

ATTI  
DELLA  
REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCCXVI.

1919

---

SERIE QUINTA

---

RENDICONTI

---

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

---

VOLUME XXVIII.

1° SEMESTRE.



ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL DOTT. FIO BEFANI

1919

$4k + 3$  o  $4k + 1$ ; dunque se  $n$  è dispari,  $A$  ha la caratteristica  $\leq N - 1$  o  $\leq N$  secondo che è  $n$  e della forma  $4k + 3$  o  $4k + 1$ .

Si conclude che:

*Se  $n$  è dispari la proiettività singolare  $\theta$  è di specie  $\geq 1$  o di specie  $\geq 2$  secondo che  $n$  è della forma  $4k + 1$  o  $4k + 3$ .*

Per  $n$  pari la proiettività  $\theta$ , in generale, non è singolare. Tale è infatti per  $n = 2$  e  $C_1$ , irriducibile; nel qual caso, come risulterà dal seguito, l'affermazione che  $\theta$  non è singolare equivale al teorema di Brambilla ricordato nell'introduzione.

5. Chiameremo *associate* due curve piane d'ordine  $n$ , quando è indeterminato il polo di ciascuna di esse rispetto all'altra.

Allora le osservazioni fatte nei numeri precedenti permettono di asserire che;

*Data una curva piana generale d'ordine pari non esiste alcuna curva associata ad essa:*

mentre:

*Data una curva piana d'ordine dispari esiste almeno una curva associata ad essa o ne esistono almeno  $\infty^1$  formanti fascio secondo che l'ordine della curva è della forma  $4k + 1$  o della forma  $4k + 3$ .*

Fisica. — *Sulla teoria elettronica delle forze elettromagnetiche.* Nota I di ELENA FREDA, presentata dal Socio CORBINO.

§ 1. Nelle teorie dei fenomeni elettrici, anteriori allo sviluppo della teoria elettronica, si riteneva in genere che la distribuzione delle correnti elettriche in un conduttore non venisse alterata per la creazione di un campo magnetico costante, dovuto alla vicinanza sia di un magnete sia di un altro conduttore percorso pure da corrente; tale opinione era collegata all'altra che la forza elettromagnetica o elettrodinamica, sollecitante il conduttore a muoversi trasversalmente alle linee di forza magnetiche, avesse il suo punto di applicazione, non sulla *corrente*, ma sul conduttore attraversato da essa. Queste idee sono esposte, ad esempio, dal Maxwell nel secondo volume del suo trattato di elettricità e magnetismo <sup>(1)</sup> e, alquanto più recentemente, dal Pellat nel secondo volume del suo corso di elettricità <sup>(2)</sup>.

Ma ormai, le numerose ricerche sperimentali, sui fenomeni che prendono origine nei conduttori percorsi da corrente e sottoposti all'azione di

<sup>(1)</sup> Maxwell, *A treatise on electricity and magnetism*, vol. II, pp. 144-145 (Oxford, Clarendon Press, 1873).

<sup>(2)</sup> Pellat, *Cours d'électricité*, tome II, pp. 9-10 (Paris, Gauthier-Villars, 1903).

un campo magnetico, e le ricerche teoriche, relative alla teoria elettronica, che hanno permesso di spiegare e talora di prevedere quei fenomeni, hanno reso chiaro che il campo magnetico agisce direttamente sugli ioni dei metalli, modificando in genere in questi ultimi, più o meno sensibilmente, sia la distribuzione delle linee di corrente sia quella delle linee equipotenziali, e che le forze meccaniche che sollecitano i conduttori stessi debbono riguardarsi solo come una conseguenza delle azioni che il campo magnetico esercita sugli ioni in essi contenuti.

Così, in alcuni lavori sulla teoria elettronica <sup>(1)</sup>, l'espressione della forza elettromagnetica che agisce su di uno ione, moventesi con una certa velocità in un campo magnetico, viene dedotta dalla nota espressione della forza elettromagnetica da cui è sollecitato un elemento di filo percorso da corrente e situato in un campo magnetico, considerando appunto quest'ultima forza come risultante delle forze elettromagnetiche che agiscono sugli ioni, il cui movimento d'insieme nel filo costituisce la corrente (Anche quando si studiano i fenomeni elettrici senza fare alcuna ipotesi sulla natura della elettricità, senza riferirsi quindi alla teoria elettronica, si ammette ormai che l'azione di un campo magnetico venga esercitata direttamente sulla *corrente* e che questa azione si trasmetta, in qualche modo, al conduttore) <sup>(2)</sup>.

Sulla questione relativa al modo nel quale avviene la trasmissione delle forze elettromagnetiche dagli ioni alla massa del conduttore, non avevo potuto trovare, fino a poco fa, che un breve cenno in un articolo del Langevin <sup>(3)</sup>, il quale dice che tale trasmissione avviene per mezzo degli urti incessanti degli ioni contro le molecole del conduttore; le azioni che gli ioni (in virtù delle forze elettromagnetiche che agiscono su essi) esercitano sulla massa del conduttore si compensano, finchè in quest'ultimo esiste solo la disordinata agitazione termica delle particelle elettrizzate, ma quando all'agitazione termica si sovrappone un movimento regolare, quando cioè nel metallo passa una corrente, le dette azioni ammettono una risultante, la forza meccanica che agisce sul conduttore.

Nel recente libro del Righi, *I fenomeni elettroatomici sotto l'azione del magnetismo*, ho trovato, per la prima volta, trattata la questione cui già ho accennato <sup>(4)</sup>.

Consideriamo, col Righi, il parallelepipedo rappresentato dalla figura 1, attraversato da una corrente elettrica nella direzione del semiasse positivo  $x$

<sup>(1)</sup> Cfr. per es. Lorentz. *The Theory of electrons*, pag. 15 (Leipzig, Teubner, 1909).

<sup>(2)</sup> Cfr. per es. Chwolson, *Traité de physique*, tome IV, pag. 767 (Paris, A. Hermann et fils, 1913).

<sup>(3)</sup> *Les idées modernes sur la constitution de la matière*, pag. 74 (Paris. Gauthier Villars, 1913).

<sup>(4)</sup> Righi, *I fenomeni elettro-atomici sotto l'azione del magnetismo*, pp. 316 e 395 (Bologna, Zanichelli, 1918).

e sottoposto all'azione di un campo magnetico, d'intensità  $h$ , avente la direzione del semiasse negativo  $y$ . La corrente consiste in un flusso di cariche elettriche negative nella direzione del semiasse negativo  $x$  ed eventualmente in un flusso di cariche elettriche positive nella direzione del semiasse positivo  $x$ , se anche cariche positive prendono parte alla conduzione (ipotesi alla quale il Righi non è favorevole). Nel periodo iniziale, dopo la creazione del campo magnetico, le cariche negative, ed eventualmente quelle positive, vengono deviate dal campo verso la faccia superiore

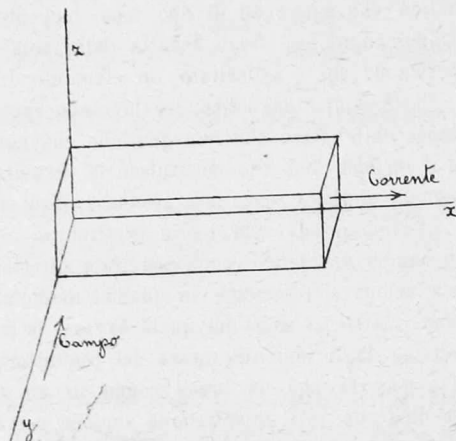


FIG. 1.

del parallelepipedo; si stabilisce così una distribuzione di cariche con concentrazione crescente dal basso verso l'alto. Siano  $p$  e  $p'$  le pressioni che le particelle elettrizzate negativamente e positivamente esercitano, mediante i loro urti incessanti, su un'unità di superficie, nell'interno o al contorno del conduttore (pressioni analoghe a quella che le molecole di un gas esercitano sulle pareti del recipiente che le contiene);  $p$  e  $p'$ , come i numeri  $n$  e  $n'$  delle cariche che in ogni unità di volume prendono parte alla conduzione, avranno valori crescenti dal basso verso l'alto. Ma, una volta createsi le dette differenze di concentrazioni, le particelle aventi la carica negativa  $-e$  e quelle aventi la carica positiva  $+e$  sono sollecitate nella direzione  $z$ , non solo dalle forze elettromagnetiche, ma anche da forze elettriche aventi rispettivamente i valori  $-e \frac{\partial V}{\partial z}$  ed  $e \frac{\partial V}{\partial z}$  ( $V$  potenziale elettrico) e da forze dipendenti unicamente dalla variabilità delle concentrazioni e per le quali il Righi trova rispettivamente i valori  $-\frac{1}{n} \frac{\partial p}{\partial z}$  e  $-\frac{1}{n'} \frac{\partial p'}{\partial z}$

Il Righi ammette che in regime stazionario le linee di flusso, sia per le cariche negative, sia per quelle positive, si conservino parallele all'asse  $x$  e quindi, detti  $u$  e  $u'$  i valori assoluti delle velocità medie, tra due urti, delle dette cariche, stabilisce le equazioni

$$he u - e \frac{\partial V}{\partial z} - \frac{1}{n} \frac{\partial p}{\partial z} = 0 \quad , \quad he u' + e \frac{\partial V}{\partial z} - \frac{1}{n'} \frac{\partial p'}{\partial z} = 0$$

dalle quali deduce l'altra

$$(A) \quad \frac{\partial(p + p')}{\partial z} = h(en u + e n' u') - e(n - n') \frac{\partial V}{\partial z}$$

(Se si ammette che alla conduzione prendano parte solo cariche negative, si deve porre nella (A)  $p' = u' = n' = 0$ ).

Il Righi osserva che, poichè l'effetto Hall è sempre di piccola entità, anche nel bismuto, si deve ritenere che la forza elettrica  $\frac{\partial V}{\partial z}$  sia assai piccola e che quindi l'equazione (A) valga, approssimativamente, se si sopprime il termine contenente  $\frac{\partial V}{\partial z}$ . Dall'equazione (A) così semplificata ottiene immediatamente che la differenza delle pressioni esercitate dalle cariche elettriche sulla faccia superiore e sulla faccia inferiore del parallelepipedo ha il valore  $h I a$  ( $I$  intensità della corrente,  $a$  lunghezza dello spigolo del parallelepipedo situato sull'asse  $x$ ); ritrova così la nota legge per la forza elettromagnetica agente su un elemento di filo percorso da corrente e situato in un campo magnetico trasversale.

Anche la forza elettrodinamica tra due fili percorsi da corrente è dovuta, secondo il Righi, alla distribuzione delle cariche elettriche, e quindi della pressione  $(p + p')$ , determinata lungo le pareti di ciascuno dei fili dal campo magnetico relativo all'altro filo.

§ 2. Se si ammette che i numeri  $n$ ,  $n'$  delle cariche libere per unità di volume siano funzioni della temperatura  $T$  <sup>(1)</sup>, anche le pressioni  $p$ ,  $p'$  saranno funzioni di  $T$ . Detta  $j$  la densità di corrente nel parallelepipedo considerato nel precedente paragrafo, la formula (A) si potrà quindi scrivere:

$$(A)' \quad h j = \frac{\partial(p + p')}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial z} + e(n - n') \frac{\partial V}{\partial z} \quad (2).$$

<sup>(1)</sup> Drude, *Annalen der Physik*, 1900, I, pag. 566; 1900, III, pag. 369. Questa ipotesi è stata ripresa dal prof. Corbino nei suoi lavori sulla teoria elettronica che avrà occasione di citare nel seguito.

<sup>(2)</sup> Osserviamo che, nell'ipotesi che anche ioni positivi prendano parte alla conduzione, l'essere le linee di corrente parallele all'asse  $x$ , non porta come necessaria conseguenza il parallelismo all'asse  $x$  tanto delle linee di flusso degli ioni positivi quanto di quelle degli ioni negativi; se non si ammette che entrambi queste famiglie di linee siano rette parallele all'asse  $x$ , non si giunge all'equazione (A) o (A)'.

Qualora si ammetta che alla conduzione non prendono parte cariche positive, l'equazione precedente va sostituita dall'altra:

$$(A)'' \quad h j = \frac{\partial p}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial s} + e n \frac{\partial V}{\partial s} .$$

Poichè l'effetto termico trasversale (Ettinghausen) che accompagna l'effetto Hall è sempre poco rilevante,  $\frac{\partial T}{\partial s}$  deve ritenersi piccolo; dunque non solo il secondo, ma anche il primo termine a secondo membro della (A)' o della (A)'' contiene un fattore piccolo. Se si ammette che  $n$  e  $n'$  siano funzioni di  $T$ , non mi sembra perciò che, almeno in genere per ogni metallo, si possa trascurare nella (A) il termine contenente  $\frac{\partial V}{\partial s}$ ; infatti ciò equivarrebbe ad ammettere che si possa (data la piccola entità dell'effetto Hall) ritenere il valore di  $e(n - n') \frac{\partial V}{\partial s}$ , o il valore di  $e n \frac{\partial V}{\partial s}$ , trascurabili di fronte a quello di  $h j$  e che si possa invece (nonostante la piccola entità dell'effetto Ettinghausen) ritenere il valore di  $\frac{\partial(p + p')}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial s}$ , o il valore di  $\frac{\partial p}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial s}$ , approssimativamente uguale a quello di  $h j$ .

Ci si può inoltre domandare se alla risultante delle forze meccaniche che sotto l'azione del campo magnetico sollecitano il parallelepipedo, di cui si è parlato nel precedente paragrafo, possano portare un contributo non trascurabile (oltre le pressioni sopportate dalle facce superiore e inferiore) le azioni che le cariche elettriche moventesi nell'interno del conduttore esercitano, in virtù dei loro urti, sulla massa di quest'ultimo e le forze elettriche, dovute alla distribuzione del potenziale, agenti su cariche legate alla massa stessa del metallo (v. § 3).

Che non basti in genere, a spiegare ogni azione meccanica esercitata da un campo magnetico su di un conduttore percorso da corrente, la sola considerazione delle variazioni di concentrazione delle cariche elettriche e delle conseguenti variazioni della pressione lungo le superficie limitanti il conduttore, si può render chiaro con un esempio. Consideriamo la nota esperienza della ruota di Barlow modificata nel modo seguente: supponiamo sostituito alla ruota un disco munito al centro e alla periferia di elettrodi di resistenza trascurabile, in modo che tutti i punti del contorno esterno del disco si possano ritenere allo stesso potenziale e lo stesso avvenga per tutti i punti del contorno interno; supponiamo inoltre sostituito alla calamita a ferro di cavallo un campo magnetico uniforme, le cui linee di forza siano parallele all'asse del disco. A causa delle correnti radiali da cui è percorso, il disco sarà sollecitato a ruotare intorno al proprio asse; ora

questo movimento non può essere determinato da differenze di concentrazione delle particelle elettrizzate, perchè tali differenze, come quelle di temperatura, non si possono produrre che nel senso radiale (<sup>1</sup>), nè può essere evidentemente determinato dalle pressioni che le particelle elettrizzate esercitano sulle superficie limitanti il disco.

Tornando al caso del parallelepipedo del precedente paragrafo, ci si può porre ancora un'altra questione: ci si può domandare cioè che cosa avverrà delle forze di origine elettromagnetica agenti sulla massa del conduttore quando, mediante opportuni dispositivi, si attenuino, fino a poterle considerare nulle, le differenze di temperatura e con esse le differenze di concentrazione delle particelle elettrizzate.

Il problema della distribuzione delle correnti e dei potenziali in un conduttore sottoposto all'azione di un campo magnetico, nel caso in cui nel metallo possono stabilirsi differenze di temperatura, e quindi differenze di concentrazione degli ioni, presenta notevoli difficoltà ed è stato trattato soltanto facendo ipotesi molto particolari sulla forma del conduttore ed anche sulla distribuzione delle correnti (<sup>2</sup>). Invece lo stesso problema, nell'ipotesi che il conduttore sia tenuto a temperatura costante, e che quindi non prendano origine in esso differenze di concentrazione degli ioni, presenta minori difficoltà ed ha avuto un notevole sviluppo nel caso in cui le linee di flusso e le linee equipotenziali sono piane e perpendicolari alla direzione del campo (<sup>3</sup>). È da notare che parecchi dei risultati della teoria relativa al caso isotermico si possono verificare sperimentalmente, in modo soddisfacente, anche senza ricorrere a particolari dispositivi che permettano di tenere il metallo a temperatura costante (<sup>4</sup>); cioè in parecchi casi le differenze di temperatura, e le corrispondenti variazioni di concentrazione degli ioni, si possono considerare come cause perturbatrici che non modificano essenzialmente i risultati e dalle quali si può, in prima approssimazione, prescindere.

Le precedenti considerazioni m'inducono a ritenere che possa presentare un certo interesse la teoria elettronica delle forze elettromagnetiche, relativa al caso isotermico; di questa teoria mi occuperò appunto nei seguenti paragrafi (v. le due Note che fanno seguito a questa) e darò infine qualche cenno sulle modificazioni che si dovrebbero introdurre nella teoria stessa quando si volesse tener conto delle differenze di temperatura.

(<sup>1</sup>) Corbino, Rend. Accad. Lincei, 1° sem. 1911, pag. 920.

(<sup>2</sup>) Cfr., oltre Righi, loc. cit., Drude, Annalen der Physik, 1900, III, pag. 369.

(<sup>3</sup>) Corbino, Rend. Accad. dei Lincei, 1° sem. 1915, pag. 213; Volterra, Rend. Acc. dei Lincei, 1° sem. 1915, pp. 220, 289, 378, 533.

(<sup>4</sup>) Corbino, Nuovo Cimento, 1911, tomo I, pag. 397; Corbino e Trabacchi, Nuovo Cimento, 1915, tomo IX, pag. 118; Tasca Bordonaro, Rend. Accad. dei Lincei, 1° sem. 1915, pp. 336 e 709; Alimenti, Nuovo Cimento, 1915, tomo IX, pag. 109 e 1916, tomo XI, pag. 217; Freda, Rend. Accad. dei Lincei, 2° sem. 1916, pp. 28 e 60.