

ATTI
DELLA
REALE ACCADEMIA DEI LINCEI
ANNO CCCXVII.

1920

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME XXIX.

1° SEMESTRE.



ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI
PROPRIETÀ DEL DOTT. PIO BEFANI

1920

RENDICONTI
DELLE SEDUTE
DELLA REALE ACCADEMIA DEI LINCEI
Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Seduta del 21 marzo 1920.

F. D'OIDIO, Presidente.

MEMORIE E NOTE
DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

Fisica. — *Sulla gravitazione.* Nota IX del Corrisp. Q. MAJORANA.

Determinazione del fattore h. — Per le ragioni esposte nelle Note precedenti, debbo ritenere attendibile il fatto che la massa di piombo, circondata dal mercurio, subisca una diminuzione di $7,7 \cdot 10^{-10}$ del suo valore. A ciò sono arrivato eliminando gli effetti dovuti a fenomeni conosciuti, e discutendo minutamente le varie cause perturbatrici. Può forse essere oggetto di critica il fatto che della differenza di mg. 0,002 constatata, fra il caso della presenza del mercurio e l'assenza, solo circa la metà, e cioè 0,00098, venga attribuito al nuovo fenomeno. E mi si può obiettare che forse altre correzioni, o le stesse meglio eseguite, possano dar conto della differenza riscontrata, senza il bisogno di ricorrere a nuove ipotesi. Ora ciò non mi sembra, per ora, giusto. Le correzioni fatte si riferiscono alla sovrapposizione di fenomeni, conosciuti con tutta esattezza, all'effetto constatato, ancorchè questo apparisca ridotto a circa metà dell'osservato; perciò esso non è meno attendibile. Non escludo peraltro la possibilità di qualche causa di errore che mi sia sfuggita o che sia stata da me studiata con insufficiente rigore; ma in ogni caso, avendo io messo tutta la più serena obiettività nell'indagine sperimentale, accetterei volentieri tutti quei suggerimenti che mi potessero aiutare nella ricerca di tale causa, che per ora non vedo.

Ammetto dunque il numero trovato, e vediamo come da esso si possa risalire alla conoscenza della costante h della gravitazione. A tal fine non

so se una trattazione analitica del fenomeno sia cosa possibile, se fatta con tutta esattezza; certamente essa sarebbe assai complessa. Mi limito perciò ad un calcolo approssimato; esso è del resto, per ora, sufficiente, tenuto conto che si tratta di applicarlo al mio risultato sperimentale, che certamente non può aver una grande approssimazione, in causa della sua estrema delicatezza.

L'azione gravitazionale di ciascuna particella della sfera di piombo si fa sentire sui punti esterni del recipiente di mercurio U , dopo aver traversato spessori di questo metallo differenti per le varie direzioni. Ma, per semplicità, voglio supporre che il caso equivalga all'altro nel quale la massa di mercurio impiegata ($M = 104000$ gr.) sia contenuta non in uno spazio cilindrico, ma in una sfera esterna e concentrica allo involucro V , di raggio conveniente. Essendo il raggio di V uguale ad $r = 3,95$ cm., dicendo ϑ la densità del mercurio, il raggio della sfera fittizia risulta dato da

$$R = \sqrt[3]{\frac{3M}{4\pi\vartheta} + r^3} = \text{cm. } 12,35.$$

Inoltre, ammetto che lo spessore traversato da ciascun raggio gravitazionale, emanante da qualsiasi punto della sfera m , sia uguale alla differenza $R - r = \text{cm. } 8,40$, cioè allo spessore del *mantello di mercurio* posto al disopra della sfera di piombo. Ora sappiamo che, detta ε la differenza fra la massa vera e la massa apparente della sfera di piombo, e ϑ la densità del mercurio, si ha, per la (20),

$$h = \frac{\varepsilon}{m\vartheta(R-r)}.$$

Sostituendo in questa il valore di ε dato dalla esperienza, e poichè $m = 1274$ gr., si ha

$$h = \frac{9,8 \cdot 10^{-7}}{1274 \cdot 13,60 \cdot 8,40} = 6,73 \cdot 10^{-12};$$

la quale grandezza, secondo le ipotesi fatte ed il controllo sperimentale eseguito, e dentro i limiti di approssimazione raggiunti, rappresenta il *coefficiente di smorzamento della forza gravitazionale, per unità di lunghezza traversata, in un mezzo di densità unitaria*.

Applicazione del risultato sperimentale al caso del sole. — Questa applicazione è ora possibile, soltanto se ci si accontenta dell'ipotesi, certamente lontana dal vero, che il sole abbia una densità uniforme ϑ_s ; ci si può in tal caso servire della funzione ψ , che già conosciamo. Diciamo p_s il valore di p per il sole, con la fatta restrizione. Sarà

$$p_s = h \vartheta_s R_s,$$

dove R_s è il raggio solare. Diciamo inoltre ψ_s il valore che assume ψ per il caso del sole. Si ha:

$$\psi_s = \frac{\mathcal{J}_{as}}{\mathcal{J}_{vs}},$$

essendo \mathcal{J}_{as} la densità apparente. Dalle due relazioni precedenti si ha

$$h = \frac{p_s \psi_s}{R_s \mathcal{J}_{as}}.$$

Essendo $R = 6,955 \cdot 10^{10}$ cm., e $\mathcal{J}_{as} = 1,41$, si ha

$$h = \frac{p_s \psi_s}{6,955 \cdot 10^{10} \cdot 1,41} = 1,02 \cdot 10^{-11} p_s \psi_s.$$

Siccome dalla esperienza risulta $h = 6,73 \cdot 10^{-12}$, si ha

$$p_s \psi_s = 0,660;$$

e questa condizione deve essere soddisfatta. Dall'esame della curva ψ della figura 1, si rileva che, per il punto $p = 2,0$, si ha $\psi = 0,33$, per cui rimane all'incirca verificata quella relazione. Si ha dunque $\psi_s = 0,33$ e se ne deduce

$$\mathcal{J}_{vs} = \frac{\mathcal{J}_{as}}{\psi_s} = \frac{1,41}{0,33} = 4,27;$$

cioè: la densità vera del sole sarebbe uguale al triplo di quella apparente od astronomica (1,41).

Quale attendibilità può avere questo risultato? Si osserva che, fissata la ipotesi fondamentale di tutta la presente ricerca, cioè l'assorbimento della forza gravitazionale per opera della materia, sono giunto ad esso servendomi di un dato sperimentale, che per ora debbo ritenere attendibile. Si sono introdotte però, nel corso dei ragionamenti, semplificazioni che possono forse apparire non sempre giustificate; così, per es., la costanza della densità solare. Questa ipotesi è certamente lontana dal vero; ma in una prima indagine credo che essa possa rendere conto, sia pure grossolanamente, della natura del fenomeno vero. Certamente, secondo l'ipotesi dello smorzamento, le masse degli astri, constatate astronomicamente, cioè in base alla terza legge di Keplero, o dal calcolo delle perturbazioni, non possono coincidere con le masse vere; queste dovendo risultare sicuramente maggiori.

Più imponente è l'agglomerazione della materia, e maggiore sarà la differenza tra massa vera e massa apparente. Così è da ritenere che, probabilmente, questa differenza sarà piccola o trascurabile per la terra o per i pianeti, e sarà notevolissima per il caso del sole. La misura precisa del fenomeno non può aversi (se altri fatti qui non previsti non intervengono a

complicarlo maggiormente) se non stabilendo la legge di variazione delle densità dal centro alla superficie del corpo celeste. Nel caso del sole, supponiamo dunque che la materia sia maggiormente densa al centro, e diventi sempre più dilatata e diffusa presso la fotosfera (1). Io dico che la legge di distribuzione che corrisponde a questo fatto, qualunque esso sia, non farà probabilmente mutare di moltissimo il valore trovato della densità vera media. Infatti, da un canto, l'accumularsi della massa verso il centro fa sì che lo smorzamento della forza di più gran parte di materia si verifichi attraverso spessori maggiori, dovendo l'azione gravitazionale passare principalmente dagli strati molto profondi alla superficie e, dopo, all'esterno. Ma, dall'altro canto, la massa esteriore è di densità più piccola, e quindi lo smorzamento stesso diminuisce. Sono dunque due cause opposte, che certamente, in generale, non possono compensarsi esattamente, ma che si sottraggono nei loro effetti, lasciando la densità media vera, non troppo mutata da quella trovata mediante l'ipotesi e l'esperienza fatte.

Malgrado quanto precede, io non voglio affermare la grande precisione del valore 4,27, più sopra riportato. Ancora altre incertezze possono far mutare notevolmente questa cifra. È stata trovata per il sole la condizione $p, \psi_s = 0,660$. Si osservi ora che la curva della funzione ψ_s (fig. 1), partendo dal valore 1 per $p = 0$, tende a zero per $p = \infty$. Essa volge la concavità verso l'alto; il suo andamento assintotico verso l'asse delle p la fa rassomigliare ad una iperbole equilatera, specie nel suo tratto più basso. Ciò si deduce dalla equazione della funzione ψ :

$$\psi = \frac{3}{4} \left(\frac{1}{p} - \frac{1}{2p^3} + \frac{1}{p^2 e^{2p}} + \frac{1}{2p^3 e^{2p}} \right)$$

che, per valori grandi di p , può scriversi (trascurando gli ultimi tre termini fra parentesi):

$$\psi p = \frac{3}{4}.$$

Se dunque si fosse trovato per il caso del sole, invece di $p\psi = 0,660$, per es., $p\psi = 0,750$, il problema della ricerca della densità solare sarebbe stato indeterminato. Ora, non potendosi garantire, per le difficoltà sperimentali, una grande precisione nel calcolo di p , si comprende quanto possa riuscire incerta la determinazione di \mathcal{D}_{es} . La seguente tabella fa vedere quale variazione indurrebbe, nel calcolo di tale densità, un errore nella determinazione della variazione di peso ϵ , della sfera di piombo, per la presenza del mercurio.

(1) Alcuni autori ammettono che la densità al centro sia prossima a 30, e quella alla superficie assai prossima a zero.

Variazione di peso	h	$p_s \psi_s$	ψ_s	p_s	ϑ_s
0,0006	$4,12 \cdot 10^{-12}$	0,403	0,653	0,63	2,16
0,0007	4,80 "	0,470	0,584	0,83	3,42
0,0008	5,50 "	0,538	0,525	1,03	2,79
0,0009	6,18 "	0,605	0,433	1,41	3,27
0,00098	6,73 "	0,674	0,315	2,14	4,27
0,0011	7,55 "	0,740	0,135	5,20	10,04
0,0012	8,23 "	—	—	—	—

La quinta riga della precedente tabella è quella che corrisponde al risultato della esperienza. A valori del prodotto $p_s \psi_s$, superiori a 0,75, non corrispondono valori reali di p_s e ψ_s . Per quel limite si può calcolare quale valore assume h . Si ha

$$p_s \psi_s = h R_s \vartheta_{as} \cong 0,75 ;$$

e questa condizione deve essere verificata non solo per il caso del sole, ma per qualsiasi ammasso di materia di forma sferica e di densità costante. Si ricava da essa, per il caso limite,

$$h = \frac{0,75}{R_s \vartheta_{as}} = 7,65 \cdot 10^{-12} .$$

Il significato fisico di questa relazione può essere così espresso: Giacchè è provato che esiste in natura un ammasso di materia, di forma sferica, avente la densità apparente 1,41, e del raggio di $6,95 \cdot 10^{-10}$ cm., il valore della costante universale di smorzamento h non può essere superiore a $7,65 \cdot 10^{-12}$. Le mie esperienze concordano, come si è visto, con questa conclusione, giacchè è stato trovato $h = 6,73 \cdot 10^{-12}$.

Sommario e conclusione. — Partendo dall'esame della legge di Newton sulla attrazione universale, sono venuto nell'idea che questa possa affievolirsi per assorbimento da parte della materia. Le masse attraenti presenterebbero due valori corrispondenti a ciascuno stato di agglomerazione: la massa apparente e la massa reale. E tali valori sarebbero tanto più differenti, quanto maggiore è la quantità di materia raccolta in un dato spazio.

Con altri ragionamenti sono arrivato a sospettare che l'assorbimento della forza gravitazionale da parte della materia debba occasionare sviluppo di calore. Quantunque questa idea fornirebbe una nuova spiegazione di almeno una parte del calore solare e degli astri in genere, non ho per ora sufficienti elementi per valutarne la completa attendibilità. Su di essa faccio dunque le più ampie riserve.

Ho in seguito intrapreso due trattazioni teoriche, del caso di una massa sferica a densità uniforme, soggetta ad assorbimento della propria forza gra-

vitazionale; e da esse ho tratto elementi per l'esecuzione di un'esperienza di controllo.

Questa esperienza è stata da me realizzata, pesando nel vuoto una sfera di piombo di gr. 1274, simmetricamente circondata o no da 104 kgr. di mercurio.

Discusse ampiamente tutte le numerose cause di errore di cui l'esperienza è passibile, sono venuto nella conclusione che la sfera di piombo appare perdere il $7,7 \cdot 10^{-10}$ del suo peso, per la presenza di mercurio. Questo risultato porta alla determinazione del valore della costante universale di smorzamento gravitazionale, per unità di spessore di materia traversato, e per unità di densità: essa è $h = 6,73 \cdot 10^{-12}$.

Applicando il risultato al caso del sole, ho poi indicato il modo di calcolare la densità vera di questo astro nella misura di 4,27; mentre che la densità apparente è l'astronomica, cioè 1,41.

* * *

L'importanza di tutta questa ricerca è evidente, e non mi pare che si possano trovare facili ragioni di critica contro di essa. Ad ogni modo, siccome io per il primo desidero con ogni cautela acquistare la assoluta certezza del risultato delle mie esperienze, dichiaro che è mia intenzione di rinnovar queste con congegni più grandiosi. All'uopo è già in corso di costruzione nel laboratorio di fisica del R. Politecnico di Torino, da me diretto, una disposizione che permetterà di studiare l'azione di una massa di 100 quintali di piombo sopra una piccola massa centrale. Date però le difficoltà dell'esperimento, non posso ora precisare quando la nuova disposizione potrà essere ultimata e sperimentata.

Tutte le descritte esperienze sono sinora state eseguite nel detto laboratorio. E mi corre l'obbligo di ringraziare i colleghi Fubini, Montemartini e Panetti per gli aiuti fornitimi nel corso delle esposte indagini teoriche e sperimentali. Ringrazio inoltre il presidente del Politecnico di Torino, on. Bosselli, ed il senatore Volterra che vollero facilitarmi la ricerca dei mezzi necessari alle prossime esperienze, delle quali dirò a suo tempo.