ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCCXV.

1918

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME XXVII.

1° Semestre.

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL DOTT. PIO BEFANI

1918

condizione che si trasforma successivamente in

$$\mathrm{C\,K}\left(\frac{d\mathbf{u}}{dP}\right)_\sigma \mathbf{N}=0\ ,\ \left\{\mathrm{div}_\sigma\,\mathbf{u}-\left(\frac{d\mathbf{u}}{dP}\right)_\sigma+(\mathrm{rot}_\sigma\,\mathbf{u})\wedge\right\}\mathbf{N}=0$$

$$\mathrm{div}_\sigma\,\mathbf{u}\cdot\mathbf{N}-\mathbf{N}\wedge\mathrm{rot}_\sigma\,\mathbf{u}=0\,;$$

ma i due termini di questa sono vettori, l'uno parallelo e l'altro normale ad $\mathbf{N}$ e quindi la condizione cercata è

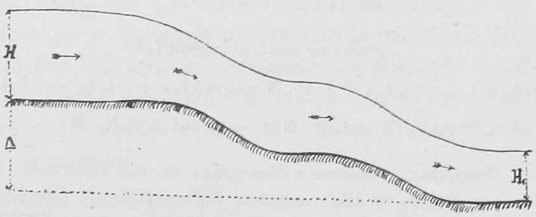
$$(a)\qquad \mathrm{div}_\sigma\,\mathbf{u}=0 \quad \mathrm{e} \quad \mathbf{N}\wedge\mathrm{rot}_\sigma\,\mathbf{u}=0$$

dalla quale potrà, forse, dedursi la forma generica di $\mathbf{u}$ quando siano completamente studiate le equazioni differenziali su σ (altro argomento importante di studio che semplificherà notevolmente l'ordinaria algebra-geometrica su σ).

Conviene notare che le (a) sono soddisfatte per $\mathbf{u}=\mathbf{N}$ quando σ è superficie di *area minima*; cioè per σ superficie di *area minima* esiste un vettore $\mathbf{x}$ funzione di P per il quale $\mathbf{N}\wedge dP=d\mathbf{x}$ qualunque sia lo spostamento d ed è interessante determinare il vettore $\mathbf{x}$ che deve avere notevole importanza per la superficie.

Idromeccanica. — *Una formola per la determinazione di dislivelli dei corsi d'acqua mediante misure di velocità.* Nota di U. Cisotti, presentata dal Socio T. Levi-Civita.

Si consideri un canale scoverto a fondo comunque conformato; il liquido perfetto pesante, che in esso fluisce, sia animato da moto permanente ed irrotazionale. Si ammette che in due sezioni trasversali del canale, di eguale conformazione geometrica, il fondo del canale sia orizzontale (sensibilmente) ed il regime uniforme (essenzialmente diverso se vi è dislivello del fondo tra la sezione a monte e quella a valle).



Detti c e c_1 i valori delle velocità nelle predette sezioni e H l'altezza del pelo libero sul fondo, nella sezione a monte, il dislivello del fondo tra la sezione a monte e quella a valle è definito dalla seguente formola:

$$\varDelta = \frac{c_1^2 - c^2}{2g} - \left(1 - \frac{c}{c_1}\right) \mathrm{H},$$

dove — al solito — g designa il valore dell'accelerazione di gravità.

Essa mi sembra notevole perchè permette molto semplicemente di dedurre il dislivello del fondo tra due sezioni qualsivogliano di un corso d'acqua (nelle condizioni specificate) mediante diretta misurazione dei soli elementi: H, c, c_1 e parmi atta a non difficile verifica sperimentale.

1. La giustificazione della precedente formola si appoggia sopra conseguenze elementari delle equazioni idromeccaniche e di uso famigliare agli idraulici. È infatti noto che in ogni punto di un liquido perfetto pesante animato da moto irrotazionale permanente *le tre quote verticali: effettiva, cinetica e piezometrica, hanno somma costante.*

Indichiamo con z la quota verticale ascendente, che conteremo a partire dal fondo della sezione a valle, con V il valore della velocità, con p quello della pressione specifica e con ϖ il peso dell'unità di volume del liquido in moto. L'espressione formale dell'enunciato precedente è allora la seguente:

$$z + \frac{\mathrm{V}^2}{2g} + \frac{p}{\varpi} = \text{costante},$$

valida in tutti i punti dello spazio occupato dalla massa liquida e precisamente, per quanto ci interessa, nella regione compresa tra le due sezioni a monte e a valle.

Chiamando p_{A} la pressione atmosferica, sul pelo libero si ha:

$$p = p_{\mathrm{A}};$$

se si tiene conto di ciò e del fatto che nei punti appartenenti al pelo libero della sezione a monte ($z = \mathrm{H} + \varDelta$) è per ipotesi $\mathrm{V} = c$, la costante del secondo membro della formola precedente, assume il valore

$$\mathrm{H} + \varDelta + \frac{c^2}{2g} + \frac{p_{\mathrm{A}}}{\varpi},$$

per cui la formola stessa può scriversi:

$$z - \mathrm{H} - \varDelta + \frac{\mathrm{V}^2 - c^2}{2g} + \frac{p - p_{\mathrm{A}}}{\varpi} = 0.$$

In particolare nei punti del pelo libero, ove $p = p_{\mathrm{A}}$, si ha:

$$z - \mathrm{H} - \varDelta + \frac{\mathrm{V}^2 - c^2}{2g} = 0.$$

Se H_1 designa la profondità del canale nella sezione a valle, avendosi ivi per ipotesi $V = c_1$ della precedente si ricava:

$$H_1 - H - \Delta + \frac{c_1^2 - c^2}{2g} = 0. \tag{1}$$

D'altra parte l'eguaglianza delle portate attraverso alle due sezioni a monte e a valle (data la costanza della densità e ammessa l'identità geometrica delle due sezioni) porta a stabilire la seguente relazione:

$$c_1 H_1 = cH. \tag{2}$$

Basta ora eliminare H_1 tra le due relazioni (1) e (2) per ottenere la formola annunciata.

Matematica. — *Sulle serie di potenze di una variabile sommate col metodo di Borel generalizzato.* Nota I di GUSTAVO SANNIA, presentata dal Socio ENRICO D'OVIDIO.

1. In due recenti Note [1] ho trattato delle serie di potenze del tipo

$$u_0 + u_1 z + u_2 z^2 + \cdots + u_n z^n + \cdots, \tag{1}$$

interpretandole col nuovo *metodo di Borel generalizzato* [2], ed ho conseguito risultati di grande generalità e, spero, di qualche interesse.

Nella presente Nota ed in una successiva completerò la trattazione, rilevando ciò che chiamerò *sommabilità assoluta* (e di vario ordine) della (1) nella regione del piano complesso ove è sommabile, e dando poi, per la determinazione di questa regione, dei teoremi che fanno riscontro a quello di Cauchy-Hadamard sul raggio dell'ordinario cerchio di convergenza della serie.

Per comodità del lettore, premetterò un cenno di quei risultati che occorrono per il seguito.

2. Fissato un punto z, la (1) diventa una serie numerica, quindi (N, n. 1) è *sommabile* (B, r) (cioè *col metodo di Borel di ordine* r, ove r è un intero) se la serie

$$u^{(r)}(a, z) = \sum_{n=0}^{\infty} u_{n+r}\, z^{n+r} \frac{a^n}{n!} \qquad (u_{n+r}\, z^{n+r} = 0 \text{ se } n + r < 0) \tag{2}$$

[1] In corso di stampa negli Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino.

[2] Cfr. p. es. la mia Nota (che citerò con una N): *Generalizzazione del metodo di Borel per la sommazione delle serie* (questi Rendiconti, vol. XXVI, ser. 5ª, 1° sem., fasc. 11°).