

ATTI
DELLA
REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCCXVI.

1919

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME XXVIII.

1° SEMESTRE.



ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL DOTT. FIO BEFANI

1919

immissioni di cieche le anguille crebbero di numero, ma diminuirono la grandezza. Per quante cieche si peschino, ne sfuggiranno sempre troppe, in confronto alla quantità necessaria per popolare le acque suddette.

Nella località dove predominano le femmine e dove perciò il divieto della pesca di anguille al di sotto di 25 cm. potrebbe riuscire utile, non si prendono mai anguille così piccole (v. sopra), tanto che io per procurarmene un certo numero, ho penato moltissimo. Dove invece predominano i maschi (vicino al mare), le anguilline pullulano in così grande quantità da non dover temere alcun inconveniente dalla soppressione del divieto (¹).

Astronomia. — *Sopra un Articolo del Bulletin astronomique di Parigi.* Nota del Corrisp. V. CERULLI.

Gli errori elementari di cui ci tocca oggi l'esame, li passeremmo volentieri sotto silenzio, se non fosse piaciuto al loro autore sig. Jean Boccardi, servirsi per la loro pubblicazione, delle pagine di un autorevole Periodico forestiero, quale il Bulletin astronomique (novembre 1918).

L'articolo del Boccardi s'intitola: *Détermination systématique de la latitude de Pino Torinese*, e comincia dal riferire una novella serie di misure intese a dimostrare che c'è effettivamente a Pino la da noi (in base alle medie semiorarie) negata amplificazione dell'effetto lunare sulla latitudine. Se l'a. si fermasse qui, nulla avremmo da aggiungere alla nostra Nota d'aprile dell'anno scorso (²). Ma l'articolo ha purtroppo anche una parte teorica. Non contento d'aver tentato la misura della costante d'aberrazione con quel successo che vedemmo nelle nostre Note di gennaio e marzo u. s. (³), l'a. si fa oggi a ricercare la costante della nutazione diurna dell'asse di inerzia

(¹) Altra volta io ho proposto di proibire la pesca delle anguille gialle al di sotto di 50 cm. e di rimettere in acqua quelle che per caso venissero pescate. La mia proposta fu giudicata inutile stante il gran numero di anguille che pullulano nelle nostre acque dolci. Le mie recenti ricerche mi autorizzano a ritenere che questa asserzione non è fondata, quando si tratta di località dove predominano le femmine (capitoni). Quanto all'altra asserzione che non si troverà un pescatore che rimetterà in acqua dolce un'anguilla gialla inferiore ai 40 cm., si vede che chi l'ha avanzata non era bene informato. A Fiumicino egli potrebbe giornalmente verificare che l'operazione viene praticata spontaneamente, direi quasi automaticamente.

(²) Vedi: V. Cerulli, *Su di una pretesa forte variazione di latitudine a breve periodo.* Rend. R. Accad. Lincei, XXVII, pag. 213 e seg.

(³) Vedi: V. Cerulli, *Una pseudo-determinazione della costante d'aberrazione.* Rend. R. Accad. Lincei, XXVIII, pag. 39 e seg., pag. 179 e seg. L'a. non manca di ricordare tale determinazione. « Je m'en suis occupé », e dice di aver trovato il valore 20',50. Come vedemmo a suo luogo, il vero valore dato dalle sue medie mensili era invece 20',36.

della Terra nello spazio. Qui i nuovi errori pullulano, ed è bene di brevemente confutarli.

La semiamplitudine della detta nutazione non è altro che la distanza fra polo di rotazione e polo d'inerzia. Fino a un 40 anni fa non si vedevano ancora ragioni per non considerar fisso quest'ultimo, che anche si chiamava il polo di figura: onde la semiamplitudine cercata poteva identificarsi col raggio della polodia. Ma oggi sappiamo che il polo di inerzia è mobile non meno del polo di rotazione, quantunque in più ristretto campo, e ciò tanto per la elasticità della Terra e mobilità dell'oceano, che permettono al primo di spostarsi verso il secondo per i 2/7 della loro distanza, quanto per la distribuzione della pressione atmosferica, variabile secondo le stagioni, in virtù della quale variazione, il polo d'inerzia, anche indipendentemente dalla tendenza verso il polo rotatorio, è tratto a descrivere un'orbita annua, più o meno variabile ed irregolare⁽¹⁾.

Considerar quindi la distanza fra i due poli come una costante astronomica significa non intendere i risultati più ovvi dell'opera internazionale delle latitudini, e ricadere nel punto di vista, da tanto tempo sorpassato, dei vecchi astronomi, ai quali doveva bastare di formarsi un'idea approssimata di quel che potesse essere l'ammontare dello sdoppiamento fra i due poli, cominciando dal figurarselo costante.

Della semiamplitudine della nutazione in discorso può oggi bensì richiedersi il valor *medio*. Se trascuriamo l'orbita annua del polo d'inerzia, e consideriamo di questo solo lo spostamento verso il polo di rotazione, possiamo dire che detto valor medio sia i 5/7 del raggio medio della polodia, ossia $5/7 \times 0'',17 = 0'',12$. Questo valore è cognito all'a., ma non in seguito a calcolo come il qui fatto, bensì come risultato di vecchie osservazioni di Gylden, discusse da Nyrén. Egli si propone pertanto di verificare il valore di Gylden, in base alle misure di latitudine di Pino, il che, per quanto si è detto, è un puro fuor d'opera. La verifica si trova già fatta con i più potenti mezzi dell'astronomia moderna, da circa ormai un ventennio.

Ma sulla ingiustificabile pretesa di riprendere il problema nella vecchia forma, si potrebbe chiudere un occhio, se almeno il Boccardi avesse saputo assoggettare le sue osservazioni al trattamento che era richiesto per trarne la sua incognita. Invece, anche qui egli ha voluto tirar in ballo un metodo *suo*, interamente sbagliato. Il primo errore, che sta a base della ricerca, è quello di credere che la forte amplitudine (0'',24) della nutazione diurna

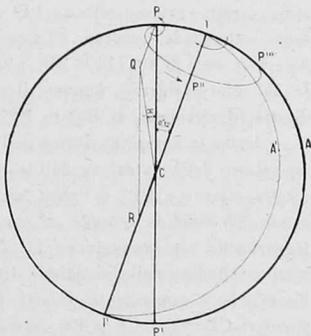
⁽¹⁾ Vedi in Resultate des intern. Breitendienstes. Bd. V, Berlino, 1916, le istruttive ricerche di Schweydar intorno all'orbita del polo di inerzia dal 1900 al 1911. Il movimento del polo d'inerzia si compone di due parti, una retrograda, in un'orbita annua, allungata verso i continenti americano ed asiatico (coordinata y), e l'altra, diretta, proveniente dall'attrazione del polo rotatorio sul polo d'inerzia, attrazione che caratterizza la Terra elastica, ossia deformabile, e che nella Terra rigida non avrebbe effetto.

dell'asse d'inerzia debba riversarsi sulle declinazioni stellari, e quindi sulla latitudine di Pino, da tali declinazioni determinata, dando luogo a sensibili variazioni, di periodo diurno, nella latitudine stessa. Evidentemente il Boccardi confonde l'asse d'inerzia con l'asse rotatorio. La nutazione di quest'ultimo, e non quella del primo può alterare le declinazioni, poichè queste si riferiscono al polo di rotazione e non al polo d'inerzia, che è un punto affatto ideale, e non consente individuazione rispetto alle stelle. Ora se la nutazione dell'asse d'inerzia ha una semiamplitudine di $0''{,}12$, la Meccanica elementare insegna che l'asse di rotazione non può averne (nello spazio) altra che di $0''{,}12/304 = 0''{,}0004$, quantità affatto insensibile. È quindi falsa la tesi del nostro a. che debbano le stelle di Pino Torinese dare latitudini differenti, secondo le loro diverse Ascensioni Rette ⁽¹⁾.

Attesa la nullità di nutazione dell'asse rotatorio, è chiaro che la semiamplitudine di nutazione dell'asse d'inerzia, ossia la distanza fra i due poli, in tanto può essere misurata, in quanto dia luogo a qualche fenomeno *secondario* ⁽²⁾, suscettibile di misurazione. Tale fenomeno è la cosiddetta

(1) Meno erroneo sarebbe stato, per sostenere la variazione della latitudine con la AR, appellarsi alla nutazione diurna dell'asse rotatorio entro lo sferoide, alla quale il nostro a. non ha punto pensato, ma anche questa, abbenchè 15 volte maggiore della nutazione dello stesso asse nello spazio, rientra sempre nella categoria degli evanescenti, senza dire che non si può separarla dalla rifrazione zenitale. Nelle osservazioni internazionali dei 4 gruppi stellari si cercò, come altra volta dicemmo, invano l'onda quindicinale cui dovrebbe dar luogo la detta nutazione nelle differenze $\Delta\varphi$ fra stelle intervallate di 6^h , onda $4/3$ più ampia di quella delle stelle singole. Il sig. Boccardi avrebbe dovuto ripetere il lavoro con le sue stelle ψ Ursae maj. e δ Cygni, e se non l'ha fatto, si è che pur scrivendo lunghi articoli sulla nutazione diurna, gli è mancata un'idea chiara di quello che essa veramente è, e del modo suo di agire sulla latitudine.

(2) Per intendere questa nutazione secondaria, premessa la nutazione primaria con periodo alquanto minore di 24^h , non è necessario saper leggere nelle pur semplici equazioni di Eulero. Bastano gli elementi che chiamerei *intuitivi* della cinematica. Immaginiamo (vedi annessa figura) in un certo istante, il meridiano determinato dal polo di rotazione P e dal polo di inerzia fisso, o polo di figura J. Il meridiano ruota intorno all'asse PP' nel senso della freccia, cioè diretto, in 24 ore siderali, ma tuttavia, quella parte di esso che è rappresentata dall'asse di inerzia JJ' , anticipa leggermente sulla parte equatoriale, così da tornare JJ' su sè stesso, non in 24^h , bensì in $23^h 55^m{,}3$. Questa è la *nutazione diurna*, e ne scaturisce che, se all'origine del movimento il punto A si trovava sul meridiano PJ dell'asse d'inerzia, trascorse $23^h 55^m{,}3$ si troverà sul circolo massimo $JA'J'$, e gli mancheranno ancora 4,7 minuti per arrivare in A. Mentre dunque in principio la linea (geodetica) AJ, congiungente due punti *determinati* della superficie terrestre, passava



nutazione euleriana, il muoversi, cioè, o la tendenza a muoversi, del polo di rotazione, *sopra la Terra*, in un circoletto avente per centro il polo d'inerzia, ed una durata di rivoluzione di 10 mesi. Questo circoletto (che si trasforma in pratica in quella curva irregolare e senza fine che è la polodia) avrebbe dunque per diametro il doppio della distanza cercata e sarebbe perfettamente misurabile mediante le variazioni di latitudine di un qualsivoglia luogo. Si fu in tale ipotesi che la ricerca venne condotta dai vecchi astronomi, ma i loro risultati, per le irregolarità, allora non sospettate, della polodia, furono tutt'altro che concordanti. Anche gettava su di essi forti dubbi il fatto che non si riusciva a trovar traccia del periodo dei 10 mesi. Il valore $0'',125$, tratto dalle osservazioni di Gylden, si avvicinava solo *per accidens* assai al vero valor *medio* dell'incognita, scoperto più tardi.

Fu merito di Chandler il dimostrare che se il periodo dei 10 mesi non esisteva, esisteva invece certamente quello dei 14, del qual rallentamento del moto euleriano del polo rotatorio sopra lo sferoide si trovò subito la ragione principale in quell'avvicinamento del polo d'inerzia al polo di rotazione, di cui dicemmo in principio. Il polo rotatorio, tendendo a descrivere il circolo dei 10 mesi attorno al polo d'inerzia *effettivo*, che gli sta più vicino del polo d'inerzia medio (supposto fisso) si sposta giornalmente i $5/7$ di quel che farebbe se il polo d'inerzia stesse fermo. Riferita quindi al polo fisso, la nutazione euleriana dei 10 mesi si trasforma nella chandleriana dei $7/5 \times 10 = 14$ mesi. Ma è essenziale a notarsi che la nutazione chandleriana non abolisce la euleriana, bensì la suppone e conferma, onde nulla di

per il polo di rotazione P, dopo $23^h 55^m,3$ non ci passa più, ed il polo di rotazione si trova un po' più avanti, rispetto all'osservatore. In altre parole, ruotando la Terra, in senso diretto, attorno all'asse PP' in 24 ore, una seconda rotazione di essa si effettua, in senso retrogrado, attorno all'asse JJ', rotazione che è, esattamente, di $4^m,698$ in $23^h 55^m,302$, ossia di $4^m,713$ in 24^h , e si compie quindi in giorni siderali: $24/(4,713/60) = 305$. In 305 giorni siderali, dunque, il polo di rotazione descrive sopra la Terra, in senso diretto, il circoletto di Eulero PP''P'''.

Anche la nutazione diurna dell'asse di rotazione nello spazio può considerarsi prodotto secondario della nutazione dell'asse di inerzia. Giacchè le due rotazioni della Terra, una diretta attorno a PP', e l'altra retrograda attorno a JJ', in ogni istante, per esser la prima 305 volte la seconda, si compongono in una rotazione unica attorno ad un asse leggermente più inclinato su JJ' di quel che è PP'. Questo eccesso di inclinazione è la semiamplitudine della nutazione diurna dell'asse rotatorio, e facilmente si capisce dalla figura, che è evanescente. Infatti, formato il parallelogrammo CPQR con le due velocità angolari CR=1 e CP=305, la velocità risultante CQ formerà con CP un angolo dato dalla proporzione: $CP:CR=305=(x+0'',12):x$, da cui $x=0'',12/304=0'',0004$, come nel testo. Questo sarebbe l'effetto *massimo* della nutazione dello sferoide sulle declinazioni stellari, e si vede che è affatto impercettibile.

più erroneo del ritenere che, come il periodo dei 10 mesi si trova in realtà allungato in uno di 14, così anche il periodo della nutazione diurna dell'asse d'inerzia nello spazio, che alla migrazione del polo rotatorio sullo sferoide dà luogo, e che imprescindibilmente risulta dal ben cognito rapporto dei momenti principali d'inerzia, possa esser in pratica diverso da quello che le leggi della Meccanica stabiliscono⁽¹⁾.

Abbiamo accennato a questo errore, per la ragione che anch'esso vien commesso dal nostro a. ed anzi sotto tal forma che arriva all'assurdo. Se, con'egli crede, la nutazione diurna influisce in misura sensibile sulle declinazioni stellari, le 4 stelle di Pino Torinese non potranno presentare i massimi ed i minimi polodici della latitudine nelle stesse epoche. Supponendo p. es. che in una certa epoca la latitudine stia *realmente* passando per un massimo, e resti quindi costante per parecchi giorni, essa *sembrerà*, tuttavia, in crescenza o in decrescenza, secondo che misurata con una stella che si trovi al massimo oppure al minimo di nutazione diurna in δ ; di guisa che il massimo apparente di latitudine sarà nel primo caso ritardato, e nel secondo anticipato. Ora accade all'a. che esaminando le epoche dei massimi e dei minimi in parola per le sue quattro stelle, egli non trovi traccia di codesta disparità, ch'è anzi le dette stelle gli danno i massimi ed i minimi di latitudine esattamente negli stessi giorni. Ciò è semplice conseguenza della nullità della nutazione diurna dell'asse di *rotazione*, laddove l'a. che dell'asse di rotazione si è scordato, crede di poterne inferire che l'effetto della nutazione diurna dell'asse d'inerzia sia, per ciascuna stella, invariabile da

(¹) Se la nutazione diurna dell'asse d'inerzia si compie in $24^h - n$, dove n è inteso in minuti, è facile vedere che la nutazione euleriana dura $1440/n - 1$ giorni siderali. L'errore notato nel testo sta nel pensare che il periodo dei 433 giorni di Chandler possa provenire da ciò che nella espressione precedente si debba porre $n = 3.3$ ossia che la nutazione diurna duri $23^h 56^m,7$ anzichè $23^h 55^m,3$. Poichè la Meccanica insegna anche che $n = 1440(C - A)/C$, con C ed A denotando i momenti principali d'inerzia, polare ed equatoriale, e d'altra parte, il rapporto $(C - A)/C$ risulta dai minuti sviluppi di Oppolzer sulla precessione (*Bahnbestimmung* 2 Aufl. p. 182) dover esser $= 0,00326$, con non più di 4 o 5 unità d'incertezza nell'ultima cifra. Il valore di n non può quindi differir granchè dai $4^m,7$, in accordo col periodo euleriano dei 305 giorni. È essenziale capir bene che il periodo dei 10 mesi seguita sempre a sussistere nelle declinazioni stellari, e quindi anche nelle latitudini, ossia che la scoperta di Chandler consistette in sostanza nell'*aggiungere* al periodo di 10 mesi un altro di 14. E se questo secondo soltanto riesce a manifestarsi, si è perchè l'amplitudine del primo (che equivale *in massimo* all'amplitudine della nutazione diurna dell'asse rotatorio nello spazio) è evanescente ($0''0008$). In altre parole, la polodia celeste, toltine i ben cogniti moti per precessione e nutazione ordinaria, si riduce ad un semplice punto, e la polodia terrestre, risultante dai lavori internazionali sulle latitudini, è assolutamente *reale*, ossia le variazioni di latitudine che servono a disegnarla nascono da veri spostamenti del polo sopra lo sferoide, e non già, come taluno sogna, parte da tali spostamenti e parte da variazioni periodiche delle declinazioni stellari.

un giorno all'altro, o altrimenti parlando, il periodo di detta nutazione sia esattamente di 24 ore siderali, anzichè di $23^{\text{h}}55^{\text{m}}$, come vuole la Meccanica!

A codesta curiosa illazione egli è evidentemente incoraggiato dall'erronea credenza dianzi detta, che il periodo della nutazione diurna sia anch'esso dilatabile come quello della euleriana; oltre a ciò la illazione stessa gli è parsa necessaria, per il fatto che, sostituito, in forza del primo errore, l'asse di inerzia all'asse rotatorio, egli non può più dire che la nutazione è nulla. Ma egli non si accorge che con l'assegnare alla nutazione la durata di 24 ore, viene per altra via egualmente ad abolirla. Se infatti l'asse d'inerzia ruota in 24 ore, vuol dire che esso rientra *sic et simpliciter* nella rotazione generale terrestre, cioè non si distingue più da un qualunque altro asse che s'immagini condotto entro la Terra. Dunque il polo d'inerzia o è indeterminato affatto, o non si sdoppia dal polo di rotazione, ed in entrambi i casi la nutazione è nulla.

L'assurdo stesso è suscettibile di un'altra rappresentazione. Siccome l'a. confonde l'asse di inerzia con l'asse rotatorio, l'attribuire a questo una nutazione di 24 ore significa farlo girare con la Terra attorno ad un altro asse: dunque questo secondo, e non il primo, è il vero asse di rotazione.

Ma di ciò, come dicevamo, l'a. non si accorge, e nulla, in verità, di più interessante del vederlo accingersi alla misura della nutazione, dopo averla soppressa!

Ecco com'egli ragiona. Le δ delle quattro stelle di Pino, che conducono ai più concordanti valori della latitudine media, sono quelle del catalogo di Bauschinger. Però, a malgrado della concordanza, c'è sempre una differenza fra una stella e l'altra, cui può darsi la forma:

$$0'',12 \{ \cos(\theta_2 + \nu) - \cos(\theta_1 + \nu) \},$$

dove θ è il tempo siderale, e ν una costante. Dunque, senz'altro, $0'',12$ è la semiamplitudine della nutazione diurna!

Ora, anche dato e non concesso che la nutazione dell'asse di inerzia possa produrre differenze nella latitudine, secondo che dedotta dall'una o dall'altra stella (che è l'errore fondamentale), chi garantisce al sig. Boccardi che le differenze notate tra le stelle di Pino siano proprio quelle che derivano dalla nutazione, e non piuttosto quelle altre che nascono dagli errori peculiari delle declinazioni medie delle diverse stelle?

La ragione della preferenza al catalogo di Bauschinger è che dalle costui declinazioni scaturisce (sempre nella falsa ipotesi in cui l'a. si muove) la costante $0'',12$ già *volta* a priori. Se ad un altro risultato si trattava di pervenire, non sarebbe stato difficile surrogare al Bauschinger un altro

autore o combinazione di autori, e la ricerca avrebbe mantenuto lo stesso grado di serietà (1).

Il nuovo assaggio di scerpelloni vien modestamente imbandito ai lettori del Bulletin come una « idée nouvelle », che l'a. crede destinata a sollevare discussioni e critiche! ma anche qui egli s'inganna, perocchè la prima ed ultima critica che è potuta toccare al suo lavoro si è fatta solo per biasimar l'audacia dell'averlo mandato ad inserire nel Bulletin. L'atto è tanto più riprovevole, in quanto che dell'errore principale (scambio dei due assi) avevamo già avvertito l'a. in una nostra Noticina dell'anno scorso (2).

Meccanica. — *Sull'equivalenza fra le equazioni differenziali di Hess-Schiff e quelle di Euler-Poisson nella teoria dei giroscopi asimmetrici pesanti.* Nota I di ORAZIO LAZZARINO, presentata dal Corrisp. R. MARCOLONGO.

È noto che la soluzione dei problemi relativi al moto dei giroscopi rigidi pesanti può in generale ridursi all'integrazione delle equazioni differenziali di Euler-Poisson. Nel 1882, W. Hess (3), mediante la considerazione di tre grandezze invariantive che hanno un significato geometrico e cinematico ben preciso, riuscì a mettere le dette equazioni sotto una *nuova forma* che poi, nel 1903, fu utilmente modificata, specie per lo studio dei

(1) A pag. 497 del II Tomo di Tisserand (Méc. cél., chap. XXIX, scritto da Radau) si trovano registrati i diversi valori ottenuti per la semiamplitudine della nutazione diurna dell'asse di inerzia, in epoca prehandleriana. Di essi il nostro a. è stato fortunato a scegliere il più grande, 0",125, che, come dicemmo, è identico col valor medio, dato oggi dalla polodia. Verificato poi tal valore col metodo sbrigativo che abbiamo visto, se ne fa arme contro il metodo differenziale di determinazione della costante d'aberrazione, proposto da Küstner. Anche nelle Note pubblicategli dall'Accademia di Torino egli scopriva in quel metodo un *falso supposto!*

In tutto il suo discorso l'a. si dimentica della nutazione diurna dell'asse rotatorio rispetto allo sferoide, forse perchè la giudica trascurabile a petto della enorme nutazione che allo stesso asse ha attribuito rispetto allo spazio. *Majora premunt.* Però avrebbe dovuto ricordarsene là dove si trattava di calcolare il decuplo dell'effetto lunare sulla latitudine di Pino. L'onda teorica che egli ha rappresentata a pag. 293 del Bulletin, è erronea, specialmente per ciò che riguarda la fase, ossia le epoche dei massimi e dei minimi, e l'errore nasce appunto dal non aver considerato il termine di nutazione.

(2) Vedi: V. Cerulli, *Sulla nutazione diurna.* Rend. R. Accad. Lincei, XXVII, pag. 166.

(3) W. Hess, *Ueber das Problem der Rotation* [Mathematische Annalen, Bd. 20, pp. 461-470, a. 1882].