ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCCXVI.

1919

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME XXVIII.

1° SEMESTRE.

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL DOTT. PIO BEFANI

1919

Fisica. — *Determinazione delle costanti elettroniche del bismuto* [1]. Nota di G. C. TRABACCHI, presentata dal Corrispondente O. M. CORBINO.

1. La determinazione delle costanti elettroniche dei metalli fu già tentata da Zahn [2], utilizzando le formule generali di Drude e misurando su una sola lamina tutti gli effetti conosciuti, sia quelli galvanomagnetici, sia quelli che dipendono dalle proprietà del metallo connesse con la teoria della propagazione del calore; ma egli non potè ottenere alcun risultato. Più tardi il dott. Senepa [3], impiegando le formule proposte dal prof. Corbino, affrontò nuovamente il problema; ma anch'egli dovette ricorrere a fenomeni dipendenti dalla teoria di Drude sui fenomeni termomagnetici e dovette scartare le misure dell'effetto Righi, perchè per esso si sarebbe dovuto ammettere un segno opposto a quello sperimentale, se si voleva giungere a valori ammissibili delle costanti. Recentemente il prof. Corbino [4], riprendendo i suoi lavori del 1915 [5] sulla conducibilità delle lamine metalliche sottoposte all'azione di un campo magnetico, a temperatura costante, ha stabilito delle relazioni che possono permettere la determinazione delle quattro costanti elettroniche della teoria di Drude, e cioè i numeri di ioni positivi e negativi esistenti per centimetro cubo e le rispettive mobilità.

Tali relazioni sono basate su particolarità dei fenomeni galvanomagnetici, finora ritenute non spiegabili con la teoria; e cioè le variazioni della costante dell'effetto Hall al mutare del campo e le variazioni di resistenza subìte dal metallo per effetto del campo; esse lasciano completamente da parte tutti gli altri fenomeni di origine termomagnetica.

2. Indicando con N_1, N_2 il numero di ioni positivi e negativi per cm^3; con v_1, v_2 le rispettive mobilità definite come nella teoria di Drude; con R il valore della costante di Hall; con R_0 la stessa per campi piccolissimi:

con e il valore assoluto, comune, della carica delle due specie di ioni; con C la conducibilità elettrica del bismuto sotto l'azione del campo; con C_0 la conducibilità elettrica del bismuto fuori del campo; con b_1 il valore di $\frac{N_1 e^2 v_1}{C_0}$; con b_2 quello di $\frac{N_2 e^2 v_2}{C_0}$; con H l'intensità del campo;

(1) Lavoro eseguito nell'Istituto Fisico della R. Università di Roma.
(2) Ann. d. Phys., *14*, 1904, pag. 886.
(3) Nuovo Cimento, ser. VI, vol. VI, nov. 1913.
(4) Rend. Acc. Lincei,
(5) Rend. Acc. Lincei, vol. XXIV, 1° sem., pag. 213, 1915.

e ponendo nelle equazioni date dal prof. Corbino al § 5:

$$-\frac{\Delta C}{C_0} : H^2 = k\,,$$

$$\frac{RC - R_0 C_0}{H^2} = h\,;$$

le equazioni stesse si possono scrivere nel modo seguente:

(1) $$R_0 C_0 = e(b_1 v_1 - b_2 v_2)$$

(2) $$\frac{h}{k} = e(v_2 - v_1)$$

(3) $$k = b_1 b_2 e^2 (v_1 + v_2)^2$$

(4) $$1 = b_1 + b_2\,.$$

Dalle (2) e (3), ponendo:

(5) $$y_1 = ev_1 \quad , \quad y_2 = ev_2\,,$$

si ha:

(6) $$\sqrt{\frac{k}{b_1 b_2}} = y_2 + y_1$$

$$\frac{h}{k} = y_2 - y_1\,;$$

donde:

(7) $$y_1 = \frac{1}{2}\left[\sqrt{\frac{k}{b_1 b_2}} - \frac{h}{k}\right] \quad , \quad y_2 = \frac{1}{2}\left[\sqrt{\frac{k}{b_1 b_2}} + \frac{h}{k}\right];$$

che, sostituiti nella (1), ove si ponga:

$$R_0 C_0 + \frac{1}{2}\frac{h}{k} = A\,,$$

dànno:

(8) $$\frac{b_2}{b_1} = 1 + \frac{2A^2}{k} \pm \sqrt{\left[1 + \frac{2A^2}{k}\right]^2 - 1}\,.$$

La (8) ha due soluzioni, ma una di esse (quella corrispondente al segno —) è data da un numero molto piccolo; questa soluzione è da scartare, perchè, per la (1), deve essere:

$$b_1 v_1 < b_2 v_2\,;$$

e poichè la risoluzione numerica prova che anche con la soluzione che si scarta i valori di v_1 e v_2 sono poco differenti fra loro, l' ultima disugua-

glianza non può essere soddisfatta per valori di b_2 molto minori di b_1, come sarebbero quelli che si dedurrebbero scegliendo il segno — avanti al radicale.

Indicando pertanto con l la soluzione scelta, e ricordando che

$$b_1 + b_2 = 1,$$

si deduce

$$b_1 = \frac{1}{1+l},$$

$$b_2 = \frac{l}{1+l};$$

per cui dalle (7), tenendo conto delle (5) si ha:

$$(9) \qquad \begin{aligned} v_1 &= \frac{1}{2e}\left[(1+l)\sqrt{\frac{k}{l}} - \frac{h}{k}\right] \\ v_2 &= \frac{1}{2e}\left[(1+l)\sqrt{\frac{k}{l}} + \frac{h}{k}\right]. \end{aligned}$$

Ricordando che

$$(10) \qquad \begin{aligned} b_1 &= \frac{N_1 e^2 v_1}{C_0}, \\ b_2 &= \frac{N_2 e^2 v_2}{C_0}, \end{aligned}$$

si deducono per N_1 e N_2 i valori seguenti:

$$(11) \qquad N_1 = \frac{b_1 C_0}{e^2 v_1}, \quad N_2 = \frac{b_2 C_0}{e^2 v_2}.$$

Occorre dunque che l'esperienza permetta la misura di

$$R, R_0, C_0, \frac{\Delta C}{C_0}, H.$$

3. Prima di accingermi a queste misure ho sottoposto la teoria ad un primo cimento, verificando la formula data dal Corbino [1] per mettere in relazione la variazione di resistenza nei due casi tipici nei quali essa ha realmente un significato: ossia per una lamina ad elettrodi puntiformi e per una lamina a forma di corona circolare con elettrodi estesi a tutti i contorni. Per questi due casi il Corbino ha dato una equazione che permette una verifica sperimentale assai rigorosa. Indicando

con $\frac{\varrho_H}{\varrho}$ la variazione di resistenza specifica subìta dal metallo nel caso della corona circolare;

[1] O. M. Corbino, Rend. Acc. Lincei

con $\frac{r_H}{r}$ la stessa nel caso della lamina a contorni liberi;

con β l'angolo di cui ruotano le linee equipotenziali per effetto del campo nel caso della lamina a contorni liberi;
la relazione data dal Corbino è la seguente:

$$\frac{\varrho_H}{\varrho} = \frac{r_H}{r}(1 + \operatorname{tag}^2 \beta) \text{ (1)}. \tag{12}$$

Effettuate le misure con le opportune avvertenze, ho trovato perfetta coincidenza tra i valori misurati nel caso del disco e quelli per esso calcolati in base alla formula (12), deducendoli dai valori trovati per la lamina a contatti puntiformi.

Ottenuta in tal modo la verifica di questo punto essenziale della teoria, mi sono accinto alla misura delle grandezze occorrenti al calcolo delle costanti elettroniche.

4. La determinazione di queste grandezze è stata da me eseguita con opportuni accorgimenti sperimentali che non possono essere descritti qui per mancanza di spazio, ma saranno riferiti altrove, ed ha condotto, per campi piccolissimi, ai valori seguenti per le quattro costanti elettroniche:

$$N_1 = 0{,}5.10^{18} \qquad N_2 = 1{,}8.10^{18}$$
$$v_1 = 5{,}4.10^{15} \qquad v_2 = 15{,}6.10^{15}.$$

5. Per sottoporre questi risultati ad una prova che permettesse di rendersi conto della loro attendibilità, me ne sono servito per calcolare lo scarto dalla legge di Wiedemann e Franz, quale è previsto dalla teoria di Drude; e poichè per tale verifica mi era necessario conoscere la variazione relativa della concentrazione degli ioni al variare della temperatura, ho ripetuto tutte le esperienze portando la lamina di bismuto alla temperatura di — 65°.

I valori trovati a questa temperatura sono i seguenti:

$$N_1 = 0{,}24.10^{18} \qquad N_2 = 0{,}98.10^{18}$$
$$v_1 = 13{,}9.10^{15} \qquad v_2 = 41{,}6.10^{15}.$$

La deviazione dalla legge di Wiedemann e Franz è data da

$$W = 2\,T\,b_1\,b_2\,x,$$

dove T è la temperatura assoluta alla quale si sperimenta, b_1 e b_2 hanno

(1) Una relazione apparentemente analoga alla (12) era stata già ottenuta da Boltzmann [Wien Anz., XXIII; Journ. de Phys. (2), VI, 290, 1887], ma in essa non era tenuto conto della variazione di resistenza che si riscontra in una lamina a elettrodi puntiformi, così che non sorprende che Ettingshausen [Wien. Sitzungsb. 95 (2), pag. 714, 1887] non l'abbia trovata verificata.

i valori già indicati e x è dato dall'espressione seguente:

$$x = \frac{1}{N_1} \cdot \frac{dN_1}{dT} + \frac{1}{N_2} \cdot \frac{dN_2}{dT} .$$

Se pertanto ci serviamo per calcolare x dei numeri trovati, avremo:

$$x = 1{,}17.10^{-2}$$

e poichè dall'esperienza risulta

$$b_1 \, b_2 = 0{,}07 ,$$

si calcola, per lo scarto dalla legge di Wiedemann e Franz, il valore

$$W = 0{,}50 ,$$

che è assai poco differente da quello determinato sperimentalmente da Jäger e Diesselhorst ($W = 0{,}505$ a 18°) (¹).

Si vede dunque che, partendo da due fenomeni galvanomagnetici (deviazioni dalla legge di proporzionalità dell'effetto Hall e variazione di resistenza col campo) si può pervenire alla determinazione del rapporto fra la conducibilità elettrica e calorifica del metallo, trovando valori assai prossimi a quelli che per tale rapporto dà l'esperienza diretta, il che rappresenta una notevole convalidazione della teoria.

6. Da quanto è stato esposto appare evidente che la teoria elettronica di Drude dà spiegazione sufficiente, tra gli altri fenomeni, di quello della variazione di resistenza nel campo. Sembra pertanto necessario un riesame dei risultati sperimentali che indurrebbero ad ammettere che le variazioni di resistenza fossero dovute invece ad alterazioni delle proprietà specifiche dei conduttori per opera del campo magnetico.

Patterson trovò che le lamine sottilissime di bismuto deposte per catodoplastia non presentano variazioni di resistenza per opera del campo (²); sperimentando con lamine ottenute comprimendo polveri di bismuto, io (³) ebbi a riscontrare che anch'esse subivano variazioni piccolissime; e poichè per l'effetto Hall in dette lamine trovavo valori normali come per il bismuto fuso, fui indotto ad ammettere che le variazioni di resistenza fossero dovute, almeno per la massima parte, ad alterazioni della struttura provocate dal campo.

In seguito ai risultati della citata ricerca teorica del prof. Corbino e delle mie esperienze sopra riferite, ho acquistato la convinzione che vi fosse errore o nelle esperienze o nella loro interpretazione; le ho pertanto accu-

(¹) Sitzungsber. d. k. Acad. d. Wissensch. zu Berlin, 38, 1899.
(²) Cambr. Proc. (2) 9, 118 (1901).
(³) Rend. Acc. Lincei, ser. 5ª, vol. XXIV, 1° sem., pag. 1053.

ratamente ripetute, ed, avendo ottenuto gli stessi risultati di prima, ho cercato di trovare la spiegazione dell'apparente contraddizione fra la teoria e le esperienze.

7. Quando si comprime una polvere anche a pressione elevatissima, non è possibile allontanare completamente le atmosfere superficiali dei granuli di polvere, i quali possono del resto anche essere ricoperti da un leggero strato di ossido, specialmente quando sono preparati per via chimica; poichè l'asciugamento, per quanto fatto con cura e in ambiente privo di aria, è accompagnato quasi sempre da una ossidazione più o meno profonda, e non di rado, malgrado si usino tutte le precauzioni, buona parte del bismuto precipita allo stato di ossido, che rimane così mescolato alle parti metalliche. Tutto ciò costituisce una resistenza addizionale, che non è alterata dall'azione del campo; la presenza di questa resistenza, che ha un valore rilevante rispetto a quella del bismuto, attenua la variazione relativa di resistenza di quest'ultimo; infatti, misurando il valore assoluto della resistenza specifica delle lamine artificiali, anche dopo una compressione che conferiva loro una densità pari a quella del bismuto fuso, ho riscontrato che essa è superiore alla resistenza specifica di quest'ultimo, in misura sufficiente per spiegare l'apparente piccolezza della variazione *relativa* di resistenza del metallo.

Patologia vegetale. — *Su di un caso di invasione di ruggine nera dei cereali « Puccinia graminis Pers » in Terra di Lavoro.* Nota di C. Campbell, presentata dal Socio R. Pirotta.

Nel giugno 1913, venivo chiamato in Atina, per giudicare di una forte invasione di ruggine, che in una contrada, e da circa un trentennio, rendeva pressochè nullo il raccolto del frumento.

La cosa non era certo passata inosservata, e se ne erano seriamente occupati e preoccupati anche prima, proprietari e coltivatori, senonchè il giudizio dato e ripetuto da altri, trattarsi di ruggine comune del frumento, e nella contrada, e della stessa specie dominante in tutto il territorio, e non potersi contro la stessa praticamente far nulla, fece più serenamente sopportare il notevole danno per tanti anni di seguito. Dalla descrizione avuta del caso, e senza materiale per una diagnosi immediata, mi colpì il fatto, che il danno fosse limitato a punti ben determinati, ed è sorprendente come esso non si sia reso evidente a chi prima aveva giudicato con tanta leggerezza!

Le personali ricerche sulla ruggine del frumento dal 1900 in poi, con osservazioni ed esami microscopici sopra materiale raccolto nelle più varie condizioni e contrade della provincia, mi avevano chiaramente dimostrato,