

ATTI
DELLA
REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCCXV.

1918

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME XXVII.

1° SEMESTRE.



ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL DOTT. PIO BEFANI

1918

Spostando convenientemente il tubo focus, si può ottenere che mentre esso è in azione, il mercurio estensibile assuma un potenziale meno elevato del mercurio invariabile (del che ci avverte l'elettrometro con un innalzamento del menisco), quando il mercurio estensibile ha la minima superficie, e l'inverso accada quando tale mercurio ha la massima superficie (del che ci avverte ancora l'elettrometro con l'abbassamento del menisco).

In tali condizioni nel periodo della estensione del mercurio si osserva un chiaro abbassamento del menisco, e appena il mercurio ha raggiunto la massima estensione si nota dapprima un piccolo impulso in alto nel menisco stesso, come se esso tendesse a riprendere la sua primitiva posizione, e poi un rapido e permanente abbassamento.

Per quanto sia meno facile discernere in questo caso i due impulsi del menisco, perchè concordanti, pare tuttavia, da quanto è stato notato, che all'atto dello accrescimento di superficie del mercurio estensibile il menisco si abbassi invece di innalzarsi.

Se si considera che il campo elettrico destato nella cassa polarizza in tal caso il mercurio estensibile e determina una f. e. m. di più di 1 Volta, l'inversione osservata potrà verosimilmente attribuirsi appunto a tale polarizzazione, supposto che la f. e. m. con cui si polarizza sia superiore a quella coorrente per annullare la densità del doppio strato elettrico, e che al contatto del mercurio con l'aria ionizzata valga ancora la legge di Lippmann, già dimostrata per gli elettroliti e per l'alcool e la glicerina.

Fisica terrestre. — *Contributo alla teoria del pendolo orizzontale.* Nota di G. AGAMENNONE, presentata dal Socio E. MILLOSEVICH.

1. In sismometria la disposizione, che si suole dare ad un *pendolo orizzontale*, è mostrata dall'annessa figura, dove A e B sono i due punti di sostegno, e perciò AB è l'asse di rotazione del pendolo; C rappresenta il centro di gravità della massa pendolare; AC il legame rigido o flessibile, ma inestensibile, che collega la massa con A; e BC un braccio rigido che tiene la massa fuori dell'asse di rotazione. Noi ci occuperemo dello sforzo esercitato sopra i due punti A e B, sforzo che bisogna saper valutare, prima di costruire un pendolo orizzontale, allo scopo di attenuare gli attriti che ne derivano allo strumento, e di conoscere la resistenza necessaria al materiale occorrente per la sua costruzione.

Nel nostro studio supponiamo verticale l'asse AB (come lo è realmente in alcuni sismografi, e poco inclinato negli altri), senza peso i lati AC e BC, la massa di peso P concentrata in C, e dapprima niuna restrizione sulla

specie del triangolo ABC. Decomponiamo il peso $P = CD$ nelle due componenti $Q = CF$ e $R = CE$, delle quali la 1^a rappresenta la sollecitazione del punto A nella direzione AC, come pure lo stiramento suscitato in qualsiasi tratto di AC, mentre la 2^a rappresenta la pressione su B in direzione CB ed altresì la compressione in qualsiasi parte del lato BC.

Poichè i triangoli ABC e CDE sono simili, sarà $R = P \frac{BC}{AB}$ e $Q = P \frac{AC}{AB}$, e si vede, in linea generale, che per rendere piccoli R e Q, si ha vantaggio nell'allontanare tra loro i due punti A e B e nel fare possibilmente corti i lati BC e AC. Sarà poi $R < Q$ per $BC < AC$ e viceversa, e $R = Q$ per $AC = BC$, quando cioè sarà isoscele il triangolo ABC.

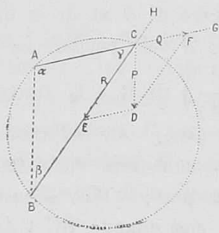


FIG. 1.

Per farsi subito un'idea della variabilità di R e Q al variare dei lati AC e BC i quali ruotano rispettivamente attorno ad A e B, restando sempre nel piano verticale ABC, supponiamo costante, oltre a P, anche AB. In tal caso, $R : Q = BC : AC$ e basterà considerare, volta per volta, le stesse lunghezze di AC e BC. Così, per $AC = 0$, sarà $Q = 0$ e $R = P$ ed il pendolo da *orizzontale* si trasformerà in *rovescio*, cioè con la massa pendolare in A, che con tutto il suo peso preme su B. Viceversa, per $BC = 0$, sarà $R = 0$ e $Q = P$ ed il pendolo da *orizzontale* diverrà *verticale*, cioè con la massa pendolare in B, sostenuta dal solo punto A. Man mano che C si allontana da AB, crescono Q e R fino all' ∞ per $AC = BC = \infty$. Se C va a cadere su AB, Q e R sono proporzionali ai segmenti AC e BC, e se C cade nel punto di mezzo di AB, sarà $Q = R = \frac{P}{2}$.

2. Può tornar comodo, valutare le forze R e Q anche in funzione degli angoli del triangolo ABC, simile all'altro CDE. In quest'ultimo si ha $R = P \frac{\sin \alpha}{\sin \gamma}$ e $Q = P \frac{\sin \beta}{\sin \gamma}$, e questi valori diventano sempre più piccoli, col fare crescere il denominatore fino al suo valore massimo per $\gamma = 90^\circ$, e decrescere i numeratori fino a zero, al limite di $\alpha = \beta = 0$. Senza volermi trat-

tenere sulla discussione generale delle due formole predette, mi limito ad alcuni casi particolari, specialmente quelli che ricorrono più spesso in pratica.

Caso I. Nell'ipotesi di γ costante, C è obbligato a restare sopra una circonferenza, di cui AB è una corda. Nella 1^a formola, R raggiunge il massimo $\left(\frac{P}{\text{sen } \gamma}\right)$ per $\alpha = 90^\circ$, se $\gamma < 90^\circ$, nel qual caso BC diviene appunto il diametro, e poi R va decrescendo con α fino ad annullarsi per $\alpha = 0$, ossia $\beta = 180^\circ - \gamma$, ed allora il pendolo diviene *verticale*. Se α cresce a partire da 90° , R va decrescendo fino a P al limite di $\alpha = 180^\circ - \gamma$ e $\beta = 0$, nel qual caso il pendolo si trasforma in *rovescio*. Nella 2^a formola, Q diviene massimo $\left(\frac{P}{\text{sen } \gamma}\right)$ per $\beta = 90^\circ$, se $\gamma < 90^\circ$, nel qual caso AC diviene uguale al diametro, e poi Q decresce con β fino ad annullarsi per $\beta = 0$ e $\alpha = 180^\circ - \gamma$ (pendolo *rovescio*). Al crescere di β al di là di 90° , Q decresce di nuovo fino a P per $\beta = 180^\circ - \gamma$ e $\alpha = 0$ (pendolo *verticale*).

Il valore massimo $\left(\frac{P}{\text{sen } \gamma}\right)$ di R e Q diverrà tanto più grande quanto minore sarà γ , e diverrà ∞ per $\gamma = 0$, nel caso limite di $AC = BC = \infty$.

Caso II. Se, invece, si considera costante α , cioè C scorrevole sulla AG, allora nella 1^a formola, per $\gamma = 90^\circ$, se $\alpha < 90^\circ$, R acquista il valore minimo ($P \text{ sen } \alpha = P \text{ cos } \beta$), cioè quando $BC \perp AC$. Ma, col decrescere di γ , R cresce fino all' ∞ al limite di $\gamma = 0$ e di $\beta = 180^\circ - \alpha$, quando BC è parallela ad AC, ossia quando C va all' ∞ . Per γ sempre più grande di 90° , R va pure crescendo, e al limite di $\gamma = 180^\circ - \alpha$ e $\beta = 0$, uguaglia P, il che avviene quando C cade in A (pendolo *rovescio*). In quanto a Q, nella 2^a formola esso assume il valore $P \text{ cos } \alpha = P \text{ sen } \beta$ per $\gamma = 90^\circ$ e $\beta = 90^\circ - \alpha$, e poi va crescendo, col decrescere di γ , fino all' ∞ per $\gamma = 0$ e $\beta = 180^\circ - \alpha$. Per γ crescente al di là di 90° , Q decresce fino a zero al limite di $\gamma = 180^\circ - \alpha$ e $\beta = 0$ (pendolo *rovescio*).

Caso III. Se, infine, si fa costante β , nel qual caso C si mantiene su BH, allora nella 2^a formola per $\gamma = 90^\circ$, se $\beta < 90^\circ$, Q acquista il minimo valore ($P \text{ sen } \beta = P \text{ cos } \alpha$), ciò che si verifica per $AC \perp BC$; ma poi Q cresce col decrescere di γ , tanto da diventare ∞ al limite di $\gamma = 0$ e $\alpha = 180^\circ - \beta$, corrispondente al caso di AC parallela a BH, cioè di C andato a distanza infinita. Ove poi γ cresca a partire da 90° , crescerà Q fino ad uguagliare P al limite di $\gamma = 180^\circ - \beta$ e $\alpha = 0$ (pendolo *verticale*). In quanto a R, la 1^a formola fa vedere che esso raggiunge il valore $P \text{ cos } \beta = P \text{ sen } \alpha$ per $\gamma = 90^\circ$, e poi col decrescere di γ , va sempre più crescendo fino all' ∞ , al limite di $\gamma = 0$ e $\alpha = 180^\circ - \beta$, il che significa che C si è allontanato infinitamente. Ove poi γ crescesse al di là di 90° , R diminuirebbe sempre più fino a zero per $\gamma = 180^\circ - \beta$ e $\alpha = 0$ (pendolo *verticale*).

Caso IV. Supposto $\alpha = \beta$, sarà pure $R = Q$, ed il luogo del punto C sarà la \perp ad AB innalzata dal suo punto di mezzo, come già abbiám visto da principio.

CASO V. Facendo $\alpha = 90^\circ$, si avrà: $R = \frac{P}{\sin \gamma} = \frac{P}{\cos \beta}$ e $Q = P \operatorname{tg} \beta = P \frac{AC}{AB}$.

R decresce con β fino al valore minimo P per $\beta = 0$, quando cioè si ha da fare con un pendolo *rovescio*, poi cresce con β fino all' ∞ per $\beta = 90^\circ$, ossia per $AC = BC = \infty$. Q decresce con β fino ad annullarsi per $\beta = 0$ (pendolo *rovescio*), poi crescerà con β fino all' ∞ per $\beta = 90^\circ$, ossia $AC = BC = \infty$.

CASO VI. Per $\beta = 90^\circ$, si avrà: $R = P \operatorname{tg} \alpha = P \frac{BC}{AB}$ e $Q = \frac{P}{\sin \gamma} = \frac{P}{\cos \alpha}$ (1).

R decresce con α e si annulla per $\alpha = 0$ (pendolo *verticale*), poi cresce con α ed uguaglia P per $\alpha = 45^\circ$, ossia $AB = BC$, indi cresce ancora fino all' ∞ , al limite di $\alpha = 90^\circ$, ossia di $AC = BC = \infty$. Q acquista il minimo valore P per $\alpha = 0$ (pendolo *verticale*) e poi cresce con α fino all' ∞ , per $\alpha = 90^\circ$, ossia $AC = BC = \infty$.

CASO VII. Resta a fare $\gamma = 90^\circ$, nel qual caso C resta sopra la circonferenza, di cui AB è diametro, ed allora: $R = P \sin \alpha = P \cos \beta$ e $Q = P \cos \alpha = P \sin \beta$. Sarà $R = 0$ per $\alpha = 0$ e $\beta = 90^\circ$ (pendolo *verticale*), e crescerà con α fino al valore massimo P per $\alpha = 90^\circ$ e $\beta = 0$ (pendolo *rovescio*). Q acquisterà il valore massimo P per $\alpha = 0$ e $\beta = 90^\circ$ (pendolo *verticale*), poi decrescerà al crescere di α , fino ad annullarsi per $\alpha = 90^\circ$ e $\beta = 0$ (pendolo *rovescio*).

(1) Alle stesse formule, ed altre consimili, si arriva pure facilmente con la teoria dei *momenti*. Infatti, considerando il sistema ABC quale una leva non rettilinea col fulcro in A, sulla medesima agiscono due sole forze, e cioè P e la reazione del punto di sostegno

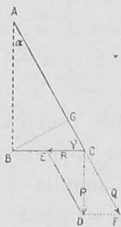


FIG. 2.

B uguale in grandezza alla pressione R esercitata dal braccio BC. Perché il sistema sia in equilibrio, deve aversi:

$$R \times AB = P \times BC, \text{ da cui } R = P \frac{BC}{AB} = P \operatorname{tg} \alpha.$$

Per calcolare Q, consideriamo ancora il sistema ABC come una leva, ma col fulcro in B. La reazione in A alla forza di trazione secondo AC, uguaglierà Q in grandezza ed agirà col braccio BG, mentre il peso P agisce col braccio BC. Per l'equilibrio deve essere: $Q \times BG = P \times BC$; e poichè $BG = AB \sin \alpha$ e $BC = AB \operatorname{tg} \alpha$, sostituendo si avrà $Q = \frac{P}{\cos \alpha}$.

Caso VIII. Se oltre $\gamma = 90^\circ$, fosse $\alpha = \beta$, allora $R = Q = P \operatorname{sen} 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}} P = 0,7071 P$.

3. Le formule che forniscono R e Q nel caso VI sono riportate in una recente Memoria (1) ed hanno richiamata l'attenzione d'un valente sismologo, il quale me ne parlò come se fossero addirittura errate. La mia sorpresa non fu poca nel riconoscere che si trattava proprio di due formulette, da me pubblicate in questi stessi Rendiconti (2), e dessa si accrebbe quando volendo, lì per lì, verificarle, mi parvero realmente errate! Ma poi, non sapendo capacitarmi come mai fossi stato indotto in un equivoco madornale in un problema così semplice, vi pensai meglio e dovei riconoscere che le due formule sono esatte, almeno nel caso speciale cui si riferiscono (caso VI), mentre il critico evidentemente equivocava col caso VII. L'enorme differenza, infatti, che salta fuori per R e Q, quando $\alpha = 90^\circ$, deriva appunto dalla diversa disposizione che si vuol dare allo strumento. Nel caso VI è evidente che, dovendo il braccio BC restare orizzontale, bisogna che al pari di AC diventi infinitamente lungo al limite di $\alpha = 90^\circ$, ed allora si concepisce come lo sforzo in A e B possa effettivamente ingrandire senza limiti. Nel caso VII, invece, dovendo restare $AC \perp BC$, C finisce per cadere in A, per $\alpha = 90^\circ$, ed allora nel pendolo, divenuto *rovescio*, ogni sforzo cessa in A e si accumula tutto in B divenendo uguale a P. Quest'ultimo caso, invero, è quello che si presenta per il primo alla mente, ed è analogo a quello d'un pendolo verticale $AB = AC$ deviato sempre più dalla sua posizione di riposo, ed il cui peso viene decomposto in due componenti: l'una secondo la direzione inclinata del pendolo, l'altra \perp alla stessa. In queste condizioni, finchè α è piccolo, Q ed R non possono differire troppo dai valori che risulterebbero nei casi VI e VII; ma col crescere di α , se si vuol continuare nell'analogia e mantenere invariabile AC (lunghezza del pendolo verticale), bisognerebbe spostare sempre più in basso il punto B, in modo da far restare $BC \perp AC$, finchè per $\alpha = 90^\circ$, BC diverrebbe infinitamente lungo e parallelo all'asse stesso di rotazione, alla distanza appunto di AC, finendo col sostenere da solo l'intero peso P, mentre si annulla completamente la tensione in AC.

Ho ritenuto utile l'insistere su questo equivoco, in cui facilmente anche altri potrebbe cadere, ed ho presa l'occasione per trattare il problema in limiti alquanto più estesi e tali da comprendere tutti i possibili casi che si possono incontrare nella pratica.

4. In una prossima Nota mi riservo di far conoscere un potente pendolo orizzontale oscillante in direzione N-S che, dopo vari tentativi, sono riuscito a far funzionare fin dall'agosto 1916, sebbene in via provvisoria, nel R. Osser-

(1) Giov. Batt. Alfano, *Sull'uso degli apparecchi pendolari in sismometria* (Atti dell'Acc. Napoletana scient.-lett. « S. Pietro in V. », vol. IV, pag. 109).

(2) *Sismoscopia a doppio pendolo orizzontale per terremoti lontani* (Seduta del 17 dic. 1905).

vatorio Geodinamico di Rocca di Papa. Il nuovo strumento presenta attualmente una massa pendolare di quasi tre tonnellate (costituita, per economia, di pezzi di lava accatastati sopra una solida piattaforma in travetti di ferro) la quale oscilla con un periodo di c. 15 secondi e, mediante una speciale e leggerissima leva di paglia, registra i suoi movimenti sopra una zona affumicata con un ingrandimento di più che 100 volte. Per mezzo di cosifatto pendolo è stato possibile registrare *la fase a onde lente* di molti terremoti lontani la quale, per la sua lievissima entità, sfuggiva agli altri apparati.

Quando si abbia da fare con masse pendolari così enormi (e spero di sorpassare l'attuale peso nella costruzione dei due pendoli definitivi ad angolo retto tra loro), si comprende l'importanza della valutazione non solo degli sforzi notevolissimi, cui si trova assoggettato il materiale da costruzione del quale si può disporre, ma soprattutto delle reazioni nei punti di sostegno, se vuolsi dare al pendolo orizzontale la massima delicatezza, a parità di massa, di periodo e d'ingrandimento.

Chimica. — *I giacimenti di sali potassici di Dallol (Eritrea)* ⁽¹⁾. Nota di M. GIUA, presentata dal Socio E. PATERNÒ.

Da vario tempo è stata richiamata l'attenzione degli studiosi sui giacimenti di cloruro di potassio di Dallol nella Dancalia settentrionale (Eritrea). Il problema della potassa ha interessato le Nazioni dell'Intesa dopo lo scoppio dell'attuale conflagrazione mondiale per la chiusura del mercato tedesco, unico fornitore di sali potassici. Come è noto i giacimenti di fama mondiale di Stassfurt e di Wittelshain (Alsazia) hanno costituito fino a questi ultimi anni una sorgente straordinaria di ricchezza per la Germania. Con lo scoppio della guerra europea anche in Italia si è cercato di utilizzare, come sorgente di sali potassici, le acque madri delle saline e a questo riguardo si sono fatti, nel campo chimico, studi numerosi ed interessanti.

Se nonchè i giacimenti naturali di sali potassici sono ancora così diffusi nelle varie parti della superficie terrestre e possono quindi alimentare tutti i bisogni delle industrie chimiche ed agricole, che tali studi presentano più un interesse teorico e momentaneo, dato lo stato abnorme creato dalla guerra, che pratico.

In Spagna, nella provincia di Barcellona, è stata segnalata recentemente la scoperta di giacimenti di sali potassici; questi sono in vicinanza dei depositi naturali di salgemma di Suria. I minerali principali potassici sono la carnallite e la silvina, ma i giacimenti, che datano dalla fine dell'eocene

⁽¹⁾ Lavoro eseguito nel Laboratorio di Chimica generale della R. Università di Sassari.