ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCCXVI.

1919

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME XXVIII.

2° SEMESTRE.

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL DOTT. PIO BEFANI

1919

Fisica. — *Sulla teoria elettronica delle forze elettromagnetiche.* Nota III di ELENA FREDA, presentata dal Socio CORBINO.

§ 5. Si può vedere facilmente che per la maggior parte dei metalli (pei quali come già si è detto non vi è ragione di ammettere che il campo determini una sensibile alterazione di proprietà specifiche), dal fatto che la variazione di resistenza prodotta dal campo **H** e l'effetto Corbino relativo al campo stesso sono molto piccoli, si può dedurre che $\frac{\sigma_0 - K}{\sigma_0}$ ha un valore molto piccolo e che quindi si può ritenere approsimativamente soddisfatta la condizione $\Delta^2 V = 0$.

Poniamo $b_1 = \frac{e^2 N_1 v_1}{\sigma_0}$, $b_2 = \frac{e^2 N_2 v_2}{\sigma_0}$, $\varepsilon = m_1 K_1 - m_2 K_2$, $\gamma = \frac{\varepsilon}{K}$. Secondo la teoria elettronica alla quale finora ci siamo riferiti, l'effetto Corbino, per una data intensità della corrente totale e per date dimensioni del disco, dipende solo da γ; secondo la stessa teoria, il campo magnetico **H** determina un'apparente variazione $\sigma - \sigma_0$ della conducibilità specifica σ_0 che si ha senza il campo; se quest'ultimo non altera le proprietà specifiche del metallo e se il movimento della elettricità avviene perpendicolarmente ad **H**, si ha $\frac{\sigma_0 - \sigma}{\sigma_0} = \frac{\sigma_0 - \frac{K^2 + \varepsilon^2}{K}}{\sigma_0}$ (1). Trascurando le potenze di m_1 ed m_2 dalla quarta in su si ha $\frac{\sigma_0 - \sigma}{\sigma_0} + \gamma^2 = b_1 m_1^2 + b_2 m_2^2$ (2).

Ma, come facilmente si verifica, se si trascurano le potenze di m_1 ed m_2 dalla quarta in su, $b_1 m_1^2 + b_2 m_2^2$ ci dà il valore di $\frac{\sigma_0 - K}{\sigma_0}$; avremo quindi, con la detta approssimazione, $\frac{\sigma_0 - \sigma}{\sigma_0} + \gamma^2 = \frac{\sigma_0 - K}{\sigma_0}$; cioè per un metallo pel quale $\frac{\sigma_0 - \sigma}{\sigma_0}$ e γ^2 siano trascurabili anche $\frac{\sigma_0 - K}{\sigma_0}$ è trascurabile e quindi si può ritenere approssimativamente soddisfatta la condizione $\Delta^2 V = 0$.

Per metalli, come il bismuto, pei quali la variazione di resistenza per effetto del campo e l'effetto Corbino hanno valori più rilevanti, la teoria prevede un $\Delta^2 V$ diverso da zero, e variabile in genere da punto a punto, per ogni distribuzione di correnti permanenti in cui non sia $\frac{\partial j_z}{\partial z} = 0$; più

(1) Freda, Rend. Accad. dei Lincei, 2° sem. 1916, pp. 104 e 142.
(2) Corbino, Rend. Accad. dei Lincei, 1° sem. 1919, pag. 49.

precisamente si ha $\Delta^2 V = \frac{\sigma_0 - K}{\sigma_0 K} \frac{\partial j_z}{\partial z}$. In questo caso non potremo dire che per ogni punto interno al conduttore si ha $e(N_1 - N_2 + N_1' - N_2') = 0$. Niente si deve modificare in questo caso di quanto precedentemente si è detto sulle azioni esercitate dagli ioni liberi sulla massa del metallo, ma non possiamo più dare per la risultante delle forze che agiscono sulle cariche fisse contenute nell'unità di volume l'espressione $-e(N_1 - N_2)\mathbf{F}$. Dunque pei metalli che si comportano come il bismuto la teoria prevede che vada modificata l'espressione $(\mathrm{j} \wedge \mathbf{H})\, dv$, per la forza che agisce sulla massa metallica contenuta nell'elemento di volume dv, quando la distribuzione delle correnti non soddisfi la condizione $\frac{\partial j_z}{\partial z} = 0$. Dobbiamo però osservare che, appunto nei metalli pei quali la variazione di resistenza e l'effetto Corbino sono più rilevanti, sembra si debba ammettere una vera e propria alterazione di proprietà specifiche prodotta dal campo magnetico; se questa alterazione è diversa nelle direzioni che formano angoli differenti con l'asse z, le formule (3) e (4) vanno sostituite con altre già complicate [1] e non è quindi facile dire come si modifichi in realtà l'espressione della forza agente sulla massa contenuta nell'elemento di volume dv.

Nel caso di una lamina disposta trasversalmente nel campo magnetico uniforme $\mathbf{H}$, il movimento della elettricità è determinato dalle prime due delle equazioni (3) [2]; queste equazioni valgono anche se il campo magnetico determina una vera e propria alterazione delle proprietà specifiche del metallo di cui la lamina è costituita: basta in tal caso considerare $N_1 N_2 \tau_1 \tau_2$ come funzioni del valore assoluto di h. Di più, come già si è visto, nel caso in cui una lamina disposta trasversalmente nel campo è percorsa da correnti permanenti si ha rigorosamente $\Delta^2 V = 0$; quindi l'espressione $(\mathrm{j} \wedge \mathbf{H})\, dv$ per la forza agente sulla massa metallica contenuta nell'elemento di volume dv vale qualunque sia la natura del metallo. Indichiamo con n la normale, nel piano della lamina, alla direzione l del vettore j; con d e d_n due rette tra loro ortogonali giacenti nel piano della lamina; pur di scegliere convenientemente il senso positivo su d e d_n si avrà $\cos ld = \cos nd_n$ e quindi la componente secondo d_n della forza $(\mathrm{j} \wedge \mathbf{H})\, dv$ sarà data da $j_d h\, dv$.

§ 6. Possiamo ora spiegare senz'altro il fatto (cfr. il § 2) che un disco munito al centro ed alla periferia di elettrodi di resistenza trascurabile, posto trasversalmente nel campo magnetico $\mathbf{H}$, è sollecitato a ruotare intorno al proprio asse quando si mandi in esso una corrente permanente. Infatti, siano P e P′ due punti simmetrici rispetto al centro del disco, j_r la

(1) Freda, Rend. Accad. dei Lincei, 2° sem. 1916, pp. 28 e 60.
(2) Corbino, Rend. Accad. dei Lincei, 1° sem. 1915, pag. 213

densità della corrente radiale, tanto in P che in P'; le componenti, normali alla retta PP', delle forze che agiscono rispettivamente in P e in P' sulla massa del metallo contenuta nell' unità di volume avranno entrambi, per quanto precedentemente si è detto, il valore assoluto hj_r ma avranno senso opposto. Dunque per due punti qualunque, simmetrici rispetto al centro del disco, abbiamo una coppia che sollecita quest' ultimo a ruotare intorno al suo asse.

Abbiamo supposto finora che i conduttori siano tenuti a temperatura costante, ma si vede facilmente che quanto si è detto precedentemente pel disco vale anche se in questo si lasciano liberamente stabilire delle differenze di temperatura (Come già si è ricordato nel § 2, tali differenze di temperatura non si possono stabilire che nel senso radiale). Osserviamo innanzi tutto che poichè il cerchio, concentrico agli elettrodi, passante per il punto P del disco è una linea equipotenziale, la componente circolare (cioè secondo la tangente al detto cerchio) della forza che in P agisce sulla massa contenuta nell' unità di volume è la somma delle componenti circolari delle quantità di moto che gli ioni positivi e gli ioni negativi contenuti nell'unità di volume cedono coi loro urti, nell'unità di tempo, alla massa del conduttore (La componente circolare della forza elettrica **F**, e quindi la componente circolare della risultante delle forze agenti sulle cariche fisse contenute nell'unità di volume è nulla). Ora, riferendoci a coordinate polari r, θ, tanto se N_1 e N_2 sono costanti quanto se variano con r, la componente circolare della velocità media tra due urti di uno ione positivo è data da $r_1 \overline{\frac{d\theta_1}{dt}} = \frac{e\tau_1 h}{2\mu_1} \overline{\frac{dr_1}{dt}}$; quindi la componente circolare della quantità di moto ceduta, nell'unità di tempo, alla massa metallica dagli N_1 ioni positivi liberi contenuti nell' unità di volume sarà (v. § 3 e § 4): $e N_1 \overline{\frac{dr_1}{dt}} h = j_{1r} h$. Analogo risultato si ha per gli ioni negativi e quindi si trova che la componente circolare della forza che agisce sulla massa metallica contenuta nell'unità di volume è data, per ogni punto del disco, da $j_r h$, tanto se si hanno quanto se non si hanno differenze di temperatura.

Osserviamo che la rotazione del disco intorno al suo asse, pur dipendendo dal fatto che sotto l'azione del campo **H** gli ioni acquistano componenti circolari di velocità, pur dipendendo cioè dall'esistenza dell'effetto Corbino, non dipende, come si è visto, dalla grandezza che questo effetto ha per una data corrente totale.

§ 7. Consideriamo conduttori costituiti da metalli pei quali il campo magnetico determini una sensibile alterazione della distribuzione delle correnti e dei potenziali. Per un conduttore avente forma e dimensioni date, munito di elettrodi aventi forma, dimensioni e posizioni date, attraversato da una corrente di data intensità totale e sottoposto all'azione di un determinato campo magnetico **H**, la distribuzione della densità di corrento, cioè del vettore j, dipenderà in genere dalla natura del metallo di cui il conduttore è formato; tale distribuzione muterà, in genere, all'invertire del campo H.

Consideriamo la forza risultante ed il momento risultante delle azioni, studiate nei precedenti paragrafi, che gli ioni esercitano sulla massa del metallo. Da quanto precedentemente si è detto, risulta che per due conduttori uguali dal punto di vista geometrico, muniti di elettrodi uguali ed ugualmente disposti, attraversati da uguale corrente totale, ma costituiti da metalli diversi, la detta forza ed il detto momento, corrispondenti ad un dato campo magnetico **H**, non saranno in genere uguali; per un dato conduttore tale forza e tale momento non subiranno, in genere, una semplice inversione all'invertire del campo. (Si potranno avere, in generale, approssimativamente, una risultante e un momento risultante uguali per due conduttori che soddisfino alle condizioni dette ed una semplice inversione della detta risultante e del detto momento risultante all'invertire di **H**, solo adoperando metalli pei quali sia molto piccola l'alterazione della distribuzione delle correnti e dei potenziali che il campo magnetico produce).

La teoria prevede quindi che, limitando opportunamente la libertà di movimento dei conduttori, si possano osservare spostamenti di questi ultimi che non mutano direzione all'invertire di **H**. Sono state effettivamente constatate azioni elettromagnetiche di tale natura (¹) ed altre se ne potranno constatare. Per es., è stato osservato che in una lamina rettangolare di bismuto, munita lungo due lati opposti di elettrodi di resistenza trascurabile, sotto l'azione di un campo magnetico trasversale **H**, la densità di corrente acquista una componente parallela agli elettrodi, che ha segno costante in tutti i punti della lamina (²); poichè tale componente s'invertirà all'invertire di **H**, permettendo alla lamina soltanto traslazioni nella direzione delle linee di corrente corrispondenti al campo nullo, si potranno osservare spostamenti che non s'invertono all'invertire del campo magnetico.

In una lamina munita di elettrodi puntiformi situati al contorno, un campo magnetico trasversale non altera la distribuzione delle correnti, se si mantiene costante l'intensità della corrente totale (³); se si considerano quindi due lamine uguali dal punto di vista geometrico, munite di elettrodi puntiformi ugualmente disposti al contorno, attraversate dalla stessa corrente totale e situate in campi magnetici trasversali di uguale intensità, per esse la forza risultante e il momento risultante delle azioni esercitate dagli ioni sulla massa metallica saranno uguali, qualunque sia la natura dei metalli

(¹) Corbino, Nuovo Cimento, 1911, vol. I, pag. 397; Corbino e Trabacchi, Nuovo Cimento, 1915, vol. IX, pag. 80.

(²) Corbino, Rend. Accad. dei Lincei, 1° sem. 1915, pag. 213.

(³) Volterra, Rend. Accad. dei Lincei, 1° sem. 1915, pag. 294.

di cui le due lamine sono costituite. Per ciascuna di queste lamine la detta forza e il detto momento subiranno soltanto un' inversione all' invertire del campo magnetico.

§ 8. La teoria elettronica delle forze di origine elettromagnetica agenti sulla massa di un conduttore, come si è visto, si presenta semplice nel caso isotermico (N_1 ed N_2 costanti in tutti i punti); come già si è accennato nel § 2, i risultati di tale teoria si potranno in parecchi casi verificare, con una certa approssimazione, senza ricorrere a particolari dispositivi che permettano di tenere il conduttore a temperatura costante, cioè in parecchi casi la variabilità della temperatura T, e quindi di N_1 ed N_2, potrà considerarsi come una causa perturbatrice che non modifica essenzialmente i risultati. Niente c' impedisce, in particolare, di considerare questa causa perturbatrice come trascurabile per la maggior parte dei metalli, nei quali le differenze di temperatura che si stabiliscono sotto l'azione del campo magnetico sono lievissime.

Quando si volesse tener conto anche delle variazioni di T, e quindi di N_1 e N_2, si dovrebbe procedere nel seguente modo: Calcolare, in base alle equazioni che regolano in questo caso il movimento della elettricità (equazioni che ancora non sono state stabilite per un conduttore avente forma arbitraria e munito di elettrodi la cui forma e posizione siano pure arbitrarie), la quantità di moto che gli ioni liberi contenuti nell'elemento di volume dv cedono, coi loro urti, nell' unità di tempo, alla massa del conduttore e calcolare la risultante delle forze elettriche che agiscono sulle cariche fisse contenute nello stesso elemento di volume dv: si potrà così ottenere la risultante delle azioni che gli ioni esercitano sulla massa metallica contenuta in dv.

Bisognerà calcolare inoltre, sempre in base alle equazioni dette, le pressioni che gli ioni liberi esercitano su ogni elemento ds della superficie s che limita il conduttore; queste pressioni non si equilibreranno in genere, come per $H = 0$, appunto perchè sotto l'azione del campo N_1 ed N_2 hann o valori diversi nei diversi punti della superficie s.

La risultante e il momento risultante delle dette forze di massa e delle dette pressioni superficiali potranno determinare, compatibilmente coi vincoli, movimenti del conduttore nel campo magnetico.

Applicando questo procedimento non si giunge a risultati semplici, almeno se non s' introducono nuove ipotesi, nemmeno nel caso molto particolare del parallelepipedo considerato nel § 1.