

ATTI  
DELLA  
REALE ACCADEMIA DEI LINCEI  
ANNO CCCXVI.

1919

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME XXVIII.

2° SEMESTRE.



ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI  
PROPRIETÀ DEL DOTT. PIO BEFANI

1919

Paleontologia. — *Esempi notevoli di icoliti*. Nota del Corrispondente A. ISSEL.

Questo lavoro sarà pubblicato nei volumi delle *Memorie*.

Fisica. — *Sulla gravitazione*. Nota V del Corrisp. Q. MAJORANA.

*Piano di ricerca del fattore h*. — Le conclusioni a cui sono giunte nelle precedenti Note, si basano sulla ipotesi del fenomeno dell'assorbimento della forza gravitazionale, operato per parte della materia ponderabile; ciò corrisponde al fatto che il fattore  $h$  abbia un valore differente da zero ed apprezzabile. Se ora fosse dimostrata l'esistenza di fatti, o fosse possibile la formulazione di teorie capaci di lasciar concludere che effettivamente, nel sole, un fenomeno del genere si verifica, si potrebbe cercare di determinare la *densità vera* di questo astro, e quindi la costante di smorzamento  $h$ . Ma non sembra che questo sia il caso; almeno sino ad oggi; per cui, volendo verificare l'attendibilità delle formulate ipotesi, non resta che la ricerca di laboratorio; l'indirizzo di questa può essere facilitato dai risultati numerici a cui sono precedentemente pervenuto.

Vediamo intanto quale sia il significato fisico della grandezza  $h$ . Supponiamo che si abbia una certa massa puntiforme  $m$ ; il suo flusso di azione gravitazionale è, per quanto si è visto,

$$f = km.$$

Se ora supponiamo di porre la stessa massa al centro di una sfera di raggio  $r$  e di densità  $\rho$ , il flusso totale emergente od apparente allo esterno, sarà, per le fatte ipotesi,

$$f_a = kme^{-h\rho r}.$$

Corrispondentemente, la massa *vera* e quella *apparente* staranno nel rapporto

$$(19) \quad \frac{m_a}{m_v} = e^{-h\rho r}; \quad \text{cioè} \quad m_a = m_v e^{-h\rho r}.$$

Da tali considerazioni si potrebbe partire, nello immaginare una opportuna esperienza per la ricerca di  $h$ . Si potrebbe operare così: si determini il valore di una piccola massa, prima isolata, e poi circondata da altra massa,

*possibilmente* di forma sferica col centro nella prima; tali determinazioni debbono essere fatte studiando l'azione newtoniana. Le misure di questi due valori corrisponderebbero alla determinazione delle grandezze  $m_a$  ed  $m_v$ , della (19). Nel realizzare una tale esperienza, si deve scegliere la massa circondante la piccola massa  $m$ , in guisa che essa abbia la maggiore densità possibile e, nello stesso tempo, che soddisfi a criteri di costo non eccessivo, e di facile maneggio. Per cui, si deve preferire il mercurio od il piombo, le cui densità sono 13,56 ed 11,34.

Il raggio della sfera circondante la piccola massa  $m$ , sarà dell'ordine di una diecina di centimetri, o, nell'ipotesi di esperienze più grandiose, di qualche metro: in ogni modo, di un ordine di grandezza assolutamente differente da quello del raggio solare ( $6,95 \cdot 10^{10}$  cm.).

Il prodotto  $h\vartheta r$ , ammettendo per  $h$  un valore massimo di  $10^{-11}$ , risulterebbe dell'ordine di  $10^{-9}$  circa. Se questo fosse il caso, sarebbe lecito di scrivere la (19), più semplicemente, sviluppando in serie il secondo membro e trascurando i termini di grado superiore al primo,

$$m_a = m_v(1 - h\vartheta r).$$

Cioè la massa  $m$  subirebbe una diminuzione  $\varepsilon$ , per il fatto di essere circondata dal mantello di densità  $\vartheta$  e di spessore  $r$ , data da

$$(20) \quad \varepsilon = m_v h \vartheta r,$$

dalla quale si dedurrebbe il valore di  $h$ :

$$h = \frac{\varepsilon}{m_v \vartheta r}.$$

La (20) ci dice che, supposto il prodotto  $h\vartheta r$  dell'ordine di grandezza di  $10^{-9}$ , quello di  $\varepsilon$  rimane fissato per la scelta di  $m_v$ . Se questa fosse di 1 grammo, occorrerebbe, con la progettata disposizione, apprezzare  $10^{-9}$  grammi, cioè un milionesimo di milligrammo: il che sarebbe forse assai difficile. Adoperando invece una massa dell'ordine del chilogrammo, la variazione  $\varepsilon$  sarebbe dell'ordine dei millesimi di milligrammo: è questo il caso delle esperienze da me eseguite, e che ora comincerò a descrivere.

*Considerazioni preliminari sul problema sperimentale.* — Si è visto che tale problema consiste nel verificare se una piccola massa  $m$ , cambi di valore quando vien circondata da altra massa di forma sferica che chiamo  $M$ , disposta col centro sulla prima. Le condizioni sperimentali generali, che subito si intravedono, sono le seguenti:

1°) Evitare qualsiasi contatto o perturbazione reciproca fra  $m$  ed  $M$ ; infatti, qualunque sia il metodo di determinazione di  $m$  o delle sue variazioni, occorre che questa possa liberamente spostarsi (anche solo di pochis-

simo) nell'interno di  $M$ ; per cui fra  $m$  ed  $M$  deve esistere una adeguata intercapedine.

2°) La massa  $M$  dovrebbe essere di forma sferica, con cavità centrale per alloggiarvi la massa  $m$ . Ora, ciò sarebbe facile a realizzarsi se si trattasse di un corpo solido (p. es. piombo); ma volendo adoperare del mercurio, corpo che presenta il vantaggio di una densità alquanto maggiore e di maneggio più semplice e tranquillo, potendo fluire attraverso tubi opportuni, è preferibile di adottare la forma cilindrica retta e a base circolare, di altezza all'incirca uguale al diametro.

3°) La massa  $M$  deve essere in posizione tale, che le sue azioni newtoniane elementari su  $m$  si annullino esattamente; per cui occorre adoperare speciali disposizioni, atte ad eseguire i controlli del caso.

4°) Basterà fissare con piccola approssimazione il valore di  $m$ , purchè poi si determinino con estrema precisione le sue eventuali variazioni di peso, per la presenza e per l'assenza di  $M$ ; e cioè in guisa da poter raggiungere una approssimazione minima sull'unità di peso, e per unità di spessore del mantello e di unità di densità di questo, di circa  $10^{-12}$ , come si è detto.

5°) È da scartarsi, per la determinazione di  $m$  e delle sue eventuali variazioni, il metodo della bilancia di Cavendish, che, per quanto perfezionato, non lascia sperare di raggiungere precisione superiore a  $10^{-3}$  o  $10^{-4}$ . Ci si deve meglio servire della gravità terrestre, che genera sulle masse forze assai più notevoli; le variazioni assolute di queste saranno perciò assai maggiori, e quindi più facilmente constatabili. Ora, il metodo più opportuno per apprezzare tali forze è quello della bilancia; un dinamometro, salvo quanto sarà detto, non offre garanzie sufficienti di sensibilità; ancora meno sensibile sarebbe un metodo fondato sulla osservazione di oscillazioni pendolari.

6°) Il giogo della bilancia deve sostenere la massa  $m$  da un lato, ed una massa  $m'$ , identica ad  $m$ , dall'altro, quale contrappeso: l'influenza di  $M$  su  $m'$  deve essere presa in considerazione, nel calcolo delle osservazioni.

7°) Le posizioni di equilibrio della bilancia debbono essere determinate con specchio, raggio luminoso e scala verticale. Non è consigliabile lo studio di un apparecchio fondato sulla osservazione di frangie di interferenza: forse ciò potrebbe convenire in una disposizione dinamometrica; ma non ho, sinora elementi per dir ciò con sicurezza. Si deve spingere al massimo la sensibilità della bilancia, sia con la opportuna conformazione del suo giogo, sia accrescendo la distanza della scala da essa.

8°) Il valore della sensibilità da raggiungere è, come si è detto, dell'ordine di  $10^{-9}$ , cioè 1 millesimo di mgr., su di 1 kgr., limite che ritengo non sia stato mai raggiunto nell'uso della bilancia.

Intravisti così i criteri generali della progettata esperienza, cominciai,

nell'ottobre 1918, a concretarne i particolari. La bilancia adoperata è una Rueprecht in ottime condizioni, con una lunghezza di giogo di 26 cm., della portata di circa 1 kgr. Le masse  $m$  ed  $m'$ , scelte, sono due sfere di piombo del diametro di 60 mm., con un foro diametrale di 5 mm. di diametro, destinato a ricevere un cilindro di ottone per la sospensione delle sfere ai bracci della bilancia. Esse, come mi sono assicurato con la misura della loro densità, non hanno falle interiori. La quantità di mercurio, di cui posso disporre per la detta esperienza, è di circa 115 kgr.; di essi, 104 sono destinati a fluire in un apposito vaso cilindrico di legno, a pareti robuste, nel cui centro si trova l'involucro sferico racchiudente la sfera di piombo  $m$ ; questa è sospesa alla bilancia mediante un sottil filo di ottone, protetto da un tubo di vetro.

Tale è, in linea assai sommaria, la disposizione da me adottata. In una prima forma la realizzai nel dicembre 1918; ma successivamente dovetti perfezionarla, tanto che i primi esperimenti, che sembrarono darmi risultati positivi, non furono ottenuti che qualche mese dopo. Un perfezionamento assolutamente necessario, e sulla cui utilità non insisterei mai abbastanza, è stato quello di togliere completamente l'aria a contatto col giogo della bilancia e con le sfere  $m$  ed  $m'$ ; della opportunità di tale artificio (che come, si comprende, rende assai più complicata tutta la disposizione) mi accorsi subito dopo i primi tentativi di osservazione del fenomeno. Infatti, non appena ebbi montato l'apparecchio per la prima volta, quando cioè non avevo ancora praticato il vuoto intorno all'equipaggio mobile, mi accorsi che l'affluire od il defluire del mercurio intorno ad  $m$ , faceva subire alla posizione di equilibrio della bilancia, spostamenti assolutamente irregolari, tanto per grandezza, quanto per segno. Dopo qualche tentativo riconobbi che il fatto era dovuto a squilibri di temperatura fra il mercurio e la sfera  $m$ . È bene di rendersi preciso conto di una perturbazione di tale genere.

Supponiamo che il mercurio, lasciato per un tempo sufficiente intorno ad  $m$ , abbia finito per assumere esattamente la temperatura di questa sfera; e ciò a traverso l'involucro di protezione di  $m$ , e l'aria contenutavi. Si proceda ora all'allontanamento del mercurio, costringendolo a passare a traverso tubi ed a recarsi in serbatoi di temperatura, che difficilmente sarà uguale a quella della sfera  $m$ ; questa operazione può assai facilmente indurre nel mercurio variazioni di temperatura, anche dell'ordine di qualche decimo di grado. Quando il mercurio, in una fase successiva, sarà ritornato intorno alla sfera, esso potrà trasmettere quelle variazioni all'aria circostante questa; da ciò ne conseguono variazioni nella spinta idrostatica, non compensate, in generale, da un fenomeno analogo sulla sfera  $m'$ , che è necessariamente lontana dal mercurio. Essendo di cm. 3 il raggio della sfera  $m$ , la misura di quella variazione, per 1° centigrado e nelle condizioni ordinarie di pres-

sione e di temperatura, sarà

$$\frac{4}{3}\pi 3^3 \frac{0,0013}{273} = \text{gr. } 0,00054;$$

cioè di più di  $\frac{1}{2}$  mgr. Anche ammettendo la variazione di solo un centesimo di grado, la variazione di spinta sarebbe di cinque millesimi di milligrammo, cioè superiore all'ordine di grandezza del fenomeno ricercato. Il rimedio radicale contro tale inconveniente è di eliminare del tutto la spinta intorno all'equipaggio mobile, comprese le sfere  $m$  ed  $m'$ ; ed è quello da me adottato nella disposizione che ora descriverò.

*Descrizione della disposizione sperimentale.* — Come si è detto, la bilancia adoperata è una Rueprecht, con giogo di 26 cm. e della portata di 1 kgr. Dovendola far funzionare nel vuoto, sarebbe stato difficile realizzare una custodia delle stesse dimensioni di quella fornita dal costruttore, capace di sostenere la pressione atmosferica esterna; notisi che la custodia deve in ogni modo permettere le manovre e le osservazioni necessarie nel corso delle esperienze, dal suo esterno. Per cui risolsi di costruire una custodia di metallo sagomato, delle minime dimensioni possibili, che potesse resistere a quella pressione.

Tale custodia consiste in una scatola a forma di T (fig. 4), che racchiude il giogo colla sua colonna di sostegno, tolto dalla sua protezione originale e sfornito di piattelli, senza altra modificazione. Essa ha le pareti costituite di lamine di ottone spesso 5 mm. e di queste, l'anteriore è smontabile a mo' di coperchio, fissabile al corpo della scatola con una quarantina di viti, disposte lungo il suo bordo. Sotto al coltello di destra del giogo si protende verso il basso, fissato alla scatola, un tubo D di vetro, sino a raggiungere il recipiente col mercurio U. Lungo l'asse di D si trova un filo di ottone di 0,3 mm. di diametro, che serve a fissare al detto coltello, la sfera di piombo  $m$ . Sotto al coltello di sinistra è praticata un'apertura, che connette la scatola con un recipiente cilindrico, destinato a contenere la sfera di contrappeso  $m'$ ; questo recipiente ha, dal basso, un coperchio orizzontale smontabile, per modo che è possibile di regolare i pesi F, per l'equilibrio della bilancia.

Un tubo di vetro, che circonda i pesi F, permette di sorvegliarne le oscillazioni nelle operazioni preparatorie. Sul giogo, nel suo punto di mezzo, è stata adattata un'asticina rigida, portante uno specchietto S, sul quale arriva un raggio di luce a traverso il vetro spesso A, sostenuto da apposita armatura.

Il giogo può essere liberato od alzato, mediante il congegno fornito dal suo costruttore; ma la chiave di comando G, di tale congegno, passa col suo gambo di 7 mm. a traverso un premistoppa di cuoio ben compresso, su cui si adagia del mercurio, per assicurarne la perfetta tenuta all'aria. Tale

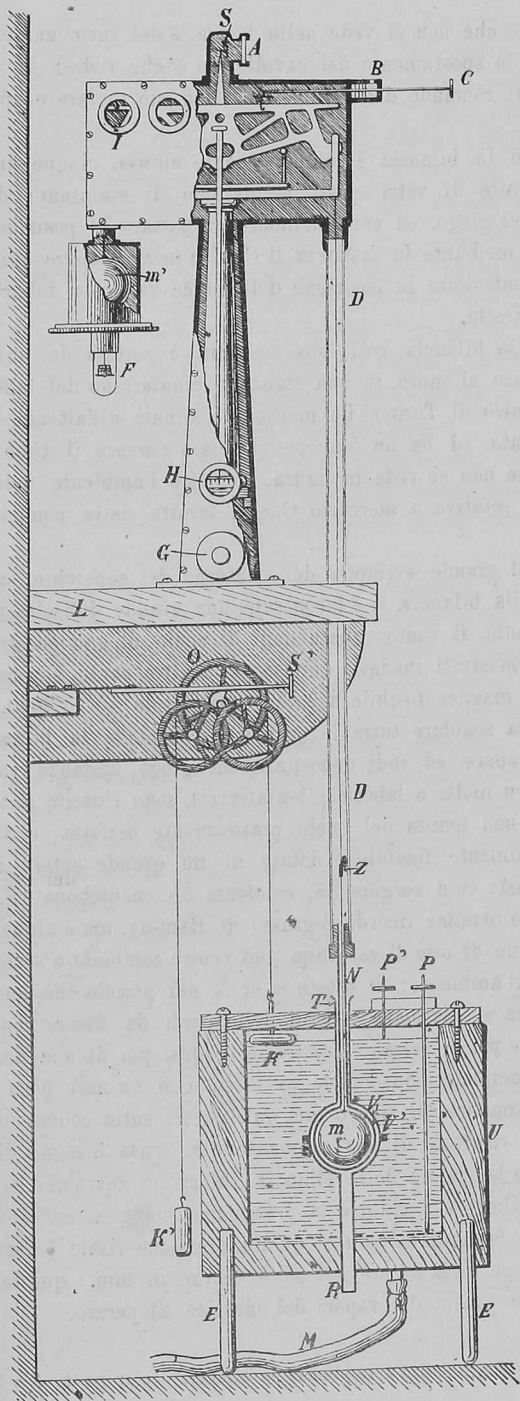


FIG. 4.

meccanismo, che non si vede nella figura, è del tutto analogo a quello realizzato per lo spostamento del cavalierino e che vedesi in figura, in B. Il braccio C di comando del detto cavalierino può ruotare o spostarsi longitudinalmente.

Quando la bilancia è completamente chiusa, cinque finestre circolari, come I, fornite di vetri spessi, permettono di esaminare dallo esterno la posizione del giogo, ed eventualmente di portare in posizione opportuna il cavalierino mediante la manovra di C. Una sesta finestra più bassa, H, permette di controllare la posizione dell'indice verticale del giogo sulla scala a lettura diretta.

Tutta la bilancia, colla sua custodia, è portata da una mensola L di marmo fissata al muro, in una stanza a pianterreno del laboratorio di fisica del Politecnico di Torino. La mensola è situata all'altezza di circa 80 cm. dal pavimento, ed ha un foro per lasciare passare il tubo D. Un attacco speciale, che non si vede in figura, connette l'ambiente della bilancia con una pompa rotativa a mercurio Gaede, fornita della pompa preparatoria a capsula.

Dato il grande sviluppo del contorno del coperchio smontabile della custodia della bilancia, si è incontrata una grande difficoltà per ottenere una perfetta tenuta di vuoto: guarnizioni di cuoio, di gomma, grassi semisolidi, si sono addimostrati inadatti allo scopo. D'altro canto, non potevasi adottare l'uso di un mastice fusibile a caldo (anche solo 50° o 60°), giacchè si sarebbe dovuta scaldare tutta la custodia contenente la bilancia, col rischio di far sviluppare, ed indi depositare sul giogo, sostanze volatili o vapor acqueo. Dopo molti e laboriosi tentativi<sup>(1)</sup>, sono riuscito a trovare il modo di ottenere una tenuta del vuoto, praticamente perfetta; e ciò mediante un mastice facilmente fusibile e dotato di un grande potere adesivo. Esso è costituito così: cera vergine 35, colofonia 35, caoutchouc 18, olio di vasellina 12. Tale mastice ricorda il grasso di Ramsay, ma è alquanto più denso; la proporzione di olio di vasellina può venire cambiata a seconda della temperatura dell'ambiente: di estate la si fa più piccola che non d'inverno. Col detto mastice si spalmano i bordi delle parti da fissare con viti, prima di connetterle, e poi si serrano queste. Servendosi poi di una fiamma e di altro mastice, si completa l'operazione, avvertendo di formare poco alla volta uno spessore di mastice di uno o due millimetri sulle connessioni. Con ciò si raggiunge il risultato di una ottima tenuta, senza bisogno di scaldare preventivamente la scatola della bilancia. Infatti, manovrando la pompa Gaede, si arriva facilmente a ridurre la pressione a solo qualche centesimo di mm. di mercurio; fermata la pompa, quella pressione risale lentamente, ma per arrestarsi, dopo circa 24 ore, a 7 od 8 decimi di mm.: questa tensione rappresenta forse quella dei vapori del mastice adoperato.

(1) Soltanto per aprire e richiudere la bilancia occorrono da 4 a 7 giorni.



Al disotto della mensola che sostiene la bilancia, e sul pavimento della stanza di esperimento, si trova il recipiente U, destinato a ricevere il mercurio. Esso è stato così ottenuto: quattro robusti dischi di legno, di 32 cm. di diametro ed alti circa 7 cm., sono insieme fissati con viti e con colla, in guisa che le loro fibre sieno incrociate. Nel blocco, così ottenuto, si è indi praticata al tornio, un'incassatura cilindrica di circa 22 cm. di diametro e profonda altrettanto. Per assicurare poi la tenuta al mercurio, le pareti interne del recipiente sono state foderate con sottile e robusta carta, accuratamente incollata. Il recipiente U è sostenuto sul pavimento da tre piedi cilindrici di ferro, come i due E che si vedono nella figura, e per tentativi le sue pareti sono rese esattamente verticali col porre qualche lastrina metallica sotto i detti piedi; per semplicità costruttiva e per maggiore robustezza della disposizione, non ho adoperato viti calanti.

L'asse verticale del recipiente U coincide esattamente con la verticale condotta dal coltello destro della bilancia. Una volta aggiustata la posizione di U, questo viene fissato al pavimento, annegando in alquanto mastice duro le estremità inferiori dei suoi tre piedi.

Il recipiente U porta sul suo asse verticale due tubi, R e T, di 12 mm. di diametro, di ottone, fissati rispettivamente a traverso il suo fondo e ad una sbarra di legno, aggiustata con due robuste viti, sulla sommità di U. I due tubi R e T, che sono in prolungamento, si raccordano verso il centro di U, mediante una sfera cava a pareti sottili V, di ottone, di 79 mm. di diametro. Questa sfera è smontabile mediante una giuntura a viti, nel suo piano diametrale orizzontale. Nell'interno di V trovasi una seconda sfera cava pure di ottone, V', concentrica con la prima e di diametro alquanto più piccolo, cioè di 70 mm. Essa è connessa mediante una canna di ottone N, situata coassialmente con il tubo T, col tubo di vetro D che scende dalla custodia della bilancia. La sfera V' e la canna N non toccano in alcun punto il recipiente I e le parti con esso fissate, come T, V, R. Uno speciale congegno, non indicato in figura, permette, al fine di evitare guasti nell'apparecchio, di fissare insieme T con N, quando non si fanno esperienze. L'involucro V' è scomponibile, come V, in due calotte semisferiche, svitabili l'una dall'altra. Si può così rinchiudere nel suo interno, la sfera *m* che, come si è detto, resta appesa al giogo della bilancia. Il filo di sospensione di *m* porta un cilindretto Z, visibile all'esterno del tubo di vetro D, e che serve al controllo della posizione di *m* rispetto al recipiente U.

La disposizione descritta permette, volendo, di far circolare una corrente d'aria dal tubo R, a traverso l'intercapedine esistente fra i due involucri V e V' ed il tubo T; con ciò si può assicurare maggiormente la indipendenza termometrica fra V e V'. Ma tale artificio è stato riconosciuto, nel corso delle esperienze, del tutto inutile.

Il recipiente U è destinato a ricevere dal basso il mercurio. Questo

liquido può affluire, aprendo un grosso rubinetto di ebanite, non segnato in figura, che connette U con sei serbatoi di due litri circa ciascuno, in vetro, posti in parallelo, a m. 2,50 di distanza orizzontale, e a m. 0,50 di altezza dal suolo. I sei serbatoi sono chiusi ermeticamente, e da essi può venire estratta l'aria; con ciò il mercurio viene aspirato dal recipiente U. Così, a volontà, si può automaticamente lasciare affluire quel liquido in U, od allontanarlo.

Il comando della posizione del mercurio, sia col rubinetto, sia con la pompa per l'aspirazione dell'aria dai sei serbatoi, vien fatto a 12 metri di distanza dalla bilancia, dove si trova anche il posto di osservazione e di comando di tutte le altre operazioni sperimentali.

*Controllo della posizione del mercurio rispetto alla sfera m.* — Occorre che questa posizione sia tale che l'azione newtoniana risultante, del mercurio sulla sfera di piombo  $m$ , sia esattamente nulla. Ciò corrisponde alla condizione di esatta coincidenza dei centri di  $m$ ,  $V'$ ,  $V$  ed U. Per verificare che tale condizione sia rigorosamente soddisfatta, si procede così:

Con un goniometro a cannocchiale e cerchio azimutale, si determina la distanza fra Z e regoli rettilinei verticali appoggiati alle pareti interne di U. Questa distanza deve essere costante. Essendosi verificato ciò, si può anche essere sicuri che il filo di sospensione di  $m$  passa, col suo prolungamento, per i centri di  $V$  e  $V'$ ; infatti l'aggiustaggio di questi due involucri rispetto al recipiente U è, per costruzione, fatto colla necessaria esattezza.

Quando il mercurio viene aspirato da U, si arresta l'operazione ad un livello presso al fondo, in figura indicato con linea tratteggiata. Il raggiungimento di tale livello è controllato dalla sparizione del contatto elettrico dell'estremità di una sottile verga di acciaio P col mercurio, e conseguentemente dallo spegnimento di una lampadina elettrica, al posto di osservazione. Quando il mercurio affluisce nel recipiente U, se ne controlla il livello superiore mediante l'analogo contatto di una verga più corta  $P'$ , che accende una seconda lampadina, posta accanto alla prima. Allo spegnimento della prima lampadina ed all'accensione della seconda, vien chiuso immediatamente il rubinetto di ebanite, mediante il tiro di un cordoncino, provocando l'arresto del movimento del mercurio. Si comprende, da quanto si è detto, che il senso di tale movimento (verso U, oppure da U) è provocato mediante l'ingresso dell'aria nei sei serbatoi, o con l'aspirazione di essa; le quali operazioni vengono, al solito, comandate dal posto di osservazione.

Un terzo contatto elettrico, non indicato in figura, controlla, con una terza lampadina, l'arrivo del mercurio ad un livello posto esattamente a metà altezza fra i due estremi predetti, e ciò per lo scopo che sarà spiegato in seguito.

Ora si comprende che i due estremi del mercurio debbono essere posti esattamente in posizione simmetrica rispetto all'involucro V. Tale condizione

di cose vien verificata accuratamente col catetometro, puntando le estremità superiori delle asticine P e P' e quelle di altri regoletti verticali che si appoggiano su punti di controllo speciali dell'involucro V', che non sono segnati in figura. Le lunghezze delle asticine e dei regoli sono conosciute con precisione in precedenza. Essendo l'asticina P' foggiate a vite, si può agevolmente correggere l'errore di aggiustaggio, così constatato.

Occorre infine che il centro della sfera *m* sia situato esattamente nel piano mediano, fra i due livelli del mercurio. Tale condizione si verifica anch'essa col catetometro, puntando attraverso il tubo di vetro D, il cilindretto Z, la cui distanza dalla sfera *m* è stata determinata prima del montaggio dell'apparecchio.

**Meccanica.** — *Sul moto dei giroscopi asimmetrici pesanti nel caso in cui l'invariante principale S è costantemente nullo.* Nota II di ORAZIO LAZZARINO, presentata dal Corresp. R. MARCO-LONGO.

6. I MOTI ALLA MŁODZJEJOWSKI SODDISFANO ALLE CONDIZIONI (16). — È facile vedere che per soddisfare alle (16), e per conseguenza alla (15), basta supporre

$$(17) \quad \mathbf{u} \wedge \alpha \mathbf{u} = 0, \quad \omega' \neq 0;$$

infatti, per la prima delle (17), è identicamente soddisfatta la prima delle (16); inoltre dalla (8) si ha  $\omega' \cdot \mathbf{g} \times \alpha \mathbf{u} = 0$  e quindi, per  $\omega' \neq 0$ , risulta  $\mathbf{g} \times \alpha \mathbf{u} = 0$ , c. d. d.

Indicando poi con *n* un numero reale non nullo, le (17) si possono scrivere

$$(17') \quad \alpha \mathbf{u} = n \mathbf{u}, \quad \omega' \neq 0$$

ed esprimono che « l'asse di rotazione del giroscopio è asse principale d'inerzia rispetto al punto fisso e che la velocità angolare del giroscopio è funzione del tempo ».

Nel caso dei *giroscopi asimmetrici pesanti*, si può soddisfare alle (17') supponendo

$$(18) \quad \mathbf{u} = \mathbf{k}, \quad n = C, \quad \omega' \neq 0$$

dove *k* è un vettore unitario parallelo ad uno qualunque degli assi principali d'inerzia relativi al punto fisso e *C* è il momento d'inerzia del giroscopio rispetto al detto asse. Nelle ipotesi (18), l'equazione (5) del moto si scrive

$$(19) \quad \omega' \cdot C \mathbf{k} = \mathbf{k}_1 \wedge \mathbf{g}$$