo recente.* Nota del CORRISP. O. M. CORBINO.

1. L'uso dei moderni tipi di interruttori rotativi rapidi nei quali la corrente primaria viene stabilita e interrotta da un getto rotante di mercurio in seno a un gas inerte e con grande frequenza, ha profondamente modificato le condizioni antiche di funzionamento del rocchetto d'induzione. Anzitutto la rapidità della rottura permette di fare a meno del condensatore, cosicchè la teoria della fase di apertura si semplifica riducendosi questa a una scarica senza oscillazioni. In secondo luogo la frequenza con la quale si susseguono le chiusure e le aperture fa sì che la corrente primaria viene interrotta prima che abbia raggiunto il valore di regime, e ristabilita spesso, mentre ancora sussiste la corrente secondaria destata dalla precedente rottura.

Ottenere dal rocchetto, in tali condizioni, correnti secondarie intense e assolutamente unilaterali, come occorrono, ad esempio, nella radiografia intensiva, richiede un esame accurato teorico e sperimentale del funzionamento del rocchetto. Questo esame è stato iniziato e approfondito da qualche tempo con varie ricerche mie e del dott. Trabacchi; esse ci hanno condotto alla costruzione di alcuni apparecchi per raggi X il cui successo tecnico è essenzialmente collegato coi risultati di quegli studi che noi andremo ora esponendo e che serviranno di illustrazione alle memorie puramente descrittive già pubblicate.

(¹) Il precedente metodo di ricerca era già stato adoperato da Schweydar sulla serie di latitudini ottenuta in Pulkova con δ Cassiopejæ dal 1904 al 1911. Risultò la fase iniziale in perfetto accordo con la teorica, ma l'amplitudine quadrupla di quanto voleva il calcolo: ciò che Schweydar fu lontano dal ritenere una scoperta, l'error medio importando, al solito, una non insignificante aliquota della quantità misurata. Vedi Astr. Nachrichten, Bd. 193, pag. 347 segg.

Un'altra serie di latitudini studiata al riguardo del termine lunare (dal sig. Shida) fu quella accuratissima di Carloforte (servizio internazionale), che fornì la semiamplitudine $0''.009$, in quasi perfetto accordo con la teoria (Astr. Nachrichten, loc. cit.).

In questa Nota sarà dedotta la legge di svolgimento della corrente secondaria e la potenza ottenibile al secondario, nella ipotesi che il ricevitore abbia, come i tubi per raggi X non mollissimi, una caratteristica di tipo lineare ($V = a + bi$, dove V è la tensione, i la corrente, a e b due costanti); e che per virtù dell'interruttore e del sistema adottato di due avvolgimenti primari atti a produrre magnetizzazioni opposte del nucleo, si succedano rapidamente chiusure e rotture del circuito primario con funzionamento alternativo dei due avvolgimenti. Sarà così dimostrato che l'artificio di far seguire a una rottura una chiusura atta a magnetizzare il nucleo in senso opposto, artificio che noi abbiamo usato nel nostro apparecchio, non può condurre da solo a buoni risultati, senza le precauzioni di cui la teoria e l'esperienza hanno rivelato la necessità e l'importanza.

Per non complicare l'esposizione ammetterò che siano trascurabili le fughe magnetiche fra primario e secondario, ciò che non altera le conclusioni qualitative sull'andamento dei fenomeni. Con ciò le equazioni che dominano lo svolgimento delle correnti secondarie nella fase di chiusura sono assai più semplici di quelle risolte nella mia prima Memoria del 1908 (1).

Chiamando L la self del primario, m il coefficiente di moltiplicazione del rocchetto, eguale al rapporto fra i numeri delle spire secondarie e primarie, M il coefficiente di induzione mutua, E la f. e. m. costante agente nel primario, r_1 ed r_2 le resistenze ohmiche del primario e del secondario, si avrà

$$\begin{aligned} r_1 i_1 + L \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt} &= E \\ r_2 i_2 + m^2 L \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_1}{dt} + a + bi_2 &= 0 \end{aligned}$$

poichè la self del secondario è m^2 volte quella del primario.

L'ultima equazione, ponendo

$$r_2 + b = r$$

può essere scritta

$$r i_2 + m^2 L \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_1}{dt} = -a$$

e inoltre, osservando che $M = mL$, dalle due equazioni relative al primario e al secondario si possono ottenere queste altre, nelle quali le correnti i_1 e i_2 sono separate in due equazioni distinte:

$$\begin{aligned} r_1 i_1 + L \frac{r + m^2 r_1}{r} \frac{di_1}{dt} &= E \\ r i_2 + L \frac{r + m^2 r_1}{r_1} \frac{di_2}{dt} &= -a. \end{aligned}$$

(1) O. M. Corbino, *Ricerche teoriche e sperimentali sul funzionamento ecc.*, Nuovo Cimento, vol. 15, pag. 303, 1908.

Posto

$$\alpha = \frac{r_1 r}{L(r + m^2 r_1)}$$

queste equazioni hanno per soluzione

$$\begin{aligned} i_1 &= A + B e^{-\alpha t} \\ i_2 &= C + D e^{-\alpha t}, \end{aligned}$$

dove A, B, C, D sono costanti da determinare con le condizioni ai limiti.

Cominciando da i_1 si osservi che i valori di A e B sono indipendenti dal fatto che la chiusura sussista per un tempo breve o lunghissimo. Ma in quest'ultimo caso si avrebbe, per t grandissimo,

$$i_1 = \frac{E}{r_1}, \quad \text{cioè} \quad A = \frac{E}{r_1}.$$

Inoltre la quantità di elettricità passata in meno per il processo induttivo dopo un tempo lunghissimo, deve essere eguale alla variazione del flusso divisa per r_1 . Se all'istante della chiusura sopravvive nel secondario la corrente di apertura anteriore, col valore I_τ , e se la nuova chiusura tende a produrre una magnetizzazione di senso opposto, il flusso nel primario varierà da MI_τ a $-L \frac{E}{r_1}$; e perciò

$$\int_0^\infty B e^{-\alpha t} dt = -\frac{B}{\alpha} = \frac{MI_\tau + L \frac{E}{r_1}}{r_1} = \frac{L}{r_1} \left(mI_\tau + \frac{E}{r_1} \right),$$

da cui

$$B = -r \frac{mI_\tau + \frac{E}{r_1}}{r + m^2 r_1}.$$

Sarà perciò

$$i_1 = \frac{E}{r_1} - \frac{r}{r + m^2 r_1} \left(mI_\tau + \frac{E}{r_1} \right) e^{-\alpha t}.$$

Se invece la chiusura determinasse un campo magnetico nel medesimo senso del precedente, come nei dispositivi anteriori, sarebbe

$$\int B e^{-\alpha t} dt = \frac{MI_\tau - L \frac{E}{r_1}}{r_1} = \frac{L}{r_1} \left(mI_\tau - \frac{E}{r_1} \right)$$

e quindi

$$i_1 = \frac{E}{r_1} - \frac{r}{r + m^2 r_1} \left(mI_\tau - \frac{E}{r_1} \right) e^{-\alpha t}.$$

Si riconosce da ciò che per il fatto che, il secondario è chiuso sul ricevitore, la corrente primaria già dal primo istante raggiunge un certo valore, continuando poi a crescere esponenzialmente fino al valore di regime $\frac{E}{r_1}$. Ma il valore iniziale rapidamente raggiunto è eguale a

$$\frac{E}{r_1} - \frac{r}{r + m^2 r_1} \left(m I_\tau + \frac{E}{r_1} \right)$$

qualora la chiusura provochi una magnetizzazione opposta alla precedente; mentre è eguale a

$$\frac{E}{r_1} - \frac{r}{r + m^2 r_1} \left(m I_\tau - \frac{E}{r_1} \right)$$

quando la nuova magnetizzazione è nello stesso senso della primitiva. In quest'ultimo caso perciò la corrente primaria sarà più intensa fin dalla chiusura e conserverà valori più alti fino alla rottura, ciò che come vedremo attenua il trasferimento di energia dal primario al secondario, mentre accresce le perdite ohmiche nel primario.

Ma di maggior interesse è lo studio della corrente secondaria, governata come si è visto dalla equazione

$$(1) \quad r i_2 + L \frac{r + m^2 r_1}{r_1} \frac{d i_2}{d t} = - a$$

e quindi dalla relazione

$$i_2 = C + D e^{-\alpha t}$$

con

$$\alpha = \frac{r r_1}{L(r + m^2 r_1)}$$

Per considerare il caso ordinario in cui la chiusura trovi nel secondario una corrente I_τ derivante dalla rottura anteriore, e tener conto che la presenza del tubo con la sua caratteristica equivale a quella di una resistenza e di una forza contro elettromotrice a , si osservi che dopo un tempo lunghissimo si dovrebbe avere nel caso di una forza contro e. m. di *senso costante*

$$i_2 = - \frac{a}{r};$$

e perciò dev'essere

$$C = - \frac{a}{r}.$$

Questo valore di C è esatto anche nel caso del tubo, considerando la i_2 fino al momento in cui essa si annulla.

Se poi si indica con I_2 il valore che assume la corrente secondaria dopo qualche istante dalla chiusura, si riconosce che dev'essere

$$(2) \quad i_2 = -\frac{a}{r} + \left(I_2 + \frac{a}{r} \right) e^{-\alpha t},$$

poichè deve essere per $t = 0$ (chiusura)

$$i_2 = I_2,$$

e per t grandissimo

$$i_2 = -\frac{a}{r}.$$

Per determinare I_2 si osservi che se il processo di chiusura si svolgesse in pieno, la quantità di elettricità passata per gli *effetti induttivi* dovrebbe essere pari alla variazione del flusso divisa per la resistenza. Ma la quantità di elettricità dovuta al processo induttivo risulta dal termine esponenziale di i_2 integrato fra 0 e ∞ , ed è perciò eguale a

$$\frac{I_2 + \frac{a}{r}}{\alpha} = \left(I_2 + \frac{a}{r} \right) \frac{L(r + m^2 r_1)}{r r_1}.$$

Il flusso varia da $L_2 I_\tau$ a $-M \frac{E}{r_1} - L_2 \frac{a}{r}$, poichè sostituendo al tubo una pila di f. e. m. $-a$, la corrente finale nel secondario sarebbe $-\frac{a}{r}$.

Si può quindi scrivere

$$\left(I_2 + \frac{a}{r} \right) \frac{L(r + m^2 r_1)}{r r_1} = \frac{L_2 I_\tau + M \frac{E}{r_1} + L_2 \frac{a}{r}}{r}$$

da cui ponendo

$$\mu = \frac{r}{r_1} + m^2, \quad V_\tau = a + r I_\tau$$

e ricordando che si ha

$$M = mL, \quad L_2 = m^2 L$$

si ottiene

$$r I_2 = -a + \frac{m^2}{\mu} V_\tau + m \frac{r}{\mu} \frac{E}{r_1}$$

o anche

$$(3) \quad I_2 = -\frac{a}{r} + \frac{m^2}{\mu r} V_\tau + \frac{m}{\mu} \frac{E}{r_1} = -\frac{a}{r} + \frac{m^2}{\mu r} (a + r I_\tau) + \frac{m}{\mu} \frac{E}{r_1}.$$

Cosicchè l'effetto della chiusura sarà di portare rapidissimamente la corrente I_τ già esistente nel secondario al valore I_2 . Che se la chiusura fosse avvenuta in modo da magnetizzare il nucleo nel medesimo verso, allora si sarebbe ottenuta una corrente iniziale I'_2 data da

$$I'_2 = -\frac{a}{r} + \frac{m^2}{\mu r} V_\tau - \frac{m}{\mu} \frac{E}{r_1} = -\frac{a}{r} + \frac{m^2}{\mu r} (a + r I_\tau) - \frac{m}{\mu} \frac{E}{r_1}.$$

Dai valori iniziali I_2 o I'_2 la corrente decresce fino a zero secondo la legge rappresentata dalla (2) che corrisponde a una esponenziale di ampiezza $I_2 + \frac{a}{r}$ riferita a un asse delle ascisse spostato in alto di $\frac{a}{r}$, e perciò di andamento ripido, quasi rettilineo. Le migliori condizioni sperimentali, per quanto riguarda il ricavo di correnti secondarie intense, si otterranno quando è maggiore il valore di I_2 . E si riconosce senz'altro che a parità di condizioni è sempre

$$I_2 > I'_2$$

e che perciò la chiusura con magnetizzazione invertita sarà sempre preferibile a quella con magnetizzazione diretta rispetto alla precedente. Ma anche la chiusura a magnetizzazione invertita potrà non dare i suoi effetti più efficaci, qualora non siano convenientemente scelti gli elementi da cui dipende il valore di I_2 .

Essi sono, per un dato tubo, I_τ , m ed E . Il valore di I_τ , corrente residua secondaria al momento della chiusura, dipende dalla durata della pausa fra l'apertura e la chiusura, e dalla durezza del tubo, nel senso che se questo è molto duro la corrente secondaria di rottura, che si svolge anch'essa quasi secondo una retta d'inclinazione variabile, si sarà ridotta di molto nel tempo della pausa. Se il tubo è molle, e la pausa è breve, la chiusura sopravviene mentre la corrente secondaria, e quindi I_τ , non è molto diminuita dal valore iniziale. La formola ci dice intanto che I_2 è diverso da I_τ , ma sempre maggiore del valore che avrebbe avuto se I_τ fosse nulla, cioè se la chiusura seguisse dopo una pausa molto lunga.

La discussione della formola (3) si facilita se invece di considerare l'intensità massima I_2 che si stabilisce poco dopo la chiusura si prende in esame la tensione V_2 esistente ai poli del tubo, tensione che si può ritenere eguale a $r I_2 + a$, trascurando la perdita ohmica $r_2 I_2$ nel secondario.

Si ottiene dalla (3)

$$V_2 = \frac{m}{\mu} \left(m V_\tau + r \frac{E}{r_1} \right) = \frac{m^2}{m^2 + \frac{r}{r_1}} V_\tau + \frac{\frac{r}{r_1}}{m^2 + \frac{r}{r_1}} m E.$$

E questa formola ci dice che, dopo la chiusura, la tensione ai poli del tubo

risulta da due frazioni complementari della tensione V_{τ} preesistente prima della chiusura e della tensione mE che si desterebbe nel secondario aperto per virtù della tensione E applicata bruscamente al primario.

Se il primario venisse chiuso in corto circuito, anziché sulla tensione E , V_2 si ridurrebbe alla prima parte; se la chiusura sulla tensione E tardasse di tanto da potersi considerare esaurita la precedente corrente di rottura, e quindi nullo V_{τ} , sussisterebbe solo la seconda. Si vede da ciò che la chiusura con senso opposto di magnetizzazione mentre ancora sopravvive la precedente corrente di rottura, esalta la tensione rispetto a quella propria della chiusura, ma può farla discendere al di sotto del valore V_{τ} esistente quando la chiusura avviene. Invero se si ha

$$mE < V_{\tau}$$

risulta

$$V_2 < V_{\tau}.$$

In altri termini una chiusura intempestiva può nuocere in quanto deprime di colpo la tensione e quindi la corrente preesistente; ciò darà effetti più gravi se m , coefficiente di moltiplicazione del rocchetto, è piccolo come nei rocchetti esistenti. Che se si dà a E ed m un valore elevato, sarà possibile ottenere, anche con una chiusura rapidamente stabilita dopo la rottura, che la tensione e quindi la corrente preesistenti vengano esaltate anziché depresse dalla chiusura.

Da alcuni diagrammi della corrente secondaria, che saranno presto pubblicati dal dott. Trabacchi, apparirà nettamente confermata dall'esperienza la previsione fatta sulla influenza della durata della pausa, della tensione primaria e del coefficiente di moltiplicazione, ottenendosi così la giustificazione degli ottimi risultati pratici raggiunti con l'apparecchio radiologico costruito.

Ma la semplice considerazione della intensità e della tensione secondaria va integrata, per un esame completo della questione, con lo studio della energia complessiva ricavabile al secondario per effetto di una rottura seguita da una chiusura, poichè se questa avviene intempestivamente, quando sussiste ancora una notevole energia magnetica nel nucleo tuttora magnetizzato dalla corrente secondaria non esaurita, è da prevedere che sostituendosi al libero svolgimento nel tubo della energia di rottura la nuova chiusura, debba derivarne una perdita dell'energia totale trasferita al secondario.

Per valutare l'energia complessiva W_2 ricavata al secondario come effetto di una rottura e di una chiusura operata quando l'intensità di rottura ha ancora il valore I_{τ} , osserviamo che la rottura esplicantesi in pieno liberebbe una energia totale $\frac{L I_1^2}{2}$, dove I_1 è la corrente primaria all'istante

della rottura; ma di questa una parte $m^2 \frac{LI_1^2}{2}$ è ancora concentrata nel nucleo magnetico al momento della chiusura; cosicchè indicando con W_c la totale energia svolta nella fase di chiusura si avrà

$$(4) \quad W_2 = L \frac{I_1^2}{2} - m^2 \frac{LI_1^2}{2} + W_c.$$

Per valutare W_c si consideri la (1) che può essere scritta

$$L \frac{r + m^2 r_1}{r_1} \frac{di_2}{dt} = - (a + r i_2) = -v,$$

dove v denota la tensione agli estremi del ricevitore, qualora si trascuri la resistenza interna r_2 del secondario.

Moltiplicando per i_2 e integrando fra 0 e t si ottiene

$$\frac{1}{2} L \frac{r + m^2 r_1}{r_1} (I_2^2 - I_t^2) = \int_0^t v i_2 dt,$$

dove I denota la corrente secondaria iniziale e I_t la corrente secondaria al tempo t . Se si sceglie t in modo che sia divenuto $I_t = 0$, cioè che sia cessata la corrente secondaria, il secondo membro diviene la potenza W_c svolta nel secondario; si ha perciò

$$W_c = \frac{1}{2} L \frac{r + m^2 r_1}{r_1} I_2^2 = \frac{1}{2} L \mu I_2^2$$

e poichè abbiamo nella (3) il valore di I_2 sarà facile dedurre W_c .

Sostituendone il valore in (4) si ottiene per la energia totale W_2 , dopo alcuni facili calcoli,

$$W_2 = \frac{L}{2} \left[I_1^2 + \frac{r_1}{r + m^2 r_1} \left(\frac{mE - a}{r_1} \right)^2 + \frac{m^2}{r + m^2 r_1} I_1 \{ 2(mE - a) - r I_1 \} \right].$$

Come si riconosce, W_2 risulta di tre parti: la prima, rappresentata dal 1° termine, corrisponde alla energia che si ricaverebbe dalla sola rottura se questa si svolgesse fino all'esaurimento della corrente secondaria; la seconda, data dal 2° termine, misura l'energia corrispondente a una chiusura isolata; l'insieme dei primi due termini darebbe l'energia dovuta a una rottura seguita da lunghissima pausa e dalla seguente chiusura ($I_1 = 0$); finalmente il terzo termine fornisce l'eccesso di energia derivante dal fatto che la chiusura con magnetizzazione opposta avviene mentre sopravvive

ancora, col valore I_τ , la corrente di rottura. Ma questo termine aggiuntivo non è *sempre* favorevole. Infatti se fosse

$$2(mE - a) < rI_\tau$$

il terzo termine diverrebbe negativo, e l'energia ottenuta sarebbe minore di quella spettante a una rottura e a una chiusura molto distanti nel tempo. Questa azione ostacolatrice della intempestiva chiusura, per un dato I_τ , si produrrà tanto più facilmente quanto più sono piccoli m ed E .

Ma anche quando il terzo termine è positivo, la sua entità può esser diversa, a seconda del tempo di pausa, da cui dipende I_τ , e dei valori di m e di E . Il valore più favorevole si ottiene risolvendo un semplice problema di massimo per la espressione

$$I_\tau [2(mE - a) - rI_\tau]$$

nei riguardi di I_τ , qualora si voglia determinare la durata più vantaggiosa di pausa, o il valore più conveniente di I_τ . Si ottiene così

$$mE = a + rI_\tau = V_\tau ;$$

occorre cioè che la tensione di chiusura *a circuito aperto*, mE , sia eguale alla tensione totale V_τ esistente nel secondario. Più è breve la pausa e più è elevata la tensione secondaria superstite V_τ al momento della rottura, più dovrà esser grande il coefficiente di moltiplicazione m del rocchetto, se si vuole che l'energia totale superi notevolmente quella che spetterebbe allo insieme di una rottura e di una chiusura che non si sovrappongano insieme. Che se il coefficiente di moltiplicazione m e la tensione E non sono abbastanza elevati, non solo si perderanno i vantaggi della compenetrazione dei processi di rottura e di chiusura, ma si potrà anche ottenere meno di quello che produrrebbe una rottura seguita senza compenetrazione da una chiusura.

Il non aver tenuto conto di queste particolari condizioni, che possono rendere nocivo anziché utile il sistema di far funzionare il rocchetto a magnetizzazioni successivamente invertite, spiega l'insuccesso di altri sperimentatori che hanno tentato di usare il medesimo artificio. Le ricerche che saranno pubblicate fra breve dal dott. Trabacchi, e nelle quali sono stati rilevati i diagrammi della corrente secondaria, e l'azione radiografica delle singole scariche nelle fasi susseguentisi di apertura e di chiusura, metteranno ancora più efficacemente in rilievo i punti già segnati dalla teoria, e le conclusioni che da questa si sono dedotte nel presente lavoro.