

ATTI
DELLA
REALE ACCADEMIA DEI LINCEI
ANNO CCCXVII.

1920

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME XXIX.

1° SEMESTRE.



ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI
PROPRIETÀ DEL DOTT. PIO BEFANI

1920

questa porzione qualche punto in cui sia $\mathcal{A}(x) > N$. Per la semicontinuità inferiore della $R(x)$ esiste allora, in ogni porzione di P , un'altra porzione in ogni punto della quale è $\mathcal{A}(x) > N$. Poniamo $N = 1$ e consideriamo tutte le porzioni di P in ogni punto delle quali è $\mathcal{A}(x) > 1$. Chiamata lunghezza di un insieme di punti di una retta quella del minor segmento che lo contiene, indichiamo con $2l$ il limite superiore delle lunghezze delle porzioni di P indicate e con q_1 il limite inferiore dei primi estremi delle porzioni di lunghezza $\geq l$. È evidente che, nel segmento (q_1, q_2) di (a, b) , che ha per primo estremo q_1 e lunghezza $= l$, esistono infiniti punti di P che hanno per punto limite q_1 e che in tutti i punti di P appartenenti a (q_1, q_2) , escluso al più q_1 , è $\mathcal{A}(x) > 1$. Si ponga $q^{(2)}$ uguale a q_2 , se q_2 è punto limite di punti di P interni a (q_1, q_2) , e uguale al limite superiore di tali punti, in caso contrario; si ponga poi $q^{(1)}$ uguale al limite inferiore dei punti di P che si trovano a destra del punto di mezzo di $(q_1, q^{(2)})$. I punti di P che appartengono al segmento $(q^{(1)}, q^{(2)})$ costituiscono una porzione P_1 di P e in essi è sempre $\mathcal{A}(x) > 1$.

Seguendo il procedimento qui indicato per la determinazione di P_1 , determiniamo la porzione P_2 di P_1 in cui è sempre $\mathcal{A}(x) > 2$; poi quella P_3 di P_2 in cui è sempre $\mathcal{A}(x) > 3$; e così via indefinitamente. Ciascuno degli insiemi perfetti P, P_1, P_2, P_3, \dots è contenuto in quelli che lo precedono, ed esiste perciò almeno un punto p che appartiene a tutti i P_n . In p deve essere $\mathcal{A}(p) = +\infty$, perchè in ogni punto di P_n è $\mathcal{A}(x) > n$, è ciò contraddice all'ipotesi fatta che sia sempre $\mathcal{A}(x) < +\infty$.

Fisica. — *Relazione tra resistenza elettrica e tensioni nel bismuto* ⁽¹⁾. Nota del dott. ENRICO ZAVATTIERO, presentata dal Corrisp. M. CANTONE.

Tra le note proprietà possedute dal bismuto, presentano speciale importanza l'elevato potere termoelettrico, il suo comportamento rispetto al fenomeno di Hall, lo scarto della legge di Wiedemann e Franz, il forte diamagnetismo ed il grande aumento della resistenza nel campo magnetico. Mi è sembrato pertanto non privo d'interesse, l'esame comparativo del comportamento elastico del bismuto assoggettato a forze di trazione e delle corrispondenti variazioni della sua resistenza elettrica, essendo noto che questa fornisce utili indicazioni sulle modificazioni di struttura, specie se si manifestano anomalie come nel caso del nichelio sottoposto a trazione ⁽²⁾. Le costanti ela-

⁽¹⁾ Lavoro eseguito nell'Istituto di Fisica della R. Università di Napoli.

⁽²⁾ Tomlison, *Phyl. trans. of the Roy. Soc.* parte I, 1833; M. Cantone, *Rend. R. Accademia dei Lincei* 1897, vol. VI, ser. 5^a, pag. 175.

stiche del bismuto ottenuto per fusione sono state determinate da Voigt ⁽¹⁾ e da Grüneisen ⁽²⁾; e poichè i valori forniti da quest'ultimo, assoggettando il bismuto a forze deformatrici piccolissime, presentano la più grande attendibilità, non ho stimato necessario eseguire nuove determinazioni in proposito, avendo di mira in questo primo studio una ricerca d'indole qualitativa.

Dispositivo sperimentale.

Per la misura della variazione di resistenza elettrica del bismuto, si usò il metodo del ponte; il galvanometro impiegato era un Hartmann e Braum (sensibilità $1,2 \times 10^{-7}$), la pila un elemento Daniell. Il bismuto usato proveniva da Kahlbaum, era ridotto in fili e presentava notevole pastosità e fragilità.

Il filo in esame, sospeso verticalmente, è serrato all'estremo superiore da un morsetto fissato ad una mensola metallica infissa al muro ed isolato elettricamente mediante lamine di ebanite. L'estremo inferiore libero, porta un serrafili al quale è saldato un filo di rame, che forma contatto col mercurio contenuto in un pozzetto, scavato in un blocco di paraffina. Due fili di rame del diametro di 4 mm. collegano coi serrafili del ponte il morsetto superiore ed il pozzetto a mercurio.

Nelle misure della resistenza, si potevano apprezzare i centomillesimi del valore totale; ma, perchè l'approssimazione non riuscisse illusoria, il filo di bismuto veniva opportunamente protetto dalle variazioni di temperatura ambiente, circondandolo con un involucro di cartone a scomparti di sughero e rivestito all'esterno di stagnola. La temperatura del filo era indicata da un termometro che dava direttamente i ventesimi di grado, e che aveva il bulbo nella immediata vicinanza del filo. Per la misura degli allungamenti si è ricorso al metodo che ha fatto buona prova nelle ricerche dei fisici giapponesi, di valutare cioè le rotazioni di un cilindretto (di ebanite, nel caso mio) sul quale poggiava leggermente il filo di bismuto, e la rotazione si è misurata col noto sistema dello specchio e della scala. Una divisione della scala, collocata a 3350 mm. dal filo, corrisponde ad una variazione di lunghezza di 0,0015 mm., essendo il raggio del cilindretto di mm. 5,033. L'adottare tale dispositivo implica delle limitazioni in quanto che si è costretti a far variare gradualmente il carico tensore, mercè l'efflusso di un liquido in apposito recipiente legato al filo; e, per evitare un forte carico iniziale, si deve compensare con una spinta, il peso del serbatoio. Si è ricorso a tal uopo a due galleggianti di sughero paraffinato, fissati con aghi di acciaio ai lati di un telaino leggero di legno, al quale è assicurata una provetta di

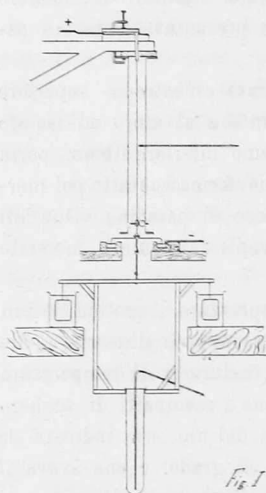
⁽¹⁾ W. Voigt, Wied. Ann. 48, pag. 674, an. 1893.

⁽²⁾ Grüneisen, Ann. d. Phys., 22, pag. 801, an. 1907.

vetro, della capacità di circa 200 cm³ (fig. 1). Il sistema viene unito non rigidamente al serrafili dell'estremo inferiore del filo di bismuto mediante un anello di ebanite, e rimane in tal modo assicurato il perfetto isolamento elettrico del filo.

Metodo di ricerca.

I quattro fili presi successivamente in esame provenivano da un'unica matassa e sono risultati di diametro uniforme (media delle determinazioni $r = 0,0159$ cm.); la densità del bismuto è stata accuratamente determinata e trovata uguale a 10,055 a 18°5.



Speciali precauzioni sono state usate per evitare lo scambio di calore tra il locale ambiente, che conservava temperatura quasi costante, e l'intorno del filo; e, per limitare le cause di errore dovute al riscaldamento del filo per effetto *joule*, si chiudeva il circuito della pila a lunghi intervalli e per il tempo strettamente necessario. A partire da un valore minimo della forza deformatrice, il filo di bismuto è stato assoggettato ad una serie numerosa e ripetuta di trasformazioni cicliche unilaterali, con ampiezza via via crescente, e la variazione del carico avveniva ad intervalli di circa 20', tempo ritenuto sufficiente (quando si opera per valori non troppo elevati del carico) a ridurre al minimo le cause di errore inerenti alle variazioni termiche determinate dalle deformazioni elastiche del filo. Le variazioni di

lunghezza e la temperatura erano apprezzate successivamente alla determinazione della resistenza elettrica; e, nel determinare il valore della variazione di resistenza, si è supposto costante il rapporto della variazione della temperatura al tempo, per tutta la durata di una intera trasformazione ciclica; ciò equivale a considerare quale valore vero della variazione di resistenza elettrica del filo, per un determinato carico, la media dei valori relativi alla variazione della resistenza, nelle due fasi nelle quali si compie il ciclo. In alcuni casi le esperienze furono ripetute assoggettando il filo all'azione del campo magnetico fornito da apposito rocchetto coassiale al filo di bismuto.

Risultati sperimentali.

Tra le numerose serie complete di esperienze, le quali tutte presentano lo stesso carattere di regolarità, solo alcune sono state prese in particolare considerazione, ed i valori relativi si possono desumere dai diagrammi annessi, dove indico con $\frac{\Delta l}{l}$ l'allungamento relativo, con $\frac{\Delta r}{r}$ la variazione

relativa di resistenza, con H il campo, e distinguo con numeri ed indici progressivi il filo e la serie.

Per dare un'idea dei particolari delle esperienze, riporto i risultati numerici di una serie completa.

SERIE I₃.

ORA	TEMPERATURA	CARICO aggiunto gr.	RESISTENZA Ohm	DIVISIONI scala	Δd	$\frac{\Delta r}{10^{-4}} \times$
8,50'	16,8	—	2,5119	217,7	—	—
9,15'	16,84	10,52	2,5106	220,7	+ 3,0	- 13
9,35'	16,84	- 10,52	2,5121	217,8	- 2,9	+ 15
10,0'	16,87	10,52	2,5109	221,0	+ 3,2	- 12
10,20'	16,89	- 10,52	2,5128	218,1	- 2,9	+ 19
10,40'	16,92	19,99	2,5103	224,6	+ 6,5	- 25
11,3'	16,94	- 19,99	2,5133	218,8	- 5,8	+ 30
11,25'	16,95	19,99	2,5105	225,1	+ 6,3	- 28
11,42'	16,98	- 19,99	2,5137	219,5	- 5,6	+ 32
12,3'	17,0	29,46	2,5097	228,9	+ 9,4	- 40
12,20'	17,0	- 29,46	2,5143	220,4	- 8,5	+ 46
13,12'	17,1	29,46	2,5109	231,2	+ 10,8	- 46
13,50'	17,3	- 29,46	2,5168	221,4	- 9,8	+ 59
14,25'	17,4	38,93	2,5125	236,4	+ 15,0	- 43
15,7'	17,43	- 38,93	2,5184	224,2	- 12,1	+ 59
15,50'	17,58	38,93	2,5142	237,0	+ 12,7	- 58
16,18'	17,7	- 38,93	2,5203	225,4	- 11,6	+ 61
16,34'	17,8	48,40	2,5147	244,9	+ 19,5	- 56
16,51'	17,83	- 48,40	2,5219	230,0	- 14,9	+ 72
17,13'	17,86	48,40	2,5157	247,2	+ 17,2	- 62
17,37'	17,85	- 48,40	2,5224	232,3	- 14,9	+ 67
17,55'	17,85	57,87	2,5155	268,7	+ 36,4	- 69
18,30'	17,84	- 57,87	2,5230	250,7	- 18,0	+ 75
18,49'	17,76	57,87	2,5150	274,4	+ 23,7	- 80
19,15'	17,72	- 57,87	2,5223	257,0	- 17,4	+ 73
19,40'	17,7	65,74	2,5149	299,0	+ 42,0	- 74
20,2'	17,62	- 65,74	2,5233	279,4	- 19,6	+ 84
20,35'	17,6	65,74	2,5156	313,4	+ 34,0	- 77
20,55'	17,56	- 65,74	2,5241	293,6	- 19,8	+ 85

Lunghezza del filo L = 159.63 mm.

Lunghezza del filo utile per lo studio elastico $l = 147.38$ "

Distanza dello specchio dalla scala D = 1679 "

Una divisione della scala = 2 mm.

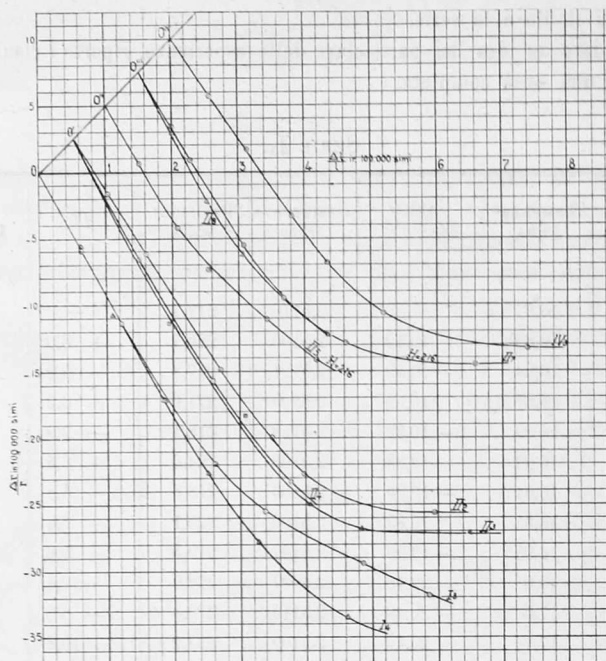


FIG. 2.

Prendendo in esame i valori numerici relativi al processo elastico del filo, si nota come, per valori piuttosto piccoli della forza deformatrice, valga una certa legge di proporzionalità tra le forze e le deformazioni; col crescere del carico, viene a cessare la validità della legge di Hooke e si rendono manifesti gli effetti dovuti all'elasticità susseguente del filo. L'esame dei diagrammi relativi alla variazione della resistenza elettrica, in rapporto alla variazione del carico, rivela nel bismuto notevole comportamento anomalo, poichè da essi si desume che al crescere della dilatazione longitudinale, lungi dall'avversarsi per il bismuto gli aumenti di resistenza che sarebbero da prevedersi tenuto conto delle relative variate dimensioni del filo, si ha invece diminuzione continua di resistenza, con legge di proporzionalità agli allungamenti in un primo tempo e poi con rapidità sempre più piccola, in modo da manifestarsi la tendenza a raggiungere un ramo asintotico, nel campo delle forze nel quale il filo presentava marcata plasticità. In un'altra fase, cui ci si spinse nelle serie I₄ e IV₃, si lasciò agire il peso tensore per molte ore e si accertò, corrispondentemente alla deformazione continua e lenta sotto

SERIE I₄.

SERIE IV₃.

K _{gr} /mm ² .	$\frac{\Delta l}{l}$	$\frac{\Delta r}{r}$	$\frac{\Delta l}{l}(1+2\sigma)$	$\frac{\Delta \rho}{\rho}$	K _{gr} /mm ² .	$\frac{\Delta l}{l}$	$\frac{\Delta r}{r}$	$\frac{\Delta l}{l}(1+2\sigma)$	$\frac{\Delta \rho}{\rho}$
	10 ⁻⁴ ×	10 ⁻⁴ ×	10 ⁻⁴ ×	10 ⁻⁴ ×		10 ⁻⁴ ×	10 ⁻⁴ ×	10 ⁻⁴ ×	10 ⁻⁴ ×
13,21	0.61	- 5.67	0.8	- 6.5	13,21	0.56	- 4.36	0.8	- 5.1
26,41	1.01	- 11.1	1.4	- 12.5	26,41	1.12	- 8.83	1.6	- 10.4
39,62	1.85	- 17.23	2.6	- 19.8	39,62	1.80	- 12.58	2.5	- 15.1
52,83	2.50	- 22.7	3.5	- 26.2	52,83	2.34	- 16.8	3.3	- 20.1
66,04	3.26	- 27.9	4.6	- 32.5	66,04	3.19	- 20.7	4.5	- 25.2
79,24	4.63	- 33.5	6.6	- 40.1	79,24	5.38	- 22.8	7.5	- 30.4
92,45	10.5	- 27.5	14.7	- 42	92,45	12.0	- 19.6	16.8	- 36
"	14.4	- 19.6	20.2	- 40	"	16.5	- 7.9	23.1	- 31
"	16.4	- 15.7	23.0	- 39	"	18.4	- 2.1	25.8	- 28
"	19.0	- 11.4	26.6	- 38	"	20.4	+ 3.8	28.6	- 24
"	21.8	- 6.7	30.5	- 37	"	23.0	+ 7.9	32.2	- 24
"	23.6	- 3.5	33.0	- 37	"	25.8	+ 18.4	36.1	- 18
"	25.1	- 0.8	35.1	- 36	"	28.3	+ 21.3	39.6	- 18

l'azione di un carico prossimo al limite di rottura, in un primo tempo una graduale diminuzione di resistenza, indi un aumento; ma, come si deduce dall'esame delle tabelle anzidette, tenendo conto delle variate dimensioni, si trova che l'effetto si riduce ad una graduale diminuzione del valore assoluto di $\frac{\Delta \rho}{\rho}$.

Dagli annessi diagrammi, relativi ai cicli compiuti entro i limiti di stabilità elastica, risulta che in ogni serie ciclica completa la curva delle $\frac{\Delta r}{r}$ in funzione delle $\frac{\Delta l}{l}$, tende a raggiungere un ramo asintotico in corrispondenza a valori di $\frac{\Delta r}{r}$ numericamente diversi da filo a filo, e per uno stesso filo dipendenti dal processo elastico al quale il filo è stato precedentemente assoggettato nel senso che cresce in valore assoluto $\frac{\Delta r}{r}$ nelle successive serie e sembra tendere ad un valore limite dopo poche serie complete, quando il filo ha raggiunto una struttura interna particolare di equilibrio, certamente diversa da quella propria primitiva.

Azione del campo longitudinale.

L'elica magnetizzante generatrice del campo è costituita da un filo di rame avvolto attorno ad un tubo di ottone lungo cm. 23,7 e comprende 406 spire; il campo creato all'intorno del filo di bismuto risulta sensibilmente uniforme. Si sono potuti realizzare solo campi relativamente deboli (216 unità assolute C. G. S.) dovendosi evitare gli inconvenienti gravi che si verificano usufruendo di correnti intense, le quali producono riscaldamento nel filo e determinano oscillazioni nei valori della resistenza, dovuti ad irregolare scambio di calore tra il solenoide e l'ambiente. I diagrammi delle serie II₅ e II₇ si riferiscono all'azione del campo. Essi riproducono l'anomalia riscontrata nelle altre serie e rivelano la tendenza delle curve a raggiungere un ramo asintotico, in corrispondenza a valori di $\frac{Ar}{r}$ notevolmente più piccoli di quelli relativi ai precedenti cicli completi per lo stesso filo: però il fenomeno inverso non si verifica nel ciclo successivo II₈, durante il quale il bismuto è stato sottratto all'azione del campo. Sembra quasi che il campo eserciti azione antagonista, rispetto a quella esercitantesi sul bismuto nel processo di trazione del filo.

CONCLUSIONI.

1) Durante il processo di trazione, la resistenza elettrica del filo diminuisce al crescere del carico: per piccoli carichi, con legge di proporzionalità alle deformazioni; per carichi elevati, con rapidità sempre più piccola.

2) Sotto l'azione di un peso tensore costante in prossimità del limite di rottura, la resistenza specifica del bismuto aumenta gradualmente; ma si mantiene sempre inferiore al valore posseduto dal filo prima di essere deformato.

3) Il campo magnetico esercita forse azione contraria a quella prodotta dal carico sulla variazione della resistenza elettrica; occorrono però altri dati sperimentali per un giudizio più sicuro.

Al prof. M. Cantone, il quale ha voluto gentilmente affidarmi lo studio di cui è oggetto la presente Nota e che mi è stato largo di consigli e di aiuti, esprimo la mia viva gratitudine.