ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCCXV.

1918

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME XXVII.

1° SEMESTRE.

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL DOTT. PIO BEFANI

1918

Ne segue che nello spazio S′ le linee omologhe delle rette dello spazio S sono curve $c'_{2k+1} \equiv o_3'^{4k}\, r'^{2}_{(i)}$; le curve omologhe dei punti della cubica o_3 sono curve $c'_k \equiv o_3'^{2k-1}\, r'^{1}_{(i)}$ della superficie σ', e le curve omologhe delle rette dello spazio S appoggiate alla o sono curve $c'_{k+1} \equiv o'^{2k}\, o'^{1}\, r'^{1}_{(i)}$.

Ed analogamente per lo spazio S′ (¹).

Con ciò la corrispondenza X risulta perfettamente determinata.

Matematica. — *Quelques propriétés des fonctions de Bessel.* Nota II di Joseph Pérès, presentata dal Socio V. Volterra.

4. J'ai montré dans ma Thèse (²) que toute fonction analytique de t est développable en une série procédant suivant les puissances de compositions d'une fonction telle que Ψ. Comme une telle fonction peut toujours se mettre sous la forme

$$a_0\, J_0(t) + \overset{*}{J}_0\, \overset{*}{H}(t)\,,$$

$H(t)$ étant déterminée par une équation de Volterra, il en résulte qu'elle admet un développement convergent

$$a_0\, J_0(t) + a_1\, J_1(t) + \cdots + a_n\, J_n(t) + \cdots.$$

J'ai déja énoncé ce résultat et indiqué qu'on peut le rattacher au fait suivant: il existe une fonction

$$k(t\,,\tau) = -\frac{1}{2}\sqrt{\frac{t}{t-\tau}}\; J_1\left(\sqrt{t(t-\tau)}\right) = \sum_{1}^{\infty}{}_k \frac{(-1)^k}{2^{2k}\, k!}\; \frac{(t-\tau)^{k-1}\, t^k}{(k-1)!}$$

telle que

$$J_n(t) = \frac{t^n}{2^n\, n!} + \int_0^t k(t\,,\tau)\, \frac{\tau^n}{2^n\, n!}\, d\tau \quad (^3)\,. \tag{16}$$

(¹) Il tipo più generale di corrispondenza biunivoca spaziale che alle quadriche di un fascio Φ fa corrispondere le quadriche di un fascio Φ' determinando fra due quadriche omologhe una corrispondenza omografica, fu ottenuto da Noether, *Ueber die eindeutige Raumtransformationen*, Math. Annalen, vol. III, § 6, pag. 570.

Il caso in cui la corrispondenza presenta il carattere involutorio, fu ottenuto nella mia Nota: *Su una classe di trasformazioni razionali ed involutorie dello spazio .....* Giornale di Matematica, vol. XXXI.

Anche per la corrispondenza X_{2k+1} ottenuta in questa Nota, con opportune particolarità nella costruzione indicata, si può fare in modo che essa presenti il carattere involutorio.

(²) Paris 1915. Chap. IV.

(³) Voir deux Notes des Comptes Rendus de l'Académie des Sciences (Paris 1918). La formule (16) est valable en remplaçant $n!$ par $\Gamma(n+1)$ et en prenant, si est nécessaire, la partie finie de l'intégrale, quel que soit n.

5. Voici d'autres conséquences de la formule (16); en posant

$$\varphi_n(t) = t^{-\nu} J_{n+\nu}(t)\, 2^{n+\nu}\, \Gamma(n+\nu+1)$$

on a

$$\varphi_n(t) = t^n + \int_0^t L(t, \tau)\, \tau^n\, d\tau \tag{17}$$

avec

$$L(t \,.\, \tau) = k(t, \tau) \left(\frac{\tau}{t}\right)^\nu .$$

On en déduit que les développements

$$a_0 \varphi_0(t) + a_1 \varphi_1(t) + a_2 \varphi_2(t) + \cdots + a_n \varphi_n(t) + \cdots \tag{18}$$

ont, si $\nu > -1$, les mêmes propriétés que les développements

$$a_0 J_0(t) + a_1 J_1(t) + \cdots + a_n J_n(t) + \cdots \tag{19}$$

La méthode de démonstration est exactement la même [1]: si $f(t)$ est analytique dans le cercle $|t| < R$ on en déduit, par la transformation

$$f(t) = \varphi(t) + \int_0^t L(t, \tau)\, \varphi(\tau)\, d\tau \tag{20}$$

une fonction $\varphi(\tau)$ analytique dans le même cercle. Donc $\varphi(t)$ a le développement convergeant

$$\varphi(t) = a_0 + a_1 t + \cdots + a_n t^n + \cdots ; \tag{21}$$

d'où par la transformation (20)

$$f(t) = a_0 \left\{ 1 + \int_0^t L(t, \tau)\, d\tau \right\} + \tag{22}$$

$$+ a_1 \left\{ t + \int_0^t L(t, \tau)\, \tau\, d\tau \right\} + \cdots = a_0 \varphi_0(t) + a_1 \varphi_1(t) + \cdots + a_n \varphi_n(t) + \cdots$$

convergeant pour $|t| < R$. Comme d'après (17) on a

$$\varphi_n(t) = t^n (1 + \varepsilon)$$

ε tendant vers zéro pour n très grand, la série (22) diverge partout à l'extérieur du cercle de convergence de (21).

Si au contraire $f(t)$ est simplement continue, il en est de même de $\varphi(t)$. On peut alors développer $\varphi(t)$ en série uniformément convergente de

[1] Loc. cit. Note précédente.

polynomes en t; $f(t)$ admettra donc, par application de la transformation (20) le développement uniformément convergent

$$f(t) = \Sigma_n \left(a_0^{(n)}\varphi_0(t) + a_1^{(n)}\varphi_1(t) + \cdots + a_{p_n}^{(n)}\varphi_{p_n}(t)\right). \tag{23}$$

En résumé une fonction $f(t)$ est)

1° *si elle est analytique pour* $|t| < R$, *développable en une série* (22);

2° *si elle est continue, développable en une série* (23).

Le premier de ces résultats est classique. Nous l'avons demontré très simplement et complété.

Fisica. — *Dimostrazione sperimentale della costanza di velocità della luce emessa da una sorgente mobile.* Nota di QUIRINO MAJORANA, presentata dal Socio C. SOMIGLIANA.

In due Note precedenti [1], dopo aver premesso alcune considerazioni sul secondo postulato della teoria della relatività, descrissi una mia disposizione sperimentale, con cui potei dimostrare che la luce si propaga con velocità costante, indipendentemente dalle condizioni di moto o di quiete di uno specchio su cui essa si riflette.

In fine della seconda Nota, accennavo al mio proposito di studiare sperimentalmente la eventuale influenza del moto della sorgente sulla velocità di propagazione della luce; è ora oggetto di questa Nota, di riferire su tale ricerca.

Come è noto, le sole osservazioni fatte con sorgenti luminose mobili sono quelle astronomiche, e le altre con i raggi canali. In ispecie, dalle prime si è potuto dedurre la misura dell'effetto Doppler (e quindi il valore della velocità di spostamento) per le singole sorgenti, come le stelle fisse, i pianeti, od i bordi del sole. Non mi consta che sia stato prima d'ora mai tentato di dimostrare l'effetto Doppler con il movimento artificiale di una comune sorgente luminosa; la difficoltà di questa ricerca risiede principalmente nel dover dotare la sorgente di una notevole velocità di spostamento.

Ma supposto di poter realizzare una disposizione del genere, il suo interesse non riguarda tanto la verifica dell'effetto Doppler propriamente detto (cambiamento di frequenza), su cui nessun dubbio può ormai esistere; quanto il controllo del valore della velocità di propagazione della luce,

[1] Vedi questi Rendiconti, XXVI, pp. 118 e 155, 1917. Sullo stesso argomento, vedi anche i lavori di Michelson, Astrophisical Journal, XXXVII, pag. 190, 1913, e di Fabry e Buisson, C. R., 158, pag. 1498, 1914; questi lavori, di cui solo recentemente ho avuto conoscenza, conducono, con metodi diversi, a risultati concordanti con quello indicato da me nella seconda delle suddette Note.