ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCCXV.

1918

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME XXVII.

2° SEMESTRE.

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL DOTT. PIO BEFANI

1918

pur non meritata, attestazione di sentimenti dell'Accademia verso di me, ma anche, ciò che accresce la mia compiacenza, vi ravviso il desiderio che l'Accademia ha avuto di esprimere l'intimo sentimento di amicizia che di giorno in giorno felicemente si rafforza tra il popolo italiano e quello degli Stati Uniti. Posso io pregarvi che vogliate comunicare ai vostri confratelli, che or sono anche i miei, l'espressione della mia gratitudine e del mio profondo compiacimento? Sono cordialmente e sinceramente vostro

« WOODROW WILSON ».

La lettera del Presidente WILSON è accolta dai vivissimi ed unanimi applausi dei Soci presenti.

MEMORIE E NOTE DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI.

Meccanica. — *ds^2 einsteiniani in campi newtoniani. V. Il sottocaso B_2): Soluzioni longitudinali ($\xi = 0$).* Nota del Socio TULLIO LEVI-CIVITA.

Abbiamo stabilito nella Nota precedente [1] il sistema differenziale ridotto, da cui (in base ai criterî generali di trasformazione e di abbassamento esposti nella Nota III) [2] può farsi dipendere il sottocaso B_2). L'integrazione va effettuata con criterî diversi, secondochè una delle funzioni incognite, $\xi(x_1, x_2)$, si riduce o no ad una costante. Qui si contempla la prima ipotesi, in cui, come si osserva a § 1, è lecito porre addirittura $\xi = 0$.

Si è così condotti (§ 2) ad una prima categoria di $ds^2 = V^2 dt^2 - dl^2$, che includono quelli (di Einstein-Schwarzschild) provocati da masse (materiali) simmetricamente distribuite attorno ad un centro. Al dl^2 può essere attribuita la forma

$$dl^2 = \frac{1}{\eta^2}\left\{ d\sigma^2 + \frac{d\eta^2}{K_0\,\eta^2(\mu - \varepsilon\eta)} \right\},$$

essendo K_0 una costante essenzialmente positiva, μ una seconda costante, $\varepsilon = \pm 1$, e $d\sigma$ un elemento lineare binario (indipendente da η) a curvatura gaussiana costante $K_0 \mu$. Il § 3 contiene lo studio intrinseco di una tale metrica e del relativo campo di forza. Questo deriva in generale dal potenziale statico $-\frac{1}{2} V^2$. Nel caso presente V^2 risulta lineare in η (a coefficienti costanti), e le linee di forza coincidono sia colle linee di pendenza

(1) In questo volume di Rendiconti, pp. 205-214.

(2) Ibidem, pp. 183-191.

che colle linee assiali di curvatura principale (definite a § 1 della Nota prec.). Perciò la distorsione dello spazio è, in tutti i sensi, longitudinale rispetto alla forza che la determina, e *longitudinali* possono opportunamente qualificarsi le soluzioni corrispondenti del sistema differenziale ricordato da principio. Esse contengono tre costanti, ma sono ∞^1 intrinsecamente distinte, perchè due delle tre costanti sono di pura omogeneità, stanno cioè a rispecchiare indeterminazione delle unità di lunghezza e di tempo.

Per caratterizzare l'influenza di una massa puntiforme (o più in generale stratificata per sfere concentriche), basta, supporre μ positiva ed $\varepsilon = 1$. Ponendo

$$R = \frac{1}{\sqrt{K_0 \eta}} \quad , \quad \alpha = \frac{\varepsilon}{\sqrt{K_0}\, \mu^{3/2}} \, ,$$

si ritrova la forma canonica di Schwarzschild. Ma anche per $\mu < 0$ (purchè soltanto risulti positivo il dl^2, il che richiede $\mu - \varepsilon\eta > 0$), si hanno soluzioni reali, soddisfacenti a tutte le volute condizioni. In tali soluzioni, quando si introduce l'ipotesi addizionale che siano quantitativamente piccolissime le divergenze dalla geometria di Euclide e dalla meccanica di Newton, le superficie equipotenziali tendono a confondersi con piani paralleli (§ 5). Così, oltre alla soluzione elementare B_3) della Nota II (¹) (in cui lo spazio resta rigorosamente euclideo e le superficie equipotenziali, pur rigorosamente, piani paralleli), si riconosce l'esistenza di altre soluzioni esatte (dipendenti da un parametro), le quali presentano più complessa natura geometrica e meccanica, ma convergono allo stesso limite di B_3) (cioè a un campo uniforme dello spazio ordinario).

Si noti che, *in prima approssimazione*, è escluso un tale fenomeno, diciamo così poligenetico, a partire da un potenziale newtoniano ordinario. Come ho mostrato nella Nota I (²), ad ogni funzione armonica fa riscontro un solo ds^2 einsteiniano.

Il comportamento analitico, messo in evidenza dall'integrazione rigorosa, è suscettibile di una espressiva immagine fisica. Supponiamo che, in un certo ambiente, si provochi un campo newtoniano assai sensibilmente uniforme. Secondo la teoria di Einstein, ne rimane influenzata la natura metrica dell'ambiente, il quale, a equilibrio raggiunto, si atteggia a varietà in generale non euclidea. Se il campo messo in gioco fosse proprio rigorosamente uniforme, lo spazio rimarrebbe euclideo: soluzione B_3), che si può riavvicinare, per prendere un esempio dall'ordinaria teoria della elasticità, alla *non* inflessione di una verga verticale caricata di punta. Ma è pur naturale che inevitabili piccole impurità del campo diano luogo ad altre forme

(¹) In questi Rendiconti, vol. XXVII (1° semestre 1918), pag. 11.
(²) Ibidem, vol. XXVI (2° semestre 1917), pp. 307-317.

di equilibrio finale, che involgono una distorsione dello spazio. L'analogia, nel caso della verga elastica, è offerta dall'inflessione in qualche piano verticale, privilegiato per effetto di piccole dissimmetrie strutturali della verga.

1. — Aspetto della questione per $\xi = 0$.

Il sistema di cui dobbiamo occuparci è costituito dalle equazioni differenziali (16)-(19) della Nota precedente, nonchè dalla equazione in termini finiti [recante il numero (14)]

$$e^{-\tau} = \xi(x_1, x_2) + \eta(x_3).$$

Nelle ricordate equazioni differenziali, ξ ed η compariscono soltanto derivate, ovvero pel tramite di $e^{-\tau}$. Perciò il sistema non si altera aggiungendo a ξ una costante arbitraria, purchè contemporaneamente si tolga la stessa costante da η, in modo da rispettare la somma $e^{-\tau}$. Così in particolare, *nell'ipotesi che la funzione ξ si riduca ad una costante*, è lecito assumere senz'altro $\xi = 0$, con che le equazioni (17), (18) e (19) si semplificano notevolmente. Le (17) rimangono identicamente soddisfatte; le (18) e (19), scrivendo anche η in luogo di $e^{-\tau}$, divengono

$$(K + \zeta'' + \zeta'^2)\eta - 2\eta'' = 0, \tag{1}$$
$$K\eta^2 + 2\eta''\eta - 3\eta'^2 = 0. \tag{2}$$

Fra $\eta(x_3)$ e $\zeta(x_3)$ passa la relazione [(16) della Nota precedente]

$$\eta'' - \zeta'\eta' = 0. \tag{3}$$

Ricorderò, per quanto possa essere superfluo, che il dl^2 spaziale ha la forma [(5) della Nota prec., in cui si sostituisca a $e^{-\tau}$ il suo attuale valore η]

$$dl^2 = \frac{d\sigma^2 + dx_3^2}{\eta^2}, \tag{4}$$

dove $d\sigma$ rappresenta un elemento lineare binario (indipendente da x_3), avente K per curvatura gaussiana.

Per questa metrica si hanno le curvature principali

$$\omega_1 = \omega_2 = -\tfrac{1}{2}\omega,$$

con ω definito dalla equazione [(20) della Nota prec., che ora diviene]

$$\omega = K\eta^2 - \eta'^2. \tag{5}$$

Infine, da $V = V_0 e^{\nu}$ (V_0 costante di omogeneità) e dalla equazione [(6) della Nota prec.] $\nu = \tau + \zeta$, segue, per la velocità della luce,

$$V = V_0 \frac{e^{\zeta}}{\eta}. \tag{6}$$

2. — Prime conseguenze delle equazioni differenziali — Caratteri salienti delle soluzioni.

Si può tosto escludere che $\eta(x_3)$ si riduca ad una costante. Infatti la (2) mostra che, per $\eta = \text{cost}$, $K\eta^2 = 0$. La (5) implicherebbe allora $\omega = 0$, e quindi (per essere $\omega_1 = \omega_2 = -\frac{1}{2}\omega$) l'annullarsi di tutte le curvature. Si ricadrebbe pertanto nel caso B_3) (elementare o galileiano), già esaurito nella Nota II.

Ritenendo ormai η' non identicamente nullo, sarà anche η generalmente diversa da zero, e l'equazione, ricavata or ora, potrà essere risoluta rispetto a K, porgendo

$$K = -2\frac{\eta''}{\eta} + 3\frac{\eta'^2}{\eta^2}. \tag{2'}$$

Dacchè il primo membro, come curvatura del $d\sigma^2$ binario, dipende soltanto da x_1, x_2, mentre il secondo è funzione della sola x_3, la (2') richiede che siano entrambi separatamente costanti. La (4) mostra allora (essendo η funzione della sola x_3) che le superficie $x_3 = \text{cost.}$ hanno la curvatura (costante sopra ognuna di esse) $K\eta^2$, e riescono geodeticamente parallele. Il gruppo di movimenti (a tre parametri) di queste superficie a curvatura costante, che hanno per quadrato dell'elemento lineare $\frac{d\sigma^2}{\eta^2}$, è quello stesso del $d\sigma^2$, il quale opera sulle sole variabili x_1, x_2. Un tale gruppo spetta quindi (come gruppo intransitivo) anche alla metrica spaziale definita dalla (4).

Concettualmente la integrazione può riguardarsi compiuta. Abbiamo infatti riconosciuto che lo spazio (pur non restando euclideo) ammette un gruppo intransitivo ∞^3 di movimenti rigidi. Per $K > 0$, tale gruppo è senz'altro isomorfo a quello delle rotazioni intorno ad un punto, e si è ricondotti al caso oramai classico di Einstein (1) (campo dovuto a masse distribuite simmetricamente attorno ad un punto). Ciò vale non solo per la metrica spaziale, ma anche per il ds^2 quadridimensionale, dacchè V, a norma della (6), è funzione della sola x_3, e quindi costante sulle varie sfere geodetiche $x_3 = \text{cost.}$

Va da sè che il caso di $K < 0$ è formalmente identico, passando attraverso l'immaginario, ma dà luogo a diversa interpretazione nel campo reale, il gruppo dei movimenti essendo quello della pseudosfera. Per $K = 0$, le superficie $x_3 = \text{cost.}$ hanno curvatura nulla, e il gruppo di movimenti è quello del piano euclideo.

(1) Veggasi la trattazione esauriente del Palatini (*Sullo spostamento del perielio di Mercurio*, ecc., Nuovo Cimento, vol. XIV, luglio 1917, pp. 12-45), che prende appunto le mosse dalla impostazione gruppale.

3. — Formule esplicite — Legge della forza — Comportamento longitudinale della deformazione spaziale.

Alle equazioni (1) e (2) possiamo pensare sostituite la (2′) e quella che si ricava da (1) eliminandone K e ζ mediante (2′) e (3), ossia

$$-4\eta'' + \frac{3\eta'^2}{\eta} + \frac{\eta'''\eta}{\eta'} = 0 .$$

Non occorre tenerne conto perchè è implicita nella (2′), da cui, attesa la costanza di K, discende per derivazione. La (2′) stessa, posto per un momento $\mathfrak{z} = \frac{1}{\sqrt{\eta}}$, equivale a

$$\mathfrak{z}'' - \tfrac{1}{4}\mathrm{K}\,\mathfrak{z} = 0 ,$$

che giova sostituire col solito integrale primo

$$\mathfrak{z}'^2 - \tfrac{1}{4}\mathrm{K}\,\mathfrak{z}^2 = \text{cost.}$$

La costante del secondo membro sarà, secondo i casi, positiva o negativa (certamente positiva per $\mathrm{K} < 0$). Checchè ne sia, è lecito attribuirle la forma $-\frac{1}{4}\varepsilon\mathrm{K}_0$, dove $\varepsilon = \pm 1$, e K_0 designa una costante ≥ 0, che ha le dimensioni di K (cioè l^{-2}). Riponendo per $\mathfrak{z}$ il suo valore $\frac{1}{\sqrt{\eta}}$, si ricava

$$\eta'^2 = \mathrm{K}\eta^2 - \varepsilon\mathrm{K}_0\eta^3 .$$

La (5) diviene con ciò

$$(5') \qquad \omega = \varepsilon\mathrm{K}_0\eta^3 \text{ [1]} ,$$

donde in particolare apparisce che la costante K_0 va ritenuta diversa da zero: altrimenti si ricadrebbe nel sottocaso B_3) (curvature tutte nulle, ossia spazio euclideo).

Dacchè K_0 non si annulla (ed ha le dimensioni di K), possiamo assumere la costante K sotto la forma $\mathrm{K}_0\mu$ (con μ puro numero); la precedente equazione può così essere scritta:

$$(7) \qquad \eta'^2 = \mathrm{K}_0(\mu\eta^2 - \varepsilon\eta^3) .$$

[1] Questa espressione di ω è conforme al risultato generale trovato nella Nota preced. (§ 1), specificando le condizioni di integrabilità del sottocaso B_2). Per ogni soluzione appartenente a tale tipo sussiste la relazione $\omega = \omega_0 e^{-3\tau}$ (con ω_0 costante). Qui $e^{-\tau}$ si riduce ad η, e la (5′) si identifica appunto colla ricordata condizione di integrabilità.

La (4), sostituendovi come variabile indipendente η ad x_3, a norma della (7), assume l'aspetto

$$dl^2 = \frac{d\sigma^2}{\eta^2} + \frac{d\eta^2}{K_0 \eta^4(\mu - \varepsilon\eta)}, \tag{4'}$$

dove $K_0 > 0$ è una costante arbitraria di dimensioni l^{-2}, μ è una costante numerica arbitraria (positiva, negativa o nulla), $\varepsilon = \pm 1$, e $d\sigma$ sta ad indicare un elemento lineare binario di curvatura costante $K = K_0 \mu$. *Si dovranno prendere in considerazione soltanto valori positivi di* η, dacchè (§ 1) η è il valore di una esponenziale.

Le linee (geodetiche) su cui varia la sola x_3, ossia la sola η, hanno, in base alla (4'), l'elemento lineare

$$dg = \frac{|d\eta|}{\sqrt{K_0}\, \eta^2 \sqrt{\mu - \varepsilon\eta}}, \tag{8}$$

il radicale intendendosi preso positivamente. Supponiamo di contare l'arco g su queste geodetiche, a partire da una generica, ma ben determinata superficie (ad esse ortogonale) $\eta = \eta_0$, e di procedere, nel senso delle η decrescenti, da η_0 verso lo zero. Si avrà così $|d\eta| = -d\eta$, e g, a tenore della (8), andrà crescendo *indefinitamente*, perchè il differenziale del secondo membro tende a diventare infinito d'ordine superiore al primo. Ne viene che, facendo decrescere η da un generico valore positivo η_0 verso lo zero, si tende all'∞, nella nostra varietà di elemento lineare (4'), allontanandosi indefinitamente, in senso perpendicolare, da una qualsiasi superficie della famiglia $\eta = \text{cost}$. Quanto più si procede verso l'infinito, tanto meno la varietà tende a scostarsi da uno spazio euclideo, perchè, in virtù della (5), ω, e con essa anche le due altre curvature principali $\omega_1 = \omega_2 = -\frac{1}{2}\omega$ convergono a zero assieme ad η.

La (3), isolando ζ', si integra e porge

$$e^{\zeta} = \frac{1}{\sqrt{K_0}} \eta', \tag{3'}$$

dove ho assunto $\frac{1}{\sqrt{K_0}}$ per costante di integrazione. Ciò è lecito, perchè da un lato è rispettata l'omogeneità, tale costante dovendo essere una lunghezza $\left(\eta \text{ e } \zeta \text{ sono puri numeri, } \eta' = \frac{d\eta}{dx_3} \text{ è l'inversa di una lunghezza}\right)$. D'altro lato poi va tenuto presente che ci prepariamo e^{ζ} *soltanto* per sostituirlo nella espressione (6) di V, in cui compare già una costante moltiplicativa arbitraria. Sarebbe dunque ozioso introdurne una seconda.

L'effettiva sostituzione di (3') in (6), ove si tenga conto della (7), ci dà

$$\tfrac{1}{2} V^2 = \tfrac{1}{2} V_0^2 (\mu - \varepsilon \eta) . \tag{6'}$$

In questa e nella (4'), si compendia la rappresentazione formale della categoria di soluzioni di cui stiamo occupandoci. L'integrazione ha introdotto le tre costanti K_0, μ, V_0. Ma K_0 e V_0 dipendono dalla scelta delle unità di lunghezza e di velocità. *Perciò si tratta di ∞^1 soluzioni intrinsecamente distinte.*

Dacchè [Nota 1, § 2] $-\frac{1}{2} V^2$ costituisce il potenziale statico del nostro campo di forza, e V dipende dalla sola η, le superficie $\eta = \text{cost.}$ sono equipotenziali, e le loro traiettorie ortogonali (geodetiche come s'è già rilevato) costituiscono le *linee di forza*. Esse coincidono manifestamente colle *linee assiali* (linee principali di curvatura corrispondenti alla ω, le quali, in ogni dl^2 del sottocaso B_2), sono quelle su cui varia la sola x_3, il che è quanto dire, nel caso presente, la sola η); nonchè colle *linee di pendenza* della ω [funzione della sola η a norma della (5')]. Per questa duplice coincidenza, è ben giustificato di chiamare *longitudinali* le soluzioni di cui stiamo occupandoci.

Assumendo per positivo il senso delle η crescenti, si ha dalle (6') e (8)

$$F = -\tfrac{1}{2} \frac{dV^2}{dg} = \tfrac{1}{2} V_0^2 \sqrt{K_0}\, \eta^2 \sqrt{\mu - \varepsilon \eta} . \tag{9}$$

Dacchè F risulta positiva, *la forza è diretta* (secondo le linee assiali di curvatura) *verso le regioni più incurvate* (tali essendo, a norma della (5'), quelle che corrispondono a valori maggiori di η).

La legge quantitativa della forza si può considerare espressa dalla (9) sotto forma intrinseca. Infatti η non è un generico parametro di posizione, ma, in virtù della (5'), ha un preciso significato metrico dipendente dalle curvature delle varietà. Va da sè che, volendo, si potrebbe anche esprimere F in funzione della distanza geodetica g da una prefissata superficie (equipotenziale) $\eta = \eta_0$. Basterebbe ricavare η in termini di g dalla (8), e sostituire in (9).

Val la pena di fissare anche l'espressione esplicita del gradiente della forza F (lungo la sua linea d'azione, nel senso delle η crescenti), che è

$$\frac{dF}{dg} = V_0^2 K_0 \eta^3 (\mu - {}^5/_4\, \varepsilon \eta) . \tag{10}$$

4. — Forma di Schwarzschild per $\mu > 0$.

A norma della (4'), le superficie $\eta = \text{cost.}$ sono geodeticamente parallele. Ad esse compete il quadrato dell'elemento lineare $\dfrac{d\sigma^2}{\eta^2}$ e quindi (per essere $K_0 \mu$ la curvatura del $d\sigma^2$) la curvatura costante $K_0 \mu \eta^2$, *positiva* assieme a μ. Ognuna di esse è perciò applicabile sopra una sfera il cui raggio R è definito da

$$\frac{1}{R} = \sqrt{K_0 \mu} \cdot \eta \,. \tag{11}$$

Introducendo coordinate geografiche ϑ, φ, si può intanto porre

$$\frac{d\sigma^2}{\eta^2} = R^2(d\vartheta^2 + \sin^2\vartheta \, d\varphi^2) \,.$$

D'altra parte dalle (8) e (11), sostituendo come variabile indipendente R ad η, si ricava

$$dg^2 = \frac{dR^2}{1 - \alpha/_R} \,,$$

dove

$$\alpha = \frac{\varepsilon}{\sqrt{K_0} \, \mu^{3/2}}$$

sta a designare una costante (positiva per $\varepsilon = 1$) avente le dimensioni di una lunghezza.

Ne consegue, badando alle (4') e (8),

$$dl^2 = \frac{d\sigma^2}{\eta^2} + dg^2 = R^2(d\vartheta^2 + \sin^2\vartheta \, d\varphi^2) + \frac{dR^2}{1 - \alpha/_R} \,,$$

che è precisamente la forma di Schwarzschild [1].

La corrispondente espressione di V^2 si ha dalla (6'), sostituendo R ad η per mezzo della (11). Ove si designi con c^2 la costante $V_0^2 \mu$, risulta

$$V^2 = c^2(1 - \alpha/_R) \,.$$

C. D. D.

5. — Condizione qualitativa di immediata prossimità ad uno spazio euclideo.

Dacchè le tre curvature principali sono, a norma della (5'),

$$\omega_1 = \omega_2 = -\tfrac{1}{2}\,\omega = -\tfrac{1}{2}\,\varepsilon \, K_0 \, \eta^3 \qquad (\varepsilon = \pm 1),$$

si sarà prossimi al comportamento euclideo allora e allora soltanto che risulti piccolo $K_0 \eta^3$. Questo può avvenire per due ragioni: o K_0 (che è una curvatura) riesce trascurabile di fronte ad altra curvatura che abbia importanza specifica nel caso concreto da prendere in considerazione; ovvero η^3 (che è un puro numero) si mantiene piccolo in valore assoluto.

[1] Cfr. Palatini, loc. cit., pag. 19.

Ciò premesso, si osservi dal punto di vista geometrico che la congruenza assiale (costituita dalle linee su cui varia la sola x_3, o, ciò che è lo stesso, la sola η) è, per ogni metrica del sottocaso B_2), isotropa e normale [cfr. Nota IV, § 2]; per le metriche (4′) risulta altresì geodetica. Ora, in uno spazio euclideo, le congruenze geodetiche, isotrope e normali si riducono a due soli tipi:

1°) Rette concorrenti in un punto (proprio) O.

2°) Rette parallele.

Ne segue che, nelle soluzioni trovate, in quanto si accostino al caso euclideo, le superficie equipotenziali $\eta = \text{cost.}$ devono essere assai prossime a sfere concentriche, oppure a piani paralleli.

La curvatura delle sfere è positiva, e non infinitesima, finchè ci si pone a distanza finita da O. Siccome, nella contigua metrica einsteiniana, la curvatura delle superficie $\eta = \text{cost.}$ è espressa da $K_0 \mu \eta^2$, così dobbiamo necessariamente ritenere $\mu > 0$. Dopo di che, in base al precedente §, diviene superfluo soffermarsi sul complemento quantitativo di piccolo divario dalla metrica euclidea: questo si specifica in modo noto, chiaramente illustrato dal Palatini nella citata Memoria.

Resta da riconoscere in quali delle nostre soluzioni le superficie equipotenziali sono prossime a piani paralleli dello spazio ordinario. Si richiede evidentemente (e basta) che sieno piccole ad un tempo le curvature principali, e per esse $K_0 \eta^3$, nonchè la curvatura $K_0 \mu \eta^2$ delle superficie equipotenziali. Trattando come quantità di prim'ordine i due puri numeri η (variabile) e μ (costante), le dette curvature riescono del 3° ordine. E si può constatare che il campo di forza è uniforme con approssimazione anche superiore a quest'ordine. Basta por mente alla (10), la quale mostra che il gradiente della forza F contiene il fattore di quarto ordine

$$\eta^3 (\mu - {}^5/_4\, \varepsilon \eta) .$$

Val la pena di rilevare che, in questi campi prossimi agli uniformi, come in tutte le soluzioni longitudinali, lo spazio è distorto (cioè deformato rispetto all'ordinario spazio euclideo) in modo che la direzione assiale di curvatura principale coincide con quella della forza. È questo il comportamento più intuitivo. Vedremo però in seguito (in particolare al § 6 della Nota VI) che altre soluzioni, pur aventi lo stesso aspetto limite di campi uniformi dello spazio euclideo, presentano, nei riguardi dell' inclinazione delle linee assiali sulle linee di forza, caratteristiche più complesse, che non si saprebbero certo prevedere col semplice buon senso.