ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCCXVI.

1919

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME XXVIII.

1° Semestre.

ROMA
TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI
PROPRIETÀ DEL DOTT. PIO BEFANI

1919

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Seduta del 15 giugno 1919.

F. D'Ovidio, Presidente.

MEMORIE E NOTE DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

Geometria. — *A proposito di un teorema del Lie.* Nota II di Nicolò Spampinato, presentata dal Socio Castelnuovo.

6. Ed ora, secondo un procedimento ben noto, riferiamo omograficamente gl'inviluppi della classe n, K^n. e le curve d'ordino n, C^n, di un piano ϱ ai punti e agli iperpiani di un S_N, sì che ad un inviluppo e una curva di ϱ coniugati corrispondono in S_N un punto e un iperpiano fra di loro appartenentisi.

Ai K^n di ϱ spezzati ciascuno in un punto n-plo corrispondono in S_N i punti di una superficie W^{n^2} dell'ordine n^2, la quale risulterà (razionale e) normale, perchè essa, per il modo stesso com'è generata, viene a trovarsi riferita biunivocamente a ϱ sì che le imagini delle sue sezioni iperpiane siano fornite dal sistema di tutte le C^n di ϱ. Inoltre questa superficie, corrispondentemente alla rete delle rette di ϱ, verrà a contenere una rete omoloidica $|L|$ di curve L d'ordine n razionali e normali.

Lo S_n ambiente di una curva L corrispondente ad una retta r di ϱ è rappresentato, evidentemente, su ϱ dai K^n spezzati nelle n-ple di punti di r.

Sia P un punto della curva L considerata e P' il corrispondente punto di r, per modo che al punto P di S_N corrisponderà in ϱ il K^n spezzato nel punto n-plo P'.

Ricordando che in una involuzione di ordine n e specie $n-1$ situata sopra una retta e dotata di un punto base, gli n punti n-pli coincidono tutti col punto base, si ha subito che lo S_{n-1} osculatore ad L in P è la imagine, in S_N, del sistema dei K^n di ϱ spezzati ciascuno nel punto P e in $n-1$ punti residui comunque presi su r.

Siano ora $P'_1, \ldots, P'_n$ gli n punti in cui r viene secata da una curva C^n_α di ϱ rappresentata da un iperpiano di S_N che diremo α. I punti $P_1, \ldots, P_n$ comuni ad α e ad L rappresenteranno gl'inviluppi spezzati nei punti n-pli $P'_1, P'_2, \ldots, P'_n$.

Si vede subito che gli n S_{n-1} osculatori ad L in $P_1 \ldots P_n$ si secano nel punto A imagine, in S_N, del K^n spezzato negli n punti $P'_1, \ldots, P'_n$.

Per quanto è detto nell'introduzione il punto A è il polo di α rispetto ad L. Ora imaginiamo di tener fissa la curva C^n_α, cioè di tener fermo in S_N l'iperpiano α e di far variare la curva L in $|L|$, cioè la retta r in ϱ.

Il punto A varierà descrivendo una superficie V che sarà il luogo dei poli di α rispetto a tutte le curve della rete $|L|$ di W^{n^2}.

È chiaro che *la* V *rappresenterà i* K^n *spezzati nei punti dei singoli gruppi della* g^2_n *secata su* C^n_α *dalle rette di* ϱ.

7. Dal teorema del n. 2 si deduce che fra i gruppi di una g^1_n secata su C^n_α da un fascio di rette di ϱ, ve ne sono n formanti dei K^n coniugati ad una seconda curva C^n_β prefissata. Ciò significa che la curva di V rappresentante i K^n di ϱ spezzati nei gruppi di g^1_n è di ordine n. Ne segue che:

Su V *esiste una rete omaloidica di curve razionali d'ordine* n [1].

Possiamo dire inoltre (applicando lo stesso teorema del n. 2) che gli ∞^1 gruppi della g^2_n su C^n_α, tagliata dalle rette del piano, coniugati a C^n_β formano una serie γ_n la quale ha in comune con ogni g^1_n di g^2_n n gruppi. Allora diciamo γ'_n la serie relativa ad un'altra curva $C^n_{\beta'}$. Le serie γ_n e γ'_n stanno nella g^2_n e perciò si secano in n^2 gruppi, cioè vi sono n^2 gruppi della g^2_n formanti K^n coniugati alle curve C^n_β e $C^n_{\beta'}$. Ciò significa che:

La V *è dell'ordine* n^2.

Applicando poi il teorema enunciato alla fine del n. 5 si ricava che:

La V *è immersa in uno spazio avente al più la dimensione* N, $N-1$ *o* $N-2$ *secondo che l'intero* n *è della forma* $2k$, $4k+1$ *o* $4k+3$ [2].

(1) Si può osservare che queste curve risultano in generale normali. Ciò segue dal fatto che se $n+1$ gruppi della g^1_n secata su C^n_α da un fascio di rette di ϱ risultano coniugati ad una curva C^n di ϱ, questa ha per imagine in S_N un S_{N-1} contenente quella, diciamo λ, delle nostre curve che corrisponde alla considerata g^1_n. Ora l'imporre a una C^n la condizione di essere coniugata a un gruppo di questa g^1_n è per essa una condizione lineare; dunque per λ passa un sistema ∞^{N-n-1} di iperpiani, cioè λ è normale.

(2) Il sig. Bordiga in un suo lavoro [*Sul modello minimo della varietà delle n-ple non ordinate dei punti di un piano*, Annali di Matematica, 1918] ha considerato la superficie di S_N rappresentante i gruppi di punti della g^2_n tagliata sopra una curva C^n dalle rette del suo piano. Ma, indotto in errore dal caso $n=2$, afferma che detta superficie è in generale normale per S_N, mentre se n è dispari non è *mai* tale.

8. A chiarimento della nomenclatura introdotta nel n. 3 si osservi che la corrispondenza θ di cui in esso si discorre, ove si supponga che il piano delle curve C_1 e C_2 ivi considerate, sia il piano ϱ, di cui al n. 6, si muta per l'omografia quivi introdotta in una reciprocità involutoria dello spazio S_N che risulta una polarità o un sistema nullo (singolare) secondo che n è pari o dispari.

9. Abbiamo osservato che quando n è della forma $4k+3$ una C^n piana è associata ad un fascio almeno di curve dello stesso ordine; ora vogliamo far vedere che nel caso di una cubica, se questa è generale, le cubiche associate ad essa costituiscono proprio un fascio e precisamente il fascio delle cubiche aventi a comune i flessi colla cubica data.

Consideriamo infatti una cubica C_1^3 generale, e sia C^3 una cubica associata ad essa. Sia M un flesso di C_1^3 ed m la relativa tangente; m deve tagliare C_1^3 e C^3 in due gruppi coniugati. Ma m ha in comune con C_1^3 il punto M contato tre volte, dunque M appartiene al gruppo secondo cui m taglia C^6, ossia appartiene a C^3. Il ragionamento dimostra che i flessi di C_1^3 appartengono a C^3 e allo stesso modo che i flessi di C^3 appartengono a C_1^3, e quindi C^3 e C_1^3 appartengono ad uno stesso fascio sizigetico. L'osservazione fatta può evidentemente enunciarsi dicendo che:

Ogni retta del piano di un fascio sizigetico di cubiche taglia le cubiche del fascio in una involuzione autoassociata (¹).

Fisica. — *Sulla teoria elettronica delle forze elettromagnetiche.* Nota II di Elena Freda, presentata dal Socio Corbino.

§ 3. Consideriamo un conduttore percorso da correnti permanenti: in ogni punto di esso avremo una forza elettrica, che rappresenteremo col vettore **F**, le cui componenti secondo tre assi ortogonali $x\,y\,z$ saranno date da $X = -\frac{\partial V}{\partial x}$, $Y = -\frac{\partial V}{\partial y}$, $Z = -\frac{\partial V}{\partial z}$ (V, potenziale). Prescindiamo dal movimento disordinato delle particelle elettrizzate che esiste anche quando il conduttore non è percorso da correnti. Indichiamo con μ_1 la massa di uno ione positivo moventesi liberamente nel metallo, con e la sua carica, con $\frac{d\xi_1}{dt}\,\frac{d\eta_1}{dt}\,\frac{d\zeta_1}{dt}$ le componenti della velocità di un tale ione (dovuta al campo elettrico) in un istante dell'intervallo di tempo τ_1 tra due urti contro le molecole del metallo; con $\overline{\frac{d\xi_1}{dt}}\,\overline{\frac{d\eta_1}{dt}}\,\overline{\frac{d\zeta_1}{dt}}$ i valori medî, nell'intervallo τ_1,

(¹) I teoremi, stabiliti in questa Nota, possono stabilirsi tutti, come farò vedere nella tesi, per via geometrica. Qui per ragioni di spazio ho seguito la via più rapida, che, in questo caso, è la via analitica.

delle dette componenti di velocità. Avremo le note formule:

$$(1) \qquad \overline{\frac{d\xi_1}{dt}} = \frac{e\tau_1}{2\mu_1} X \qquad \overline{\frac{d\eta_1}{dt}} = \frac{e\tau_1}{2\mu_1} Y \qquad \overline{\frac{d\zeta_1}{dt}} = \frac{e\tau_1}{2\mu_1} Z .$$

Osserviamo che le (1) valgono se si ammette che durante il libero percorso dello ione si possa ritenere costante la forza elettrica che agisce su esso.

Poichè $\overline{\frac{d\xi_1}{dt}} = \frac{1}{\tau_1} \int_0^{\tau_1} \frac{d\xi_1}{dt} dt$ (si è scelto come istante iniziale quello in cui avviene un urto) avremo $\int_0^{\tau_1} \frac{d\xi_1}{dt} dt = \frac{e\tau_1^2}{2\mu_1} X$ e, derivando rispetto a τ_1,

$$(2) \qquad \left(\frac{d\xi_1}{dt}\right)_{t=\tau_1} = \frac{e\tau_1}{\mu_1} X .$$ Analogamente si ha $$\left(\frac{d\eta_1}{dt}\right)_{t=\tau_1} = \frac{e\tau_1}{\mu_1} Y , \qquad \left(\frac{d\zeta_1}{dt}\right)_{t=\tau_1} = \frac{e\tau_1}{\mu_1} Z .$$

Lo ione perde con l'urto la velocità, data dalle (2), relativa all'istante τ_1; dunque ogni ione positivo, ad ogni urto contro le molecole del conduttore, cede alla massa di quest'ultimo, nella direzione della forza elettrica **F**, la quantità di moto $e\tau_1|\mathbf{F}|$ (col simbolo $|\mathbf{F}|$ denotiamo la grandezza del vettore **F**).

Analogamente si trova che ogni ione negativo, ad ogni urto, cede alla massa del conduttore, nella direzione di **F**, la quantità di moto $-e\tau_2|\mathbf{F}|$.

Indichiamo con N_1 ed N_2 i numeri degli ioni positivi e degli ioni negativi che in ogni unità di volume prendono parte alla conduzione. In ogni unità di volume avverranno, nell'unità di tempo, $\frac{N_1}{\tau_1}$ urti degli ioni positivi ed $\frac{N_2}{\tau_2}$ urti degli ioni negativi. La massa metallica contenuta in ogni unità di volume, in virtù degli urti delle particelle elettrizzate, riceverà quindi, nell'unità di tempo, nella direzione della forza elettrica, la quantità di moto $e(N_1 - N_2)|\mathbf{F}|$. Possiamo quindi dire che gli ioni che prendono parte alla conduzione trasmettono, coi loro urti, alla massa del metallo le forze elettriche agenti su essi.

Oltre le cariche elettriche che prendono parte alla conduzione, consideriamo le cariche elettriche legate alla massa del metallo (Se si ammette che prendano parte alla conduzione solo ioni negativi, vi saranno certo cariche positive fisse; ma anche senza fare tale ipotesi si può ammettere l'esistenza di cariche elettriche legate alla massa del conduttore) [1]. Indichiamo

[1] V. in proposito Drude, Ann. der Phys., 1900, I, pag. 571; J. J. Thomson, *Rapports présentés au Congrès International de Physique*, 1900, tomo III, pag. 149.

rispettivamente con N_1' e N_2' i numeri delle cariche fisse positive e negative per unità di volume; la risultante delle forze elettriche agenti su tali cariche sarà $e(N_1' - N_2')\mathbf{F}$ e questa forza si potrà ritenere applicata direttamente alla massa metallica contenuta nell'unità di volume.

Come è noto, in un conduttore percorso da correnti permanenti il potenziale V soddisfa all'equazione $\Delta^2 V = 0$ e da questa si deduce che la densità dell'elettricità nell'interno del conduttore è nulla (Il potenziale V si può ritenere dovuto alla distribuzione dell'elettricità alla superficie del conduttore che si considera e di quelli che lo collegano alla sorgente di elettricità) [1]. Riferendoci alla teoria elettronica avremo

$$e(N_1 - N_2 + N_1' - N_2') = 0.$$

Dunque, per quanto precedentemente si è detto, in un conduttore percorso da correnti permanenti la somma delle azioni, originate dal campo elettrico, su ogni elemento di massa del metallo, è nulla.

§ 4. Consideriamo ora un conduttore percorso da correnti permanenti e sottoposto all'azione di un campo magnetico, d'intensità h, le cui linee di forza siano parallele all'asse z; gli assi xyz formino un triedro ortogonale destrorso.

Ammetteremo, analogamente a quanto fa il Drude [2], che i valori medî delle componenti delle velocità che gli ioni acquistano, negli intervalli di tempo tra due urti, in virtù della forza elettrica **F** e della forza elettromagnetica dovuta al movimento degli ioni stessi nel campo magnetico, si possano ritenere dati dalle formule

$$(3)\quad \left\{\begin{aligned}
&\overline{\frac{d\xi_1}{dt}} = \frac{e\tau_1}{2\mu_1}\left(X - h\,\overline{\frac{d\eta_1}{dt}}\right), \quad \overline{\frac{d\eta_1}{dt}} = \frac{e\tau_1}{2\mu_1}\left(Y + h\,\overline{\frac{d\xi_1}{dt}}\right), \\
&\hspace{18em}\overline{\frac{d\zeta_1}{dt}} = \frac{e\tau_1}{2\mu_1} Z \\
&\overline{\frac{d\xi_2}{dt}} = \frac{-e\tau_2}{2\mu_2}\left(X - h\,\overline{\frac{d\eta_2}{dt}}\right), \quad \overline{\frac{d\eta_2}{dt}} = \frac{-e\tau_2}{2\mu_2}\left(Y + h\,\overline{\frac{d\xi_2}{dt}}\right), \\
&\hspace{18em}\overline{\frac{d\zeta_2}{dt}} = \frac{-e\tau_2}{2\mu_2} Z.
\end{aligned}\right.$$

Supporremo il conduttore tenuto a temperatura costante; non dovremo quindi considerare altre forze agenti sugli ioni, oltre quelle già dette.

(1) Vedi Mathieu, *Théorie de l'électrodinamique*, pag. 8 (Paris, Gauthier-Villars, an. 1888).

(2) Drude, Ann. der Physik, 1900, III, pag. 369. Vedi anche: Corbino, Rend. Accad. dei Lincei, 1° sem. 1915, pag 213.

Indichiamo con $\frac{d\mathbf{l}_1}{dt}$, $\frac{d\mathbf{l}_2}{dt}$ i vettori di componenti $\left(\frac{d\xi_1}{dt}\ \frac{d\eta_1}{dt}\ \frac{d\zeta_1}{dt}\right)$, $\left(\frac{d\xi_2}{dt}\ \frac{d\eta_2}{dt}\ \frac{d\zeta_2}{dt}\right)$, con l_1 ed l_2 le loro direzioni; indichiamo con $\mathbf{H}$ il vettore che rappresenta il campo magnetico, con Φ_1 e Φ_2 i prodotti vettoriali $\frac{d\mathbf{l}_1}{dt} \wedge \mathbf{H}$, $\frac{d\mathbf{l}_2}{dt} \wedge \mathbf{H}$. Le (3) si potranno scrivere

$$(3)' \qquad \left\{ \begin{aligned} \frac{d\mathbf{l}_1}{dt} &= \frac{e\tau_1}{2\mu_1}(\mathbf{F} + \Phi_1) = \frac{e\tau_1}{2\mu_1}\Psi_1 \,, \\ \frac{d\mathbf{l}_2}{dt} &= \frac{-e\tau_2}{2\mu_2}(\mathbf{F} + \Phi_2) = \frac{-e\tau_2}{2\mu_2}\Psi_2 \,. \end{aligned} \right.$$

Osserviamo che le (3) o (3)′ valgono se si ammette che le forze agenti sugli ioni si possano ritenere costanti durante i loro liberi percorsi ed uguali rispettivamente a $e\Psi_1$, $-e\Psi_2$.

I vettori $\Psi_1 = \mathbf{F} + \Phi_1$ e $\Psi_2 = \mathbf{F} + \Phi_2$ hanno rispettivamente le direzioni l_1, l_2; ne segue che $\mathbf{F}$, Φ_1 e la direzione l_1 sono in uno stesso piano ed in uno stesso piano sono pure $\mathbf{F}$, Φ_2 e la direzione l_2. Poichè Φ_1 e Φ_2 sono perpendicolari a l_1 e l_2, avremo anche

$$|\Psi_1| = |\mathbf{F}| \cos l_1 f \quad , \quad |\Psi_2| = |\mathbf{F}| \cos l_2 f$$

(f direzione del vettore $\mathbf{F}$).

Le considerazioni fatte pel caso del campo magnetico nullo, prendendo come base le equazioni (1) (v. il precedente paragrafo), si possono ripetere nel caso di un campo magnetico d'intensità h diversa da zero, basandosi sulle (3). Si giunge così al seguente risultato:

Gli ioni positivi e negativi che nell'unità di volume prendono parte alla conduzione, mediante i loro urti, trasmettono alla massa del metallo, nell'unità di tempo, rispettivamente la quantità di moto $e\,N_1|\mathbf{F}|\cos l_1 f$ nella direzione l_1 e la quantità di moto $-e\,N_2|\mathbf{F}|\cos l_2 f$ nella direzione l_2; cioè in virtù degli urti dei detti ioni la massa del metallo contenuta nell'unità di volume si può considerare sottoposta alla forza $e\,N_1\Psi_1$ (avente la direzione l_1) ed alla forza $-e\,N_2\Psi_2$ (avente la direzione l_2). Per un conduttore tenuto a temperatura costante, percorso da correnti permanenti e sottoposto all'azione di un campo magnetico uniforme avente la direzione dell'asse z, dalla condizione $\frac{\partial j_x}{\partial x} + \frac{\partial j_y}{\partial y} + \frac{\partial j_z}{\partial z} = 0$, cui deve soddisfare la densità di corrente, si deduce per il potenziale V (prescindendo dall'eventuale alterazione di proprietà specifiche del metallo che il campo magnetico può determinare) l'equazione [1]

$$\text{(4)} \qquad K\Delta^2 V + (\sigma_0 - K)\frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0$$

[1] Freda, Rend. Accad. Lincei, 2° sem. 1916, pag. 106.

o anche

$$\mathrm{K}\Delta^2\mathrm{V} - \frac{\sigma_0 - \mathrm{K}}{\sigma_0}\frac{\partial j_z}{\partial z} = 0, \tag{4)'}$$

avendo posto

$$v_1 = \frac{\tau_1}{2\mu_1}, \; v_2 = \frac{\tau_2}{2\mu_2}, \; m_1 = e\,v_1 h, \; m_2 = e\,v_2 h,$$

$$\mathrm{K}_1 = \frac{e^2\mathrm{N}_1 v_1}{1+m_1^2}, \; \mathrm{K}_2 = \frac{e^2\mathrm{N}_2 v_2}{1+m_2^2}, \; \mathrm{K} = \mathrm{K}_1 + \mathrm{K}_2, \; \sigma_0 = e^2(\mathrm{N}_1 v_1 + \mathrm{N}_2 v_2).$$

(Per la maggior parte dei metalli l'alterazione di proprietà specifiche prodotta dal campo, ammesso che esista, si deve ritenere piccolissima e quindi si possono ritenere valide le formule scritte. Quando non si dica esplicitamente il contrario, ammetteremo che si tratti di metalli di tale specie).

Se $\frac{\partial j_z}{\partial z} = 0$ $\left(\text{questa condizione equivale all'altra } \frac{\partial^2\mathrm{V}}{\partial z^2} = 0\right)$, o se $\frac{\sigma_0 - \mathrm{K}}{\sigma_0}$ ha un valore trascurabile, il potenziale V soddisfa all'equazione $\Delta^2\mathrm{V} = 0$. Questa equazione è soddisfatta in particolare ogni volta che il movimento della elettricità avviene perpendicolarmente alle linee di forza del campo magnetico, ogni volta che si ha cioè $j_z = 0$ [1].

In tutti questi casi avremo, come per $h = 0$, $e(\mathrm{N}_1 - \mathrm{N}_2 + \mathrm{N}'_1 - \mathrm{N}'_2) = 0$ in ogni punto nell'interno del conduttore. La risultante delle forze che agiscono sulle cariche fisse contenute nell'unità di volume sarà $e(\mathrm{N}'_1 - \mathrm{N}'_2)\,\mathbf{F} = -e(\mathrm{N}_1 - \mathrm{N}_2)\,\mathbf{F}$ e si potrà considerare applicata direttamente alla massa del metallo contenuta nell'unità di volume; tale risultante è equivalente [v. equazioni (3)'] al sistema di forze $-e\mathrm{N}_1\boldsymbol{\Psi}_1$, $+e\mathrm{N}_1\boldsymbol{\Phi}_1$, $+e\mathrm{N}_2\boldsymbol{\Psi}_2$, $-e\mathrm{N}_2\boldsymbol{\Phi}_2$. Come già si è visto, gli ioni liberi mediante i loro urti trasmettono alla massa del metallo contenuta nell'unità di volume le forze $e\mathrm{N}_1\boldsymbol{\Psi}_1$, $-e\mathrm{N}_2\boldsymbol{\Psi}_2$; dunque in definitiva tale massa è soggetta alle forze $e\mathrm{N}_1\boldsymbol{\Phi}_1$, $-e\mathrm{N}_2\boldsymbol{\Phi}_2$. Indichiamo con $\mathbf{j}_1$ e $\mathbf{j}_2$ i vettori che in ogni punto del conduttore rappresentano la densità della corrente trasportata dagli ioni positivi e la densità della corrente trasportata dagli ioni negativi ($\mathbf{j}_1$ e $\mathbf{j}_2$ avranno rispettivamente le direzioni l_1 ed l_2), con $\mathbf{j}$ il vettore che rappresenta la densità di corrente risultante, cioè la somma $\mathbf{j}_1 + \mathbf{j}_2$. Avremo

$$e\mathrm{N}_1\boldsymbol{\Phi}_1 = \mathbf{j}_1 \wedge \mathbf{H} \quad , \quad -e\mathrm{N}_2\boldsymbol{\Phi}_2 = \mathbf{j}_2 \wedge \mathbf{H}$$

e, per la proprietà distributiva del prodotto vettoriale,

$$e\mathrm{N}_1\boldsymbol{\Phi}_1 - e\mathrm{N}_2\boldsymbol{\Phi}_2 = \mathbf{j} \wedge \mathbf{H}.$$

Dunque in un conduttore tenuto a temperatura costante e sottoposto all'azione di un campo magnetico uniforme, quando si crei una distribuzione

[1] Corbino, Rend. Accad. dei Lincei, 1° sem. 1915, pag. 213.

di correnti permanenti cui corrisponda una distribuzione del potenziale V soddisfacente all'equazione $\Delta^2 V = 0$, prendono origine delle forze di massa tali che la forza agente sulla massa contenuta nell'elemento di volume dv nel quale la densità di corrente è $\mathbf{j}$, è data da $(\mathbf{j} \wedge \mathbf{H})\, dv$; a questa forza gli ioni positivi liberi portano il contributo $e N_1\, dv\, \Psi_1$, gli ioni negativi liberi il contributo $-e N_2\, dv\, \Psi_2$, le cariche elettriche fisse il contributo $-e(N_1 - N_2)\, \mathbf{F}$.

Questo risultato vale evidentemente anche nell'ipotesi che non vi siano cariche elettriche fisse (basta porre $N_1 = N_2$) ed anche nell'ipotesi che solo cariche elettriche negative prendano parte alla conduzione (basta porre $N_1 = 0$); in questo secondo caso la forza $(\mathbf{j} \wedge \mathbf{H})\, dv$, che agisce sulla massa metallica contenuta nell'elemento di volume dv, non è altro che la componente, normale a $\mathbf{j}$ ed a $\mathbf{H}$, della forza elettrica che agisce sulle cariche fisse.

Consideriamo un filo metallico percorso da corrente e sottoposto alla azione di un campo magnetico uniforme $\mathbf{H}$; sia ds la sezione del filo, $\mathbf{l}$ la sua direzione; tale direzione si potrà identificare con quella di $\mathbf{j}$. In questo caso avremo $dv = ds \times dl$ e, detta $\mathbf{I}$ l'intensità di corrente, $\mathbf{I} = ds\, \mathbf{j}$. Supponiamo si possa ritenere soddisfatta la condizione $\frac{\sigma_0 - K}{\sigma_0} = 0$, ovvero la condizione $\frac{\partial j_z}{\partial z} = 0$ (Quest'ultima condizione è certo soddisfatta se il filo è rettilineo ed ha sezione costante, o se è disposto trasversalmente al campo magnetico). Allora, per quanto precedentemente si è detto, si trova per la forza agente su ogni elemento del filo la nota espressione $(\mathbf{I} \wedge \mathbf{H})\, dl$.

Embriologia vegetale. — *Nuovo contributo alla embriologia delle Asteracee*. Nota preventiva del dott. E. CARANO, presentata dal Socio R. PIROTTA.

Nelle mie ricerche sulla embriologia delle Asteracee, che tuttora persegno, ho scelto fra le altre piante anche l'*Erigeron Karvinskianus* var. *mucronatus*, originario dell'America, ma diffusamente coltivato nei nostri giardini e così bene acclimatato che con facilità sfugge alla coltura. Fiorisce e fruttifica buona parte dell'anno e cioè, da noi, dall'aprile fino all'autunno avanzato; quindi offre tutti i vantaggi per l'allestimento di un abbondante materiale da osservazione.

Ad un semplice esame delle calatidi adulte con una lente d'ingrandimento nulla si rileva che non appaia normale: i fiori ligulati del raggio sono pistilliferi e mostrano i lobi dello stimma fuoruscenti dal tubo corollino perfettamente normali; i fiori tubulosi del disco sono monoclini e lasciano