# ATTI

DELLA

# REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCCXVI.

1919

---

SERIE QUINTA

---

## RENDICONTI

---

**Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.**

---

**VOLUME XXVIII.**

2° SEMESTRE.


ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL DOTT. PIO BEFANI

1919

# RENDICONTI

DELLE SEDUTE

# DELLA REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

## Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.


*Seduta del 7 dicembre 1919.*

A. Ròiti, Vicepresidente.

## MEMORIE E NOTE
## DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

Geologia. — *Titonico e Cretacico nell'isola di Capri: revisione dei fossili dei calcari coralligeni.* Nota del Socio C. F. Parona.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

Storia della matematica. — *Evangelista Torricelli nella storia della geometria.* Nota del Corrisp. Gino Loria.

Evangelista Torricelli ha conseguito un posto elevato e sicuro nella storia della fisica, quantunque le relative notizie debbano venire faticosamente raccolte sfogliandone il carteggio scientifico o ricorrendo a dichiarazioni di contemporanei: i procedimenti da lui adottati nella fabbricazione delle lenti per cannocchiali, la sua partecipazione all'invenzione dei primi termometri a liquido, i lavori che lo fanno considerare come fondatore dell'idrodinamica [1] e specialmente la scoperta da lui fatta della pressione atmosferica e dell'apparato per misurarla, hanno reso popolare il suo nome, non soltanto fra tutti i cultori delle scienze d'osservazione, ma persino fra le persone di mediocre coltura.

[1] E. Mach, *Die Mechanick in ihrer Entwickelung historisch und kritisch dargestellt,* II Aufl. (Leipzig. 1889), pag. 377.

Altrettanto non può certamente ripetersi riguardo all'opera del sommo discepolo di Galileo per quanto concerne la geometria, chè l'unico volume da lui dato alle stampe (¹) è consultato e citato esclusivamente da coloro che s'interessano della teoria dei moti e delle forze (²); eppure il solo fatto che quetso abbia offerto elementi sufficienti per rivendicare a lui il « metodo delle tangenti » di consueto attribuito a Roberval (³) è sufficiente a rivelare quali e quanti tesori geometrici esso racchiuda. Qualche — e non certo invidiabile — notorietà provenne al Torricelli come geometra dal fatto che un pensatore, di fama mondiale, ma non sempre scrupoloso nel rispettare gli altrui diritti di proprietà (⁴), si compiacque di dipingerlo (⁵) sotto il ripugnante aspetto di un famigliare privo di coscenza, il quale, non appena spirato il suo principale, fruga fra le sue carte più gelose per rintracciarvi qualche gustosa informazione o qualche segreto a lui giovevole, riesce in tal modo ad avere contezza di alcune lettere di eccezionale importanza e, appropriandosene il contenuto, conquista una posizione eminente fra i matematici del suo tempo. Ora questa fantastica quanto iniqua costruzione è da tempo crollata al suolo (⁶), essendosi definitivamente stabilito che, mentre manca di qualsiasi consistenza logica, è priva di ogni documentazione in appoggio ed è smentita da testimonianze a cui devesi accordare assoluta fiducia; perciò, sino dall'epoca di Wallis, si ritiene che il Torricelli sia stato uomo di specchiata onestà, il quale, difendendosi contro gli attacchi di Roberval, non si spogliò del carattere di scrupoloso ricercatore del vero sotto cui ci si presenta nell'atto di investigare i fenomeni naturali.

* * *

Molti lavori geometrici scritti dal Torricelli rimasero ignoti alla generalità degli studiosi perchè tuttora inediti nel momento in cui la gelida

(1) *Opera geometrica* (Flor. 1644). Un altro volume dal titolo: *Exercitationes geometriae ab Ev. Torricellius opus postumum* (Flor. 1647) citato dal Montucla, dal Marie e nel tom. I delle *Oeuvres complètes* di Huygens non ha mai esistito.

(2) Un'onorevole e devorosa eccezione va fatta a favore di R. Baltzer, che cita e dimostra (*Stereometria*, trad. Cremona, Genova, 1877, pag. 172), attribuendolo al Torricelli, un teorema sui solidi sferali.

(3) F. Jacoli, *Evangelista Torricelli ed il metodo delle tangenti dette di Roberval* (Bull. di bibl. e storia delle scienz mat. e fis., tom. VIII, 1875).

(4) Si allude qui ai non ammirandi sforzi fatti da Pascal per appropriarsi la scoperta della pressione esercitata dall'atmosfera; riguardo a tale interessante questione storica si veggano i documentatissimi articoli di F. Mathieu sopra *Pascal et l'expérience de Puy-de-Dôme* inseriti nella Revue de Paris, 1906.

(5) Si vegga B. Pascal, *Histoire de la trochoïde ou roulette appellée autrement trochoïde ou cycloïde* (in data 10 ottobre 1658).

(6) Il merito principale di tale risultato risale a Carlo Dati per la sua *Lettera a Filaleti di Timauro Antiate* (Firenze, 1663); sopra questa spinosa questione di priorità si consultino le storie del Tiraboschi, del Montucla, del Cantor, del Marie, ecc.

ala della morte sfiorò inopinatamente il sommo faentino. Quali fossero, quale sorte sia ad essi toccata, quanti tentativi infruttuosi siano stati fatti per diffonderli a mezzo della stampa, reputo superfluo di esporre oggi, essendo sufficiente che io rimandi a quanto sta scritto in una comunicazione presentata a questo grande sodalizio per mio desiderio da Luigi Cremona (¹). Ripetere ciò sarebbe tanto meno opportuno oggi che, con la pubblicazione delle opere edite ed inedite di Evangelista Torricelli (²) — che ho l'onore di presentare in omaggio a questa illustre Accademia, per mandato avuto dal Mucicipio di Faenza, promotore della meritoria impresa — sono finalmente posti a disposizione degli studiosi tutti gli elementi per pronunziare un giudizio intorno al valore dei contributi dati alla geometria dall'uomo illustre che confortò Galileo Galilei sul suo letto di morte.

Gli scritti di Ev. Torricelli che finalmente affrontano la prova della pubblicità, mentre completano e precisano i suoi lineamenti scientifici, mentre ne rendono la figura più ammiranda ed imponente, non costringono ad una revisione del giudizio che da tempo gli storici pronunciarono su di lui come matematico: profondo conoscitore ed assiduo promotore dei metodi geometrici e meccanici recanti le firme di Euclide, di Archimede e di Cavalieri, egli ci si presenta come ultimo rampollo di quella gloriosa dinastia che Pitagora ha fondata e che venne abbattuta con l'avvento al potere della geometria analitica e dell'analisi infinitesimale: gli è quanto, se non c'inganniamo, emerge dalle poche notizie e dalle brevi osservazioni che seguono.

*
* *

Un ragguardevole numero delle pagine da lui vergate contengono teoremi e costruzioni concernenti le figure di cui si occupa la geometria elementare; con i relativi enunciati piacque al Torricelli di comporre una variopinta miscellanea a cui impose il curioso titolo di *Campo di tartufi*.

(¹) *Evangelista Torricelli e la prima rettificazione di una curva* (questi Rendiconti, seduta del 5 dicembre 1897).

(²) *Opere di Evangelista Torricelli edite in occasione del III centenario della nascita col concorso del comune di Faenza, da Gino Loria e Giuseppe Vassura* (quattro volumi in-8°, con numerose figure; Faenza, Istituti educativi riuniti, 1919). Nel § XI dell'Introduzione sono dichiarati i criterî adottati nel pubblicare la parte sinora inedita. Riguardo al carteggio reputiamo utile far noto nella presente occasione come, della lettera del Torricelli al Mersenne pubblicata a pp. 326-8 del vol. III delle *Opere*, esista a Vienna, nella Biblioteca già di corte, un esemplare più completo di quello che trovasi a Firenze (è forse l'originale?); il sig. C. de Waand, che fu in condizione di esaminarla, notò che si chiude col seguente passo, il quale vede ora per la prima volta la luce:

« In concavis verò hoc opus, hic labor est. Annum iam absumpsi frustra, quod si quando mihi liceat et concava ad libitum conformare, tunc fortasse manifestius apparet inventi uni fructus ».

Allo stesso ramo di scienza appartiene l'opuscoco *De Tactionibus*, il quale tratta [al pari dell'omonimo frammento composto nel 1646 dall'Huygens diciassettenne] (1) della costruzione di un cerchio soggetto a condizioni analoghe, ma differenti, da quelle contemplate da Apollonio Pergeo in un notissimo lavoro oggi scomparso. Altrettanto si può ripetere riguardo al *De proportionibus liber*, il quale, sbocciato durante la convivenza di Torricelli con Galileo, corona nel modo più felice la collezione di lavori dedicati al V libro di Euclide nella scuola avente a duce questo sommo scienziato.

Questa monografia merita la massima considerazione anche perchè l'interessante esordio di essa contiene il piano di una completa trattazione sistematica (naturalmente indipendente dall'uso di coordinate) di tutte le linee piane di cui, appunto in quel tempo, ed in parte per opera del Torricelli, si era arricchita la geometria, cioè: parabole e iperboli di grado superiore, curva legaritmica (o « hemyperbola logarithmica » per usare la nomenclatura torricelliana), spirali algebriche, spirale legaritmica e cicloidi (non solo l'ordinaria, ma anche le allungate ed accorciate, di cui il Torricelli aveva rilevata l'esistenza sino dal 1644). Benchè la morte inattesa abbia vietato che l'opera *De lineis novis* venisse composta, pure un grande numero di pagine (fra cui non vanno dimenticate alcune del carteggio scientifico), non solo pongono in grado di redigere un bilancio esatto dei risultati che vi avrebbero trovata degna sede, ma permettono anche di farsi un concetto esatto delle vie che l'autore percorse per stabilirle.

Con questo gruppo di ricerche il Torricelli proseguiva brillantemente nelle direzioni segnate da Archimede nei suoi famosi studî sulla quadratura della parabola e sulle spirali che portano il suo nome. Molte altre invece ce lo mostrano nell'atto di perfezionare l'antica stereometria quale si delinea negli scritti che il Siracusano dedicò a la sfera, il cilindro, le conoidi e le sferoidi, oppure di proseguire le investigazioni baricentriche da lui iniziate; i materiali da lui adunati furono religiosamente raccolti e sapientemente ordinati dai due più fedeli interpreti del pensiero torricelliano, L. Serenai e V. Viviani, i quali ne trassero un'estesa compilazione che intitolarono *Nova per armillas stereometria* (2). Poichè i limiti imposti alla presente comunicazione ci vietano di entrare in minuti particolari sul contenuto di questo scritto, ci restringeremo ad osservare come l'atteggiamento assunto in tale occasione dal nostro sommo connazionale manifesti un'impressionante rassomiglianza con quello sotto cui ci si presentano alcuni geniali investigatori arabi i quali, dopo essersi pienamente assimilate le dottrine costi-

(1) *Oeuvres complètes de C. Huygens*, tom. XI (La Haye, 1908), pp. 60-63.

(2) È in questa collezione che T. Perelli rinvenne un importante teorema concernente la misura dei conoidi e degli sferoidi che egli stampò in appendice alle *Istituzioni delle sezioni coniche del padre D. Guido Grandi* (Firenze MDCCXLIV) e corredò di convincente dimostrazione.

tuenti la geometria superiore dei Greci, vollero e seppero farvi qualche rilevante aggiunta (1).

Con l'importante opuscolo *De maximis et minimis* il Torricelli partecipò da par suo agli studî promossi da Fermat in tutta l'Europa matematica, proponendo alcune difficili ed interessanti questioni aventi per iscopo la ricerca dei valori estremi di certe funzioni. Fra esse emerge, per singolare eleganza, la ricerca di un punto nel piano d'un triangolo tale che risulti minima la somma delle sue distanze dai vertici del triangolo; è noto che Torricelli scoperse che, supposti tutti gli angoli del triangolo inferiori a 120°, il punto richiesto si trova all'incrocio dei tre archi di circolo, ognuno dei quali è il luogo geometrico dei punti da cui i lati del dato triangolo sono visti appunto sotto l'angolo di 120°. L'importanza di questo risultato, di cui il Torricelli si affrettò di dar notizia ai suoi corrispondenti, venne subito riconosciuta e ricevette una constatazione solenne quando quei cerchi vennero chiamati « cerchi di Torricelli » (2) e « punto di Torricelli » (3) quello che risolve il surriferito problema: è forza riconoscere che ben poche denominazioni del genere sono altrettanto giustificate!

* * *

Alcune poche pagine lasciate dal sommo faentino ci si presentano in forma pronta per la stampa (citiamo ad esempio la memoria *De centro gravitatis sectoris circuli*, ove la relativa ricerca è condotta prima col metodo degli antichi e poi applicando la geometria degli indivisibili); ma moltissime altre hanno tutto l'aspetto di una prima stesura, chè fra gli squarci redatti in latino, sono intercalati pagine in italiano e talora persino frasi ironiche ed osservazioni giocose. Nella generalità hanno carattere prettamente dottrinale, ma altre appartengono alla metodologia delle matematiche: fra queste vanno particolarmente ricordati i brani *Contro gl'infiniti*, indiscutibili testimonianze dei dubbii e delle incertezze che angosciarono i primi pensatori che si servirono del concetto d'infinito per scoprire le più riposte proprietà delle figure geometriche.

* * *

Mentre con la pubblicazione degli scritti inediti e del carteggio del Torricelli ci si trova in possesso di quanto è necessario per chiarire la maggior parte dei punti oscuri esistenti nella sua produzione scientifica, per

(1) H. Suter, *Die Abhandlung über die Ausmessung des Paraboloids von el-Hasan b. el-Hasan b. el-Haitham* (Bibliotheca mathematica, II ser., tom. XII, 1911-12, pp. 289-232), e *Die Abhandlungen Thabit b. Kurras und Abu Sahl al Kuhis über die Ausmessung der Paraboloide* (Sitzungber, d. phyr. med. Sozietät in Erlangen, tom. XLVIII, 1916).

(2) E. Lucas, *Sur les coordonnées tripolaires* (Mathésis, tom. IX, 1889).

(3) M. Filip, *Sur le point de Torricelli* (Gazeta matematica, tom. XIII, Bucarest, 1904).

altri (è forza, con dolore, convenirne) l'attesa luce non si è fatta; ci sia lecito di segnalarne alcuni che ci sembrano più importanti.

I. Scrive il Montucla [1]:

« Après les problèmes sur l'aire et les tangentes de la cycloïde, ceux qui se présentent les premiers regardent les solides formés par sa rotation autour de sa base et de son axe. Roberval paroit avoir eu le merite de les trouver l'un et l'autre le premier. Le P. Mersenne mandait en 1614, à Torricelli, la raison du premier de ces corps avec le cylindre de même base et de même hauteur trouvé, par Roberval, savoir de 5 à 8, à quoi Torricelli repondait aussitôt qu'il avait trouvé la même chose quelques mois auparavant. A l'égard du dernier, qui est incomparablement plus difficile, le géomètre italien y échoua, et Roberval reste seul en possession d'avoir découverte sa mésure. Torricelli avait annoncé qu'il était à son cylindre circonscrit comme 11 a 18. Il est vrai que ce rapport approche assez du véritable; mais Roberval la (*sic*) donne... qui est le vraie... Or en prénant pour rapport du diamètre à la circonférence celui d'Archimède de 7 à 22, on trouve en nombres le rapport assigné par Roberval, être celui de 11 à 17 $\frac{791}{893}$, ce qui se rapproche, il est vrai de 11 à 18; mais enfin ne l'est pas, et en diffère d'environ $\frac{1}{9}$ ».

Orbene, mentre oggi si è in possesso dei ragionamenti usati dal Torricelli per determinare la posizione del baricentro della cicloide e per calcolare il volume che essa genera rotando attorno alla propria base, nessuna traccia fu possibile trovare, fra le sue carte, delle indagini da lui compiute per risolvere il secondo dei problemi riferiti dal Mersenne: perciò la questione storica sollevata dal Montucla è oggi nello stesso stato in cui si trovava quando egli scriveva; tuttavia la prossimità del rapporto $\frac{11}{18}$ a quello trovato da Roberval ed il fatto che in molte occasioni Torricelli fece uso del valore $\pi = \frac{22}{7}$, ci sembrano consigliare la massima cautela prima di condividere il parere dello storico francese, che, di fronte a quel problema, il faentino abbia « échoué ».

II. Le dispute di priorità che il Torricelli ebbe più volte a sostenere con geometri ultramontani lo indussero — quasi egli fosse presago di una prossima fine — a raccogliere gli enunciati delle proposizioni da lui comunicate ai colleghi francesi a partire dal 1643. Così ebbe origine l'interessante *Racconto d'alcuni problemi* che, per merito del Fabroni, si trova da più di un secolo a disposizione di tutti gli studiosi. In questo florilegio di verità, la cui dimostrazione si legge in gran parte nelle carte da lui re-

[1] *Histoire des mathématiques*, tom. II. nouv. éd. (Paris, an. VII), pag. 60.

litte, meritano una speciale attenzione due paragrafi di natura esclusivamente aritmetica.

Nel XXIV è affermato essere primi tutti i numeri della forma $2^{2^n}+1$. Tale asserzione è notoriamente errata, dal momento che, come osservò Eulero, $2^{32}+1$ è un numero composto; ma essa viene di solito attribuita a Fermat, perchè la si legge, sia pure sotto forma dubitativa, in una lettera da lui diretta a Frénicle nel corso dell'anno 1640 (1). Ora siccome su tale argomento non si trova neppure una sillaba nei mss. torricelliani, così si rimane titubanti nel decidere se si sia in presenza di una coincidenza fortuita, oppure di una nuova prova di comunicazioni scientifiche fra l'Italia e la Francia.

Aggiungiamo che il § precedente, il XXIV, del succitato *racconto* contiene invece l'enunciato di una difficile questione sulla costruzione di triangoli in numeri, di cui il Torricelli non parla altrove e che soltanto ai giorni nostri ha ricevuto una soluzione esauriente (2).

***

Gettando uno sguardo d'insieme alla produzione geometrica torricelliana, si deve ammirare la profonda conoscenza che egli aveva dei metodi escogitati dagli antichi matematici e da quelli che prelusero alla comparsa del calcolo infinitesimale, nonchè la disinvoltura, oggi sorprendente, con cui egli sapeva servirsi degli uni e degli altri per investigare figure già note o suggeritegli dalla sua fervida fantasia. Certamente troppo sovente ci si trova di fronte a semplici abbozzi, cosicchè nulla autorizza a sentenziare che cosa egli avrebbe affidato alla stampa, che cosa invece egli giudicasse (come sta scritto in un punto dei suoi mss.) « fatica buttata via », e tanto meno quale sarebbe stata l'architettura degli edificî che egli avrebbe eretti con i materiali assiduamente raccolti. Nè è possibile decidere se, ove egli fosse vissuto, nelle fasi ulteriori della propria esistenza, avrebbe tenuto fede alle direttive scientifiche alle quali sempre si attenne o se, per converso, i nuovi metodi, che appunto allora stavano maturando, con la loro travolgente potenza, non avrebbero impressa una novella orientazione a tutta la sua mentalità: gravi e ponderosi problemi che lasciano titubanti e pensosi, rinnovando oggi il lancilante cordoglio da cui furono colpiti coloro che assistettero alla inaspettata fine del geniale investigatore, i quali, ancor meglio di noi, erano in grado di misurare, quante speranze, una morte improvvisa, aveva per sempre infrante. Allo stato delle cose, egli ci si presenta come ultimo rappresentante di un indirizzo scientifico tramontato forse per sempre, come autore di Memorie di squisita fattura che saranno sempre cagione del più elevato godimento per tutti coloro che sono in grado di comprendere e gustare la bellezza di cui è ricco qualunque lavoro di puro ragionamento.

(1) *Oeuvres di Fermat*, éd. Tannery et Henry, tom. II (Paris, 1894), pag. 206.

(2) M. Cipolla, *I triangoli di Fermat ed un problema di Torricelli* (Atti dell'Accademia Gioenia, ser. V, tom. XI, 1918).